Theory of Electromagnetic Fields

电磁场理论

包德修

合子明

云南科技出版社

电磁场理论

包德修
合子明

云南科技出版社
一九八八·昆明

责任编辑：高　亢
封面设计：武　斌

电 磁 场 理 论

包德修　合子明

云南科技出版社出版发行　（昆明市书林街100号）
云 南 新 华 印 刷 厂 印 装　云南省新华书店经销

开本：787×1092 1/32　印张：13.25　字数：295,000
1988年9月第一版　1988年9月第一次印刷
印数：1—8,200

ISBN 7-5416-0103-9/G·3　定价：3.40 元

序　言

看到包德修副教授编写的新教材《电磁场理论》，感到很高兴。我深知这是作者根据自己长期教学的实践经验和对现在本科生的实际情况了解的基础上写出的，是经过多次试用和修改，反映良好的一本教材。

经典电磁场理论或电动力学是阐述宏观电磁场及其与物质相互作用规律的科学，其内容与应用范围极为广泛，和新发展的很多新技术都有密切的联系。然而，作为一门基础理论课程的教材，在有限学时的限制下，毕竟应以介绍基本原理为其主要任务，内容的广度和深度应能满足大学本科生必需的要求即是，过多和偏深，并不利于学生的学习。

作者正是根据这一少而精的教学原则编写了这本书。全书的重点当然是基本原理的阐述和论证，其次则为求解问题的方法，其中对具有基础性的静电场问题的各种不同解法作了详尽地介绍；对课程必需的矢量和张量运算及δ函数，在课程开始作了系统的简明介绍，而对课程中少数几处需用较繁难的数学推演则予省略，直接给出结果并说明物理意义。对较深的一些内容未予编入，对新技术领域中的应用也只在适当地方略予提及。经验证明，作者的这些作法是较好的、行之有效的。此外，在教材各章、节中，作者还选择了较多与内容相配合的例题与难易不同的习题，通过这些例题的阅读和习题的练习，使学生能更好地理解和应用已学过的基本理论，而达到培养他们的思考能力和实际工作能力的目的。

最后，我深信作者的辛勤劳动会在培养四化建设人才中获得丰硕的成果。

王仲永

一九八六年十一月

前　　言

本书是为理科无线电系的基础理论课“电磁场理论”编写的教材。是根据编者多年来从事物理系“电动力学”和无线电系“电磁场理论”教学的讲义修改而成。其中自然包含着我的老师王仲永教授、杨春城教授、江懋昌副教授及同事们的辛勤劳动。要特别指出的是在修改和出版过程中，现担任“电磁场理论”教学的合子明同志做了大量的工作，他仔细地阅读了本书的原稿、验算了全部例题和习题，提出了很多宝贵的修改意见，并绘制了部分插图。

本书在编写出版过程中还得到郑苏民教授、陈尔纲教授、刘家漠教授及有关领导和云南科技出版社的大力支持。在此谨致衷心谢意。

本书在编写过程中，尽可能地综合体现出理科教材的严谨性和工科教材的实用性。同时，为了帮助学生深入理解和掌握电磁场的基本理论，本书采用了大量历届研究生试题作为例题和习题，对那些有志于报考研究生的学生提供有益的帮助。由于编者的水平有限，书中错误和不足之处在所难免，恳请读者予以批评、指正。

包德修

一九八六年十月于云南大学

引　　言

电磁场理论研究电磁场的基本属性、运动规律，以及它同带电体之间的相互作用。本书只讨论宏观电磁现象的基本的普遍规律。

电磁场理论采用的研究方法与普通物理电磁学中使用的方法有所不同，后者是从大量的实验事实中用归纳法总结出电磁场的运动规律。电磁场理论则是以麦克斯韦（Maxwell）和洛仑兹（Lorentz）力公式作为基本出发点，通过数学的演绎法来讨论各种情况下电磁现象的基本规律。最后，从狭义相对论的观点讨论了场方程的四维形式及电磁现象的内在联系。

由于采用了数学演绎法讨论问题，为大家学习方便，先复习矢量运算，简单介绍张量运算，并列出δ函数的常用性质及电荷简单分布的δ函数表示，以供参考。

内 容 提 要

本书是作者在其多年来从事物理系“电动力学”课程和无线电系“电磁场理论”课程教学的讲义的基础上改写而成的。书中较系统地阐述了电磁现象的基本规律和基本概念，对必需的数学基础也进行了简明实用的介绍。内容包括：预备知识（矢量运算、张量运算初步、δ 函数）、电磁场的普遍规律、静电场、恒定电流场、恒定磁场、电磁波的传播、电磁波的辐射、狭义相对论基础等。

本书体现出了理科教材的严谨性和工科教材的实用性，同时还编入了大量历届研究生入学试题作为例题和习题，对于报考研究生者极有帮助。

本书可作为高等学校无线电专业电磁场理论课程参考书，也可供其他专业有关师生参考。

目　录

序言

前言

预备知识

Ⅰ.矢量运算……………………………………………………（1）

Ⅱ.张量运算初步……………………………………………（17）

Ⅲ.δ函数……………………………………………………（27）

第一章　电磁场的普遍规律…………………………………（31）

§1.真空中静电场的基本方程……………………………（31）

§2.真空中恒定电流磁场的基本方程……………………（40）

§3.电磁感应定律……………………………………………（47）

§4.真空中电磁场的基本方程………………………………（48）

§5.介质中的麦克斯韦方程…………………………………（54）

§6.在介质分界面上麦克斯韦方程的形式………………（63）

§7.电磁场中能量转化及守恒定律…………………………（67）

§8.电磁场中动量转化及守恒定律…………………………（70）

习题……………………………………………………………（73）

第二章　静电场………………………………………………（77）

§1.静电场中的势函数………………………………………（77）

§2.电容　部分电容…………………………………………（84）

§3.静电场的能量……………………………………………（91）

§4.电场力……………………………………………………（98）

§5.势的唯一性定理…………………………………………（105）

§6.一维方程的解……………………………………………（107）

§7.分离变量法……………………………………………(113)
§8.电像法…………………………………………………(126)
§9.电轴法…………………………………………………(141)
§10.格林函数法……………………………………………(148)
§11.电势的多极展开………………………………………(156)
*§12.解析函数法……………………………………………(165)
*§13.保角变换………………………………………………(175)
习题…………………………………………………………(184)
第三章　恒定电流场…………………………………………(199)
§1.恒定电流场的基本方程…………………………………(200)
§2.恒定电流场与静电场的类比……………………………(203)
§3.求解恒定电流场的问题…………………………………(207)
*§4.接地电阻…………………………………………………(214)
习题…………………………………………………………(215)
第四章　恒定磁场……………………………………………(220)
§1.恒定磁场的矢势…………………………………………(220)
§2.几种情况的矢势…………………………………………(224)
§3.矢势的多极展开…………………………………………(230)
§4.磁标势……………………………………………………(233)
§5.镜像法……………………………………………………(242)
§6.电感………………………………………………………(245)
§7.磁场能量　磁场力………………………………………(250)
习题…………………………………………………………(256)
第五章　电磁波的传播………………………………………(261)
§1.真空中的波动方程………………………………………(261)
§2.定态电磁波………………………………………………(263)
§3.理想介质中的均匀平面电磁波…………………………(268)

§4.导电媒质中的均匀平面电磁波……………………(272)
§5.低压等离子体中的均匀平面电磁波………………(276)
§6.群速度…………………………………………………(279)
§7.均匀平面电磁波的极化……………………………(281)
§8.垂直于媒质界面入射的电磁波……………………(285)
§9.垂直于分层媒质界面入射的电磁波………………(289)
§10.理想介质界面上斜入射的电磁波…………………(292)
§11.理想导体面上斜入射的电磁波……………………(298)
§12.矩形波导………………………………………………(301)
§13.谐振腔…………………………………………………(309)
习题…………………………………………………………(314)
第六章　电磁波的辐射……………………………………(320)
§1.电磁场的矢势和标势…………………………………(320)
§2.推迟势……………………………………………………(323)
§3.电偶极辐射………………………………………………(325)
§4.磁偶极辐射和电四极辐射……………………………(334)
§5.半波天线…………………………………………………(339)
§6.天线阵的基本概念……………………………………(342)
§7.洛仑兹互易定理………………………………………(345)
习题…………………………………………………………(348)
第七章　狭义相对论基础…………………………………(352)
§1.惯性参考系………………………………………………(352)
§2.狭义相对论的基本原理　洛仑兹变换………………(359)
§3.狭义相对论时空理论…………………………………(363)
§4.相对论的速度合成规律………………………………(373)
§5.相对论的四维形式……………………………………(375)
§6.真空中电磁场规律的相对论协变性………………(380)

§7.电磁波的相位不变性　多普勒效应……………………(387)
§8.运动介质的电磁场方程……………………………………(390)
§9.洛仑兹力公式　电磁场的能量动量张量…………………(394)
§10.相对论力学…………………………………………………(398)
习题…………………………………………………………………(405)

预 备 知 识

Ⅰ. 矢量运算

在此列出矢量运算中的基本概念和常用公式。

在物理学中有一类物理量不仅要知其大小，还需知其方向才能完全决定，这类物理量称为矢量。数学上专门对它们进行了研究，并把有向线段定义为矢量，记为 **A**、**B**……，还规定了一套运算法则。

一、矢量代数

1.矢量加法：两个矢量 **A**、**B** 相加，其和仍为一矢量 **C**。记为

$$\mathbf{C}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$$

和矢量 **C** 由平行四边形法则合成。矢量的加法满足交换律、结合律，即

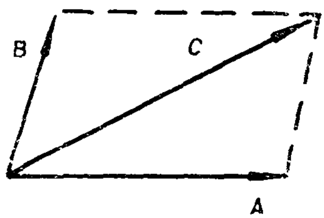

图1

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A},$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{D}=(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{D}=\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{D})$$

2.矢量与数量的乘法：矢量 **A** 与数 m 的乘积 $m\mathbf{A}$ 仍为一矢量。记为

$$\mathbf{C}=m\mathbf{A}$$

其几何意义是，矢量 **C** 的模是矢量 **A** 的模的 $|m|$ 倍，当 $m>0$ 时，矢量 **C** 与矢量 **A** 同向；当 $m<0$ 时，矢量 **C** 与矢量 **A** 反

向。

矢量与数量的乘法满足交换律、结合律和分配律：

$m\mathbf{A}=\mathbf{A}m$, $mn\mathbf{A}=(mn)\mathbf{A}=m(n\mathbf{A})=n(m\mathbf{A})$,

$(m+n)\mathbf{A}=m\mathbf{A}+n\mathbf{A}$, $m(\mathbf{A}+\mathbf{B})=m\mathbf{A}+m\mathbf{B}$。

3.矢量的标积（又称为内积、数积或点积）：矢量 A、B 的标积定义为标量。记为

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\cos\theta$$

其中 θ 是矢量 A 和 B 之间的夹角（$0\leqslant\theta\leqslant\pi$）。其几何意义是，当 B 为单位矢量时，$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{A}|\cos\theta$ 表示矢量 A 在矢量 B 方向上的投影。同样，当 A 为单位矢量时，$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{B}|\cos\theta$ 表示矢量 B 在矢量 A 方向上的投影。矢量的标积满足交换律、结合律和分配律：

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, $m(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=(m\mathbf{A})\cdot\mathbf{B}=\mathbf{A}\cdot(m\mathbf{B})$,

$(\mathbf{A}+\mathbf{B})\cdot(\mathbf{C}+\mathbf{D})=\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{D}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{D}$

4.矢量的矢积（又称为叉积）：矢量 A、B 的矢积定义为矢量。记为

$$\mathbf{C}=\mathbf{A}\times\mathbf{B}$$

其模 $|\mathbf{C}|=|\mathbf{A}||\mathbf{B}|\sin\theta$ （$0\leqslant\theta\leqslant\pi$），

矢量 C 垂直于矢量 A、B 决定的平面，其指向由 A 转向 B 的右手螺旋法则决定。其几何意义是，矢量 A、B 的矢积表示以矢量 A、B 为邻边的平行四边形面积矢。

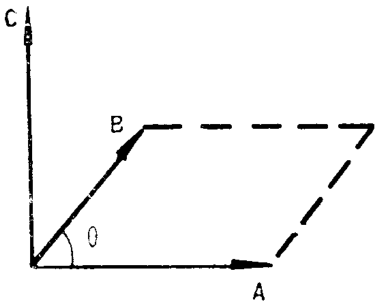

图 2

矢量的矢积不满足交换律，满足结合律和分配

律：

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}\neq\mathbf{B}\times\mathbf{A},\quad \mathbf{A}\times\mathbf{B}=-\mathbf{B}\times\mathbf{A}$$

$$m(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=(m\mathbf{A})\times\mathbf{B}=\mathbf{A}\times(m\mathbf{B})$$

$$\mathbf{D}\times(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\mathbf{D}\times\mathbf{A}+\mathbf{D}\times\mathbf{B}$$

5.混合积：$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$

显然是标量。其几何意义是：三个矢量的混合积的绝对值表示以这三个矢量为棱的平行六面体的体积。

混合积满足轮换法则：相邻两个矢量对调位置，其积改变符号。

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=-\mathbf{A}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{B})=\mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=$$
$$-\mathbf{C}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{A})=\mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})=-\mathbf{B}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{C})$$

6.二重矢积：$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$

显然是矢量，常用的表达式

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})\mathbf{B}-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\mathbf{C}$$

在直角坐标系下，设 $\mathbf{e}_x$、$\mathbf{e}_y$、$\mathbf{e}_z$ 分别表示 x、y、z 轴的单位矢量，A_x、A_y、A_z 表示矢量 $\mathbf{A}$ 在三个坐标轴上的投影，有

$$\mathbf{A}=A_x\mathbf{e}_x+A_y\mathbf{e}_y+A_z\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=(A_x+B_x)\mathbf{e}_x+(A_y+B_y)\mathbf{e}_y+(A_z+B_z)\mathbf{e}_z$$

$$m\mathbf{A}=mA_x\mathbf{e}_x+mA_y\mathbf{e}_y+mA_z\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}\qquad \mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\begin{vmatrix}A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix}$$

二、矢量分析

1.矢量函数的导数：

矢量函数：在定义域内，每一个 t 值都有一个确定的矢量 $\mathbf{A}$ 与之对应，则称矢量 $\mathbf{A}$ 是变量 t 的矢量函数。记为 $\mathbf{A}(t)$。

矢量函数的导数：设变量 t 由 t_0 变到 $t_0+\triangle t$ 时，矢量函数 $\mathbf{A}(t)$ 由 $\mathbf{A}(t_0)$ 变到 $\mathbf{A}(t_0+\triangle t)$。矢量函数的增量与变量的增量之比，当 $\triangle t$ 趋于零的极限值定义为矢量函数 $\mathbf{A}(t)$ 在 $t=t_0$ 点的导数。记为

$$\frac{d\mathbf{A}(t)}{dt}=\lim_{\triangle t\to 0}\frac{\mathbf{A}(t_0+\Delta t)-\mathbf{A}(t_0)}{\Delta t}$$

矢量函数的导数法则：

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\frac{d\mathbf{A}}{dt}+\frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{A})=\frac{dm}{dt}\mathbf{A}+m\frac{d\mathbf{A}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=\frac{d\mathbf{A}}{dt}\cdot\mathbf{B}+\mathbf{A}\cdot\frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}\times\mathbf{B})=\frac{d\mathbf{A}}{dt}\times\mathbf{B}+\mathbf{A}\times\frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

2.标量场和矢量场：

在场空间中，每一点都有一个给定的标量与之对应，则称给定了一个标量场。

在场空间中，每一点都有一个给定的矢量与之对应，则称给定了一个矢量场。

（1）标量场的梯度：

方向导数：设标量场空间中某一点 P 所对应的标量函数 φ 的值为 φ_0，过 P 点沿某一方向 $\mathbf{S}$ 位置有一增量 $\triangle S$ 时，标量函

数的值由φ_0变到φ_s。函数的增量与位置增量之比，当$\triangle S$趋于零时的极限值定义为标量函数φ在P点沿S方向的方向导数。记为：

$$\frac{\partial\varphi}{\partial S}=\lim_{\triangle S\to 0}\frac{\varphi_s-\varphi_0}{\triangle S}$$

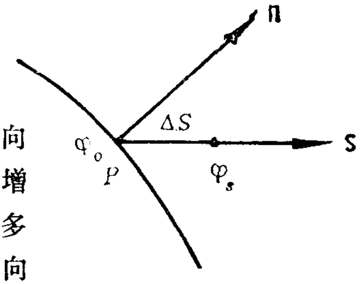

图 3

沿S方向的方向导数表示沿S方向距离增加一个单位时，函数φ的增量。在P点的方向导数有无限多个，其中过P点等势面的法线方向的方向导数最为特殊。它与过P点任意方向S的方向导数之间的关系为

$$\frac{\partial\varphi}{\partial S}=\frac{\partial\varphi}{\partial n}\cos(\widehat{\mathbf{S},\mathbf{n}})$$

这就是说，函数φ沿n方向增加得最快。而且在场给定的情况下，过P点等势面的法线方向是唯一决定的。为了表示这种特殊性，引入矢量函数——梯度。

在场空间中某一点P标量场的梯度定义为矢量，其大小是P点等势面法线方向的方向导数，方向是P点等势面的法线方向。记为

$$\text{grad}\,\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial n}\,\mathbf{n}$$

n表示过P点等势面法线方向的单位矢量。于是，过P点沿S方向的方向导数可写成

$$\frac{\partial\varphi}{\partial S}=(\text{grad}\,\varphi)\cdot\mathbf{e}_s$$

其中$\mathbf{e}_s$是S方向的单位矢量。