

高等學校教學用書

學何幾法畫

A. T. 恰雷著

高等教育出版社

高等學校教學用書



學 何 幾 法 畫

A. T. 恰 雷 著
張 雁 陳 勳 王德濤譯
趙 肇 寰 校 訂

高 等 教 育 出 版 社

本書根據蘇聯國立機器製造書籍出版社 (Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы) 出版的 恰雷 (А.Т.Чалый) 著 “畫法幾何學” (Начертательная геометрия) 1949 年版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為機器製造高等工業學校教科書，亦可供函授學生之用。

原書依據蘇聯高等教育部審定的畫法幾何學教學大綱而編著。並引用了前著“畫法幾何學”(1939 年版)一書的部分材料。

書中附有研讀教材時自我檢查用的問題和習題、以及獨立解決個別複雜習題的啓示。

本書由張雁、陳勳、王德濤等翻譯，趙肇寰校訂。

畫 法 幾 何 學

恰 雷 著

張 雁 陳 勳 王德濤譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

中華書局上海印刷廠印刷 新華書店總經售

書號 13010·70 開本 850×11681/32 印張 14 8/16 字數 330,000

一九五五年十一月上海第一版

一九五六年七月上海第四次印刷

印數 5,001—8,500

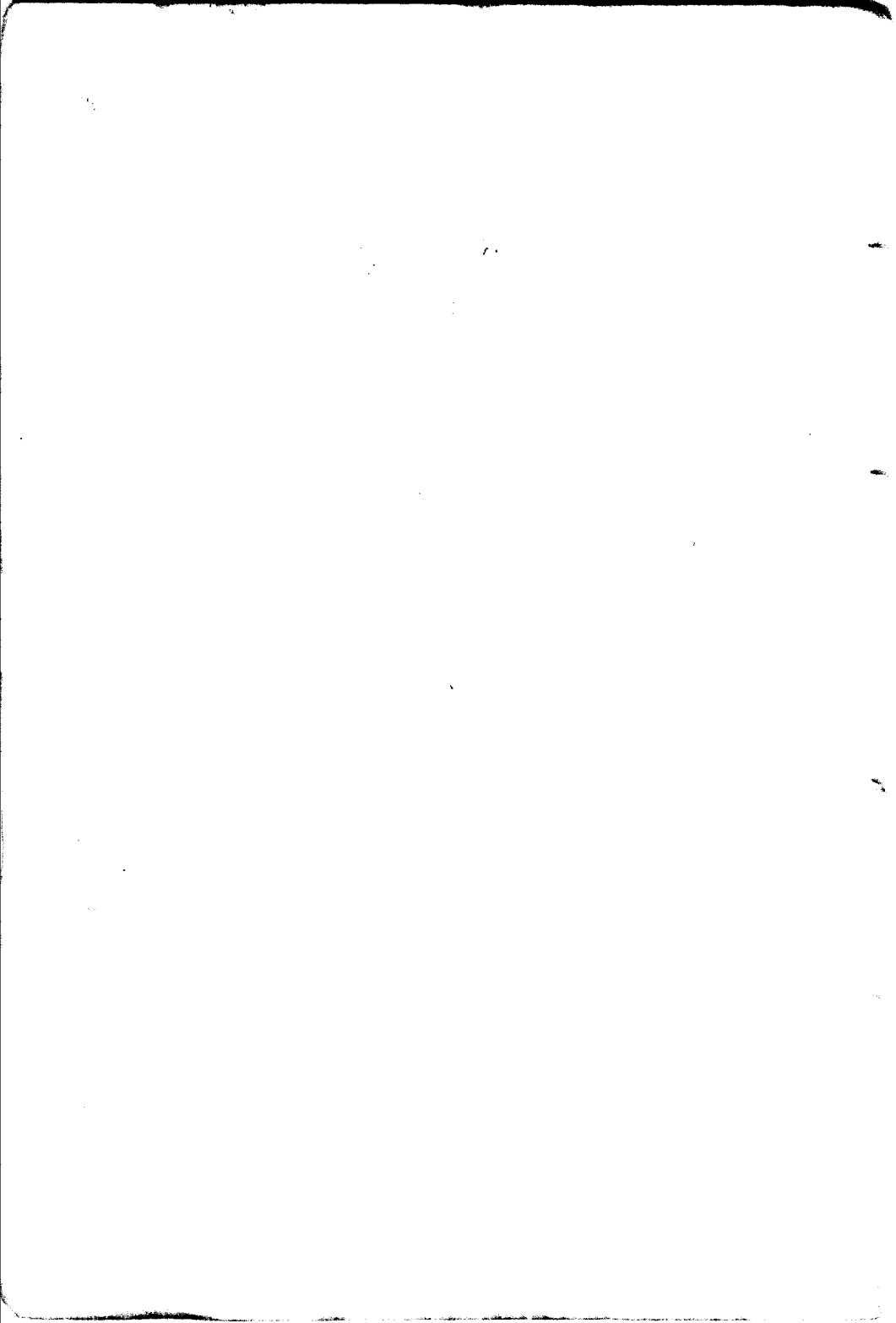
定價(10) ¥ 2.17

目 錄

序言	7
第一章 投影的種類	13
§ 1. 畫法幾何學的研究對象	13
§ 2. 關於投影方法的一般概念, 中心投影, 平行投影	14
§ 3. 正投影法的要點	22
§ 4. 直觀圖	24
第二章 點	29
§ 5. 點的投影, 投影圖	29
§ 6. 點對於各投影面的各種不同位置	35
問題和習題	52
第三章 直線	55
§ 7. 直線的投影	55
§ 8. 直線的位置	59
問題和習題	66
§ 9. 測定直線段的長度及其對各投影面的傾斜角	67
§ 10. 把直線段分成定比	70
§ 11. 直線的跡點	72
§ 12. 二直線的相對位置	78
§ 13. 平面角的投影	82
問題和習題	84
第四章 平面	87
§ 14. 平面的表示法, 平面的跡線	87
§ 15. 平面在空間的各種位置	96
§ 16. 平面上的直線和點, 平面的特殊直線: 水平直線、正面直線和最大斜度線	109
問題和習題	125
§ 17. 兩平面的交線	127

問題和習題	141
第五章 直線和平面	143
§ 18. 互相平行的直線和平面	143
問題和習題	150
§ 19. 與平面相交的直線, 直線與平面的交點的作法	152
問題和習題	158
§ 20. 互為垂直的直線和平面	160
問題和習題	169
§ 21. 可見性的特徵	171
問題和習題	177
第六章 投影的改造方法	180
§ 22. 更換投影面法的要點	180
§ 23. 一個投影面的更換法	182
問題和習題	197
§ 24. 兩個及兩個以上投影面的更換法	198
問題和習題	212
§ 25. 旋轉法	214
§ 26. 點的旋轉法	215
問題和習題	222
§ 27. 直線的旋轉	224
問題和習題	237
§ 28. 平面的旋轉	239
問題和習題	261
§ 29. 立體的旋轉	264
問題和習題	266
§ 30. 斯·姆·考洛托夫教授的輔助投影法	267
問題和習題	278
第七章 平面立體的相貫	280
§ 31. 在平面立體上取點和線	280
問題和習題	283
§ 32. 用平面截斷平面立體	284
§ 33. 直線貫穿平面立體	289
問題和習題	292

§ 34. 平面立體的相貫	294
問題和習題	307
§ 35. 平面立體表面的展開	308
問題和習題	312
第八章 曲線及曲面	314
§ 36. 曲線的作圖及其展開	314
§ 37. 圓柱螺旋線與圓錐螺旋線	317
問題和習題	323
§ 38. 曲面	323
§ 39. 可展開的直線面	324
§ 40. 不可展開的直線面	329
§ 41. 旋轉面	334
問題和習題	338
第九章 曲面立體的相貫	339
§ 42. 曲面立體的斷面	339
§ 43. 圓柱螺旋	354
§ 44. 直線貫穿曲面	364
§ 45. 曲面立體與曲面立體及曲面立體與平面立體的相貫	372
問題和習題	393
§ 46. 曲面的展開	398
問題和習題	409
§ 47. 與曲面相切的平面	409
問題和習題	421
第十章 軸測投影	423
§ 48. 基本知識	423
§ 49. 正軸測投影的軸向縮短係數和軸間角	427
§ 50. 正軸測投影的作法	433
§ 51. 斜軸測投影	455
問題和習題	459
參考書目	464



畫法幾何學之成為論述形象表現法則的科學始於十八世紀的末葉，迄今已逾一百五十餘年。然而人類在很早以前就已經表現出有描繪周圍事物和在圖畫中反映出自己勞動活動的因素的要求了。甚至在原始人類的窖洞中都可找到野獸、家畜和各種日常生活用品的簡單的圖形。

較晚一些的時代給我們遺留下來的古跡，證明有史以前的人們就已經會利用圖樣作為營造建築物和房屋時組織人類勞動的工具。

從紀元前若干世紀古文化的石碑的發掘中，發現了房屋的平面圖與正面圖。例如在捷洛 (Телло) 城就發現了塑在有房屋平面圖的石板上的巴比倫人的影像。

古埃及的古跡中也發現了房屋平面圖和正面圖。這些圖樣作法的特徵，說明當時的人們已經有了直角投影的觀念。

此後，由於實際需要增長的影響而產生了近似於今天的軸測圖的直觀圖。圖形沿長、深、高主要方向的大小和原物大小間的比例，在這些圖上是任意取的，並在同一圖上也是時常改變的。且允許其他也隨意。例如生活在彼得以前時代並遺留下不少建築性質設計的俄羅斯畫家魯布列夫 (Рублев)，在他的圖畫上所畫的桌子和長櫈，其在地面上的支承四邊形，於長度上和深度上都比桌面和坐板為小。此種違反圖形各個部份比例的情況，大概是因想在上面部份可能排置較多數量的零件而產生的。目前我們用以作軸測圖形之有科學根據的嚴格的規律是在較晚才產生的。

只有當全部了解了隨意直觀圖的方法時，在歷史上才發生了過渡

到在二個垂直平面上條件相關的圖形。

俄羅斯投影圖的古跡是屬於十七世紀的。從那時保留下來的城市平面圖，是一種平面圖與房屋直觀圖於同一圖上的奇怪的結合。例如諾夫哥洛德（Новгород）城的平面圖，其上畫有各個房屋的平面圖。而這些房屋又以正軸測投影圖表示。1616 年的莫斯科“庫頓諾夫”圖也是這樣製成的。

1701 年由彼得第一勅令編成的西伯利亞城市平面圖也具有此種特點，而在某些情況下，代替前視圖的除了各個房屋的平面圖外，還畫出了用繞正面的底線旋轉的方法使與水平面相疊合的這些房屋的正面圖。

這些實例說明當時關於“平面圖”的概念的解釋較現在為廣泛，而平面圖的作者們不僅力求表示地區和居住房屋設計的特性，而且還表示了各個房屋的結構，在某些情況下，還表示出房屋各部份的詳細的配合，例如基赫文斯基修道院平面圖就是木結構小屋和教堂的配合圖形。

彼得第一時，曾進行了大量軍用建築物和民用建築物的設計，特別是在彼得堡城建築的防汛工程。這些建築物都按設計造成，這些設計一直保留至今仍為製圖技術的典範。

自學的發明家伊·波·庫里賓（И. П. Кулибин 1735—1818 年）以正投影表示的同樣完全符合於後來畫法幾何學研究出來的投影方法的法則。庫里賓的製圖方法是有意義的。他先以磨鈍尖頭的鋼針於堅實紙上畫線，然後再用墨汁描線。

十八世紀末由於生活要求的影響，積累了投影圖法的大量實際資料。此種情勢一方面使法國學者加斯巴爾·蒙施（Гаспар Монж）有可能創立了他命名為“畫法幾何”的科學，而另一方面促使這門科學在法國、俄國及其他文明國家內的迅速推廣。

在俄國畫法幾何學當 1809 年創立俄國交通學院（現今的列寧格勒鐵路運輸學院）時首次於該校講授。

1816 年此學院的教師雅·阿·謝瓦斯齊揚諾夫 (Я. А. Севастьянов) 出版了第一部俄語的畫法幾何學教程, 從而開始有這門科學的祖國的著作。

1818 年謝瓦斯齊揚諾夫創著了“石切斷面的初步原理”, 而於 1821 年編印了“畫法幾何學原理”教程, 此書於 1843 年再版。

雅·阿·謝瓦斯齊揚諾夫從 1818 年起至 1843 年止一直講授了二十五年畫法幾何學, 而在 1824 年獲得俄國第一位畫法幾何學教授的稱號。在此之後, 雅·阿·謝瓦斯齊揚諾夫在其教材中增添了陰影的理論, 透視的理論, 光表現法和地圖投影法。

雅·阿·謝瓦斯齊揚諾夫在他自己的科學事業和教育事業中曾竭力廣泛地推廣畫法幾何學的知識, 他認為此門科學在工程事業上運用, 將給祖國工業帶來莫大的利益。

1830 年畫法幾何學一門課程幾乎在俄國所有的技術學校中都開始講授了。俄國學者們著作了許多關於畫法幾何學的教科書。其中科學院院士索莫夫 (Сомов) 和馬卡羅夫 (Макаров) 教授所著教程最值得引起注意。

除了畫法幾何學教程外, 杜羅夫 (Дуров) 教授編著了“論曲線和曲面”和“製圖教程”等書, 而馬卡羅夫教授著作了“陰影的理論”, “線透視圖教程”, “等測投影法”和“室內燈光線透視圖”。

理論最為深奧且敘述詳盡的著作要算交通學院教授維·伊·庫爾丘莫夫 (В. И. Курдюмов 1853—1904) 的著作。他從 1886 年至 1905 年共出版了十四部著作, 在這些著作包括了畫法幾何學的全部章節如: 直角投影, 曲線和曲面, 透視圖, 陰影的理論, 註標投影和軸測投影。

在革命前後的時期內從事研究圖形表示方法的有恩·阿·雷寧 (Н. А. Рынин), 馬·魯·傑舍沃依 (М. Л. Дешевой), 德·哥·安那諾夫 (Д. Г. Ананов), 葉·斯·費多羅夫 (Е. С. Федоров) 等教授。

在蘇聯從事研究圖形表示方法的學者大量增加, 如: 阿·伊·多布

爾雅科夫(А. И. Добряков), 維·伊·卡美涅夫(В. И. Каменев), 斯·馬·庫里科夫(С. М. Куликов), 阿·伊·維克謝里(А. И. Вискель), 恩·弗·切特維魯欣(Н. Ф. Четверухин), 德·伊·卡爾金(Д. И. Каргин), 斯·姆·考洛托夫(С. М. Колотов), 維·奧·郭爾東(В. О. Гордон), 波·恩·尼古拉也夫(Б. Н. Николаев), 耶·阿·格拉祖諾夫(Е. А. Глазунов), 恩·阿·波波夫(Н. А. Попов)等教授。

蘇維埃時期畫法幾何學發展歷史上的特點,是廣泛的推廣以前從未注意到的在理論圖法和實用圖法領域內的科學研究工作。

在科學工作中蘇聯學者們提供了並實現了現實的理論研究,例如關於圖象參數計算法^①的研究,此法實質上是畫法幾何學新的一章,關於根據輔助投影法^②製定之新的陰影理論^③的研究,輔助投影法是圖象表示法一門科學中的寶貴的貢獻,關於圖法精確性的研究^④和關於建築投影中軸測投影問題的研究^⑤,以及關於畫法幾何學在物理化學中的運用^⑥等等研究。

在蘇維埃政權時期編了和出版了大量的適用於高等學校及其他技術學校的畫法幾何學和製圖學課本。

蘇聯學者們完成的工作,除了理論價值外,對國家國民經濟方面也

① Вопросы современной начертательной геометрии, Сборник статей (論文集): (近代畫法幾何學問題) под редакцией Н. Ф. Четверухина, ОГИЗ—Гостехиздат, 1947。

② С. М. Колотов, Новая теория теней (陰影的新理論), Гостехиздат Украины, 1947。

③ С. М. Колотов, Начертательная геометрия (畫法幾何學), Госмашметиздат, 1933。

④ Д. И. Каргин, О точности графических построений (論作圖的精確性), Сборник ЛИИЖДТ, 1940。

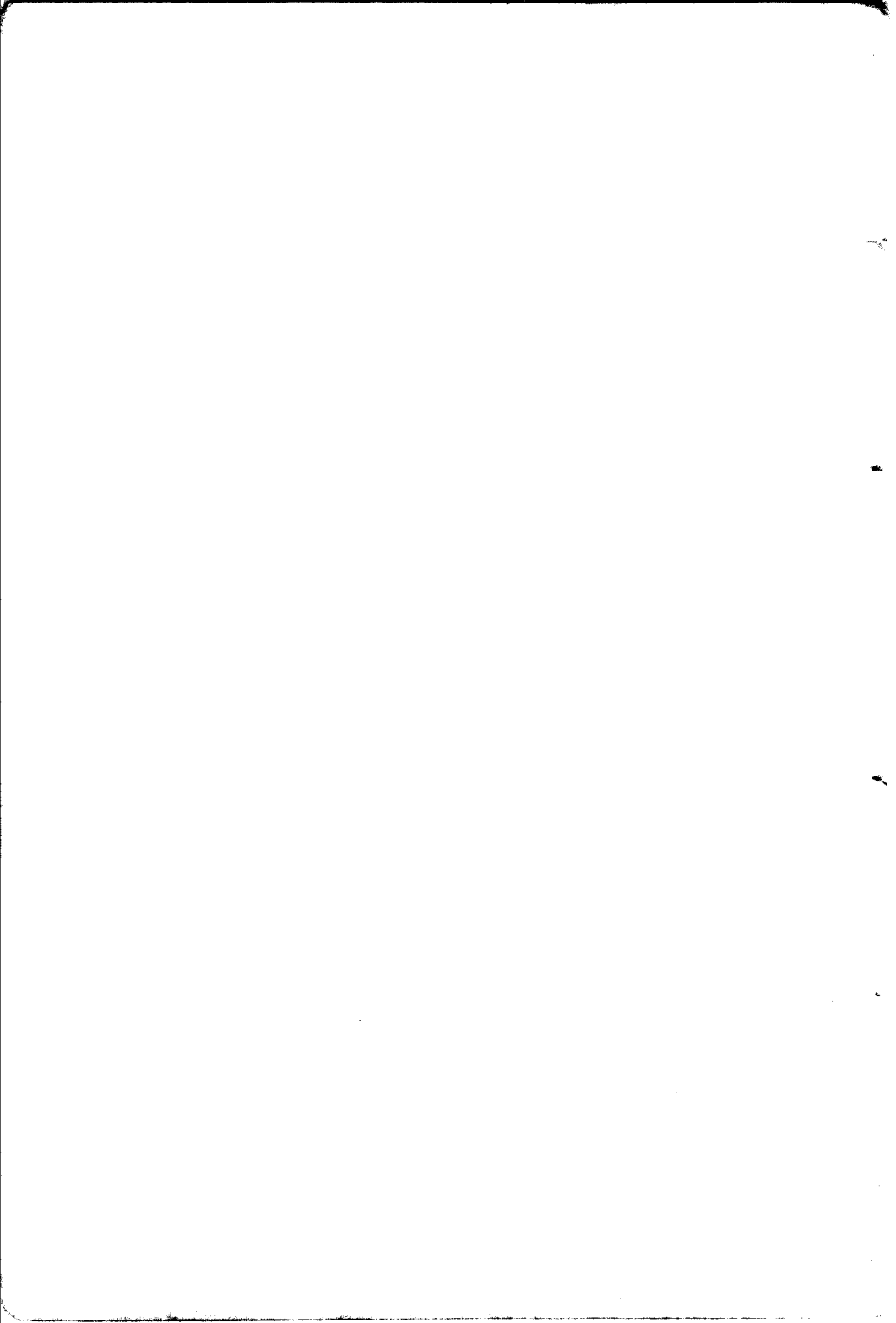
⑤ А. И. Вискель, Теория и исследование вопросов аксонометрических изображений в архитектурном проектировании (建築投影中軸測投影圖的理論和研究), ЛЭТИСС, 1940。

⑥ Сборник трудов (報告彙集), ЛЭТИСС, 1947。

具有重大的價值：因為這些工作提出並勝利地解決了設計上和實際生產上合理化的各個問題。

例如畫法幾何學在工具車間中用以確定截切工具的斷面形狀，在焊接車間中用作焊接結構展開圖，在設計部門中用來根據投影計算製件的面積、體積和重量，在實際建築中解決空間形體的問題，計算空間桁架的力，在航空攝影中用來按照片計算構築物的形狀和尺寸，以及用於其他的各領域中。

所以說畫法幾何學在蘇聯國內的發展，不僅僅是圖象表示方法的理論學科，而且也是廣泛的實際的應用在蘇聯技術中的一種學科。



第一章 投影的種類

§ 1. 畫法幾何學的研究對象

任何一個物體都佔有某部分的空間。物體各部分的大小、體積、對其他物體的位置以及各部分間的相對位置——這一切都能以直接的測量，並加以適當的計算來確定。

但當研究物體的幾何性質時，並不利用物體本身，而利用該物體在平面上的圖形。

此種兩度的圖形（畫片、照片等），在相當程度內可幫助我們想像到空間上的三度物體。然而，如果不具備關於此類圖形的專門的方法和條件，則既不能正確地定出所研究的物體在空間的相對位置，也不能準確地確定其大小和測定其各個部分。

同時，技術上要求物體的這樣圖形，此種圖形能使我們較容易地將物體各部分間的關係和正確的尺寸表達出來。

畫法幾何學或圖形幾何學解決了這個問題，因為畫法幾何學尋求了並論證了在平面上作三度空間幾何形體的圖形的方法，根據此種作法可以準確地確定這些形體在度量上和投影上的各種性質。

符合於上述條件的圖形，稱為圖。

畫法幾何學共具有下列三項基本任務：

1. 它研究現有的物體和要新建造的物體的圖形的作法。

2. 它根據已知的平面圖，研究幾何形體的關係在三度空間中的再生方法，並尋得一切所需的資料，以便在讀圖時，不致發生錯誤。

3. 它研究有關空間幾何形體的問題在平面圖上的圖解法。

畫法幾何學具有這樣的研究對象、目的和任務決定了它在其他工程學科中的地位。

畫法幾何學的知識，幫助我們研究如材料力學、機器零件及其他專門的工程學科。

有許多科學上和技術上的問題，如用普通數學方法來研究往往是極為複雜的，但利用畫法幾何學的方法時，就能很簡單的獲得解決。

畫法幾何學賦予與其有血緣關係的另一個作圖課程——製圖學以理論的根據。

還應當指出培養科學思考習慣的課目——畫法幾何學的特殊重要性。它發展學生的空間想像力，啓發他們運用比較和類比的方法解決理論上和實踐上的問題。同時利用畫法幾何學的方法養成避免不肯定與模糊觀念的習慣，而將所作的比較和類比用嚴密的邏輯判斷和結論連繫起來。

每一個工程師均須具有畫法幾何學方法的知識，因為不具有這種知識，而要作出任何有益處的工程事業是完全不可思議的。

§ 2. 關於投影方法的一般概念. 中心投影. 平行投影

在畫法幾何學中用投影方法取得圖形。在實際上，使用得最廣泛的是直角投影。

由 M 點向已知平面 H 作垂線，其垂足 M' 就叫做 M 點在 H 平面上的直角投影（圖 1）。

同樣，過 M 點向已知直線 AB 作垂線，該垂線的垂足 M' 就是 M 點在直線 AB 上的直角投影（圖 2）。

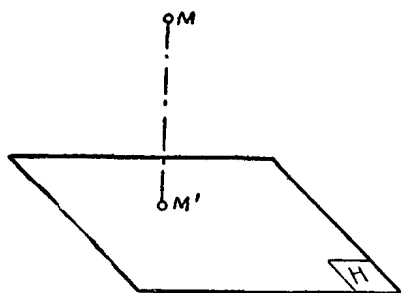


圖 1.

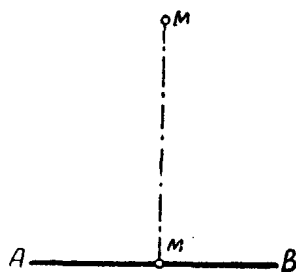


圖 2.

有限數量點或無限數量點的總合，叫做點的幾何圖形。其中每一個點都叫做該幾何圖形的一個元素。

假如有兩個幾何圖形 F 和 F' ，它們之間是這樣聯繫着的，即 F 形的一個元素 A 僅適應於 F' 形上的一個元素 A' ，而 F' 形上的任何一個元素 A' 僅適應於 F 形上的元素 A ，那麼，這樣的兩個圖形稱為互相投射圖形。

現以三角形 ABC 為例來研究（圖 3）。過任意一點 S 及已知三角形的各頂點作三條直線 SA 、 SB 和 SC 。假如再取任意一個新三角形，使其頂點 a 、 b 、 c 相應地位於直線 SA 、 SB 和 SC 上，則第一個三角形上的任意點 M 必與第二個三角形 bc 直線上的唯一的 m 點相適應，而第二個三角形的 m 點也必和第一個三角形 BC 直線上的 M 點相適應。

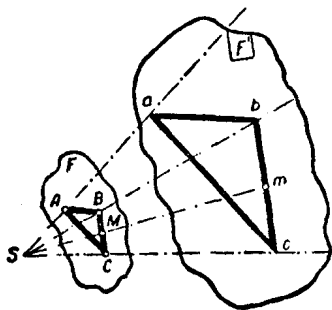


圖 3.

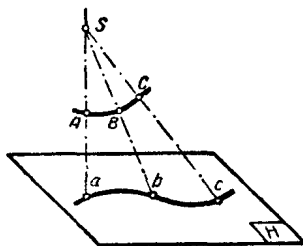


圖 4.

三角形 ABC (F 形) 和三角形 abc (F' 形) 爲互相投射圖形。

由一點 S 所引的直線的集合 (圖 4), 叫做投射線束。假如將 S 點移到無限遠時, 則我們將求得平行的投射線 (圖 5)。

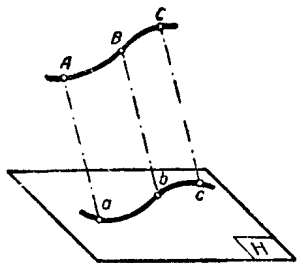


圖 5.

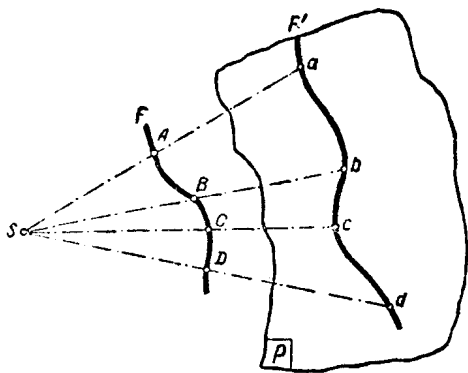


圖 6.

設已知由 $A, B, C, \dots$ 等點所組成的幾何圖形 F 和任意一個平面 P (圖 6)。

由空間的任意一點 S , 通過 F 形的每個元素, 引投射線 $SA, SB, SC, \dots$ 。設這些投射線與平面 P 相交於 $a, b, c, \dots$ 等點。這時, 這些交點的集合, 將形成一個新的幾何形 F' , 此 F' 形與 F 形互相投射。

作投射線 $SA, SB, SC, \dots$ 等的步驟叫做投射步驟, 而 F' 形則是 F 形在平面 P 上的投影, 其投影中心爲 S 。 $a, b, c, \dots$ 等點叫做 $A, B, C, \dots$ 各點的錐面投影。平面 P 爲投影面。若將 S 點移至無限遠, 同樣地, 也可以用一束平行射線將 F 形投射到平面 P 上。

取投影面 H 代替一般的投影面, 我們將求得由 S 點投射的幾何圖形 $ABC \dots$ 的一種特殊情況。

圖 4 爲圖形 $ABC \dots$ 向平面 H 上的錐面投射的情況, 而圖 5 爲其平行投射的情況。

最後, 如果平行投射線的方向垂直於投影面 H (圖 7), 則將求得我們前面所談到的那種特殊投影情況 (譯者註: 按指的是直角投影)。