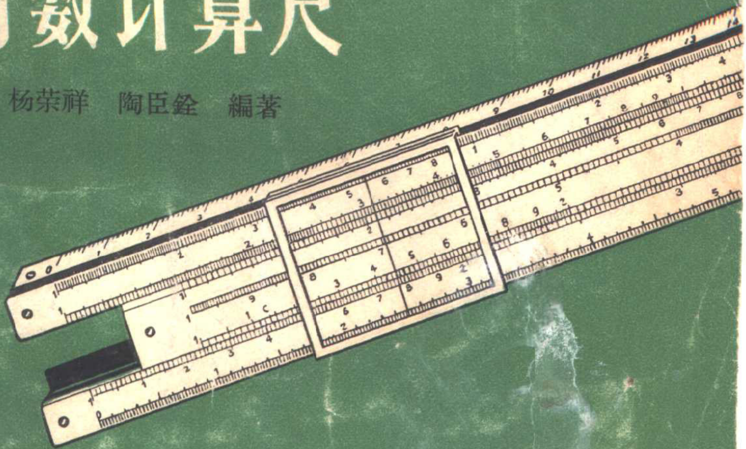
对数计算尺

杨荣祥　陶臣銓　編著



上海教育出版社

对 数 计 算 尺

杨荣祥　陶臣銓　編著

上海教育出版社
一九六三年·上海

对　数　计　算　尺
杨荣祥　陶臣銓　編著
*
上　海　教　育　出　版　社　出　版
（上海永福路 123 号）
上海市书刊出版业营业許可証出 090 号
上海新华印刷厂印刷
新华书店上海发行所发行　各地新华书店經售
*
开本：787×1092　1/32　印张：2 5/8　字数：59,000
1963年12月第1版　1963年12月第1次印刷
印数：1—20,000 本
統一书号：7150・1478
定　　价：（八）0.22 元

編 者 的 話

对数計算尺在现代生产和科学研究中是一种十分有用的計算工具. 为了使中学生获得这方面的初步知識，掌握最基本的技能，以适应参加生产劳动和进一步学习的需要，在代数課程中有对数計算尺这一內容. 因此，我們編写这本小册子以供教师了解对数計算尺的基本知識时参考.

本书首先簡单地介紹了有关对数計算尺的一些基本知識，包括它的构造和构造原理等；然后比較詳細地介紹了使用对数計算尺进行乘法、除法、乘方、开方、它們的联合运算和含有三角函数的各种运算的方法.

在編写过程中，蒙各方面提供了不少宝貴的意见. 这对編写工作帮助很大，謹此表示感謝.

由于編者水平有限，缺点和錯誤是难免的，希望讀者多多提出批評和指正.

編者于上海师范学院

1963年7月

目　　录

一　对数計算尺的基本知識

研究对数計算尺，首先必須理解計算尺的构造原理和它的使用方法．計算尺的种类很多，一般分通用計算尺和专用計算尺两种．

計算尺刻度部分的凈长有125毫米、250毫米、500毫米和1000毫米四种．长度較长的計算尺，刻度比較精密，計算所得的結果，精确度較高．过长的計算尺例如500毫米以上的尺，計算結果虽然精确度較高，但携带和使用都不方便．过短的計算尺由于刻度太少，計算所得結果的精确度太低，因此125毫米以下的計算尺，实用价值就不大．通常用的計算尺的长度以250毫米为宜，使用这种計算尺計算所得結果的精确度，相对誤差大約在0.05%—0.1%之間．这样的精确度已能符合一般工程技术、經济和統計等工作中大多数計算的需要了．

通用計算尺和专用計算尺的构造原理是一样的，相同的尺的使用方法也是一样的．如果熟悉了通用計算尺，对专用計算尺的用法是容易理解的．因此，本书所提到的計算尺是以250毫米的通用計算尺为主，有时也涉及125毫米的計算尺．

§1．对数計算尺的构造

对数計算尺是由下列三个部件組成的：

(1) 尺身　尺身是計算尺的固定部分，它的正面有各种尺的刻度，如图1里的 A．

(2) 滑尺　滑尺（图1里的 B）可以在尺身的凹槽（图1里

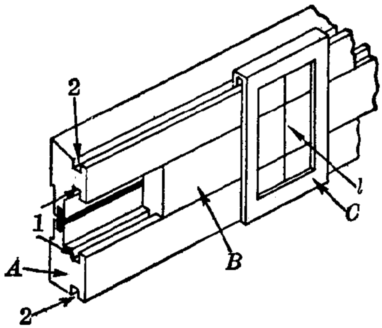


图 1

的1)里来回移动，它的正面和反面都有各种尺的刻度.

(3) 游标　游标(图1里的C)是一个透明的框子，可以在凹槽(图1里的2)里来回移动，它的中間刻着一条細直綫如图1里的l,叫做准綫.

一般通用計算尺都有以下几种尺的刻度(图2):

(1) 基本尺　基本尺分别用字母C、D标出，簡称C尺和D尺.

(2) 倒数尺　倒数尺用字母CI标出,簡称CI尺.

(3) 平方尺　平方尺分别用字母A、B标出,簡称A尺和B尺.

(4) 立方尺　立方尺用字母K标出,簡称K尺.

(5) 对数尺　对数尺用字母L标出,簡称L尺.

(6) 正弦尺　正弦尺用字母S标出,簡称S尺.

(7) 正切尺　正切尺用字母T标出,簡称T尺.

(8) 正弦和正切尺　正弦和正切尺用字母ST标出，簡称ST尺.

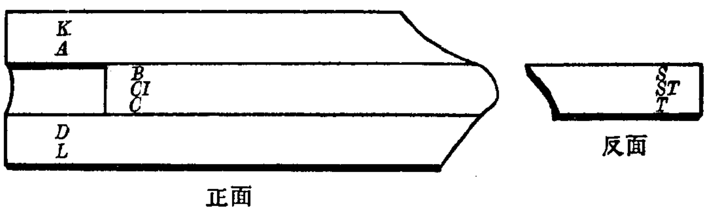


图 2

§2. 对数計算尺的构造原理

在說明对数計算尺的构造原理以前，我們先介紹一下数值計算尺。数值計算尺是由刻度均匀而且相同的两根直尺組成的。利用数值計算尺E和F(图 3)，可以进行数值的加法运算.

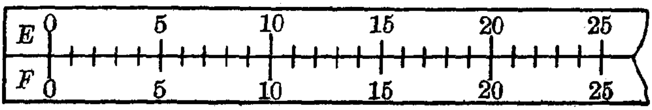


图 3

例 計算：$5+8$.

解 把E上的标記 0 对准F尺上的标記 5，这时，E尺上的标記 8 对着F尺上的标記 13，13 就是所求的和(图 4). 所以

$$5+8=13.$$

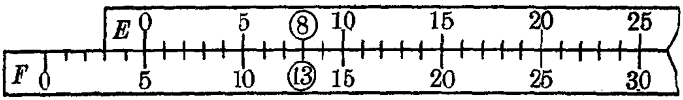


图 4

同样，我們也可以利用 E、F 尺来进行减法运算.

利用数值計算尺可以进行数值的加法和减法运算，这为我們制造对数計算尺指出了途径.

按照上面所說的方法，当然也可以进行对数相加减的計算. 根据积和商的对数：当 $a>0$, $a\neq1$, $M>0$, $N>0$ 时，

$$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N,$$

$$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N,$$

我們就可以利用对数的加减求得相应的眞数的积和商. 这样，我們就可以制作能够用来計算乘除法的計算尺了.

对数計算尺上各种尺的构造原理是类似的，我們只要知道了基本尺的构造原理，其他各种尺的构造原理就容易推知了．现在我們来討論基本尺的制作方法．

对数計算尺的 C 尺和 D 尺是完全相同的两根尺．它們是計算尺的基本尺．基本尺上的各級刻度是根据函数

$$y=m\lg x$$

刻出的．这里变量 x 在閉区間〔1，10〕① 上变化．当 $x=1$ 时，$y=m\lg 1=0$；当 $x=10$ 时，$y=m\lg 10=m$．因此，这两个刻度之間的距离，也就是基本尺刻度部分的淨长等于 m．m 叫做尺系数．普通对数計算尺基本尺刻度部分的淨长是 250 毫米，也就是它的尺系数 m 等于 250．所以普通对数計算尺基本尺的刻度是根据函数

$$y=250\lg x$$

刻出的．

根据函数 $y=250\lg x$，可以把自变量的值和对应的函数值列成下表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y=250\lg x$	0	75.2	119.3	150.5	174.8	194.6	211.3	225.8	238.6	250.0

现在可以依照上表列出的数值来制作基本尺．

在任意直綫上取起点 O，并标出数字 1，然后从点 O 起依次截取长度等于 75.2、119.3、150.5、……、250.0 毫米各綫段，在这些綫段的終点上，分别标出数字 2、3、4、……、10，就得到下面的基本尺(图 5)．

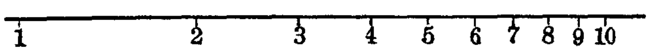


图 5

① 关于这一点后面有詳細的說明．

这里，可以清楚地看出，对数函数尺形象地表示了自变量与对数函数間的对应关系，自变量用尺上的点(刻度)以数字标出，而对应的对数函数值則用这点到起点 O 的綫段的长标出.

图 5 里的刻度叫做一級刻度. 如果要在尺上得到标記1.5的刻度，就从O点起，截取綫段等于$250\lg 1.5=250\times 0.176\approx 44$（毫米）的长度，在这綫段的終点上标出1.5. 用类似的方法可以得到1.1、1.2、1.3、……、1.9等等的刻度. 这样把两个相邻的一級刻度中間分成不均匀的10小格，每一小格所表示的数值等于原来的十分之一，这种刻度叫做二級刻度. 我們用同样的方法再把两个相邻的二級刻度之間分成不均匀的小格，使在1和2之間的两个相邻的二級刻度之間再分成10小格，每一小格表示0.01；在2和4之間的再分成5小格，每一小格表示0.02；在4和10之間的再分成2小格，每一小格表示0.05①，这种刻度叫做三級刻度. 一、二、三級刻度上的数字，依次表示一个三位数的第一位、第二位和第三位.

要正确熟练地使用計算尺，首先要熟悉各級刻度每小格所表示的数，特别是三級刻度. 在多数情况下，三級刻度是要由目測来估計的.

现在来討論下面两个問題：

(1) 为什么对于函数 $y=m\lg x$，要规定变量 x 在閉区間〔1,10〕上变化？

根据常用对数的性质，某数乘以（或者除以）10、100、

---

① 目前中学里教学用的是小型計算尺，多数是长度等于125毫米的，因此它的刻度与250毫米的計算尺的有些不同.

在小型計算尺的 C、D 尺上的刻度是：从1到2之間每小格表示0.02；从2到5之間每小格表示0.05；从5到10之間每小格表示0.1，也就是沒有第三級刻度.

1000……的时候，它的对数的尾数不变，而首数增加(或者减少)等于乘数(或者除数)里零的个数的一个数，就是

$$\lg(A\cdot 10^n)=\lg A+n.$$

因为任何数都可以化成 $A\cdot 10^n(1\leqq A<10)$的形式，所以从上式可以看出，如果知道了从 1 到 10 各数的对数，就可以求出任意数的对数. 例如 $\lg 50=\lg 5+1$, $\lg 0.05=\lg 5-2$ 等. 因此，规定变量 x 的变化范围是閉区間〔1,10〕，就可以滿足需要了. 如果我們規定变量 x 的变化范围是閉区間〔1,100〕、〔1,1000〕……，当然这也是可以的. 但是，很明显地可以看到从区間〔10, 100〕起的刻度是区間〔1,10〕上的刻度的重复出现而已. 这样规定的結果，等于把几根基本尺接起来，徒然增长了計算尺的长度，而对于計算并沒有带来多少好处.

(2) 基本尺上的每一点的标值，可以代表几个数?

我們知道常用对数有下面的性质:“有效数字相同而且排列顺序也相同的数，它們的对数的尾数都相同.” 反过来“对数的尾数相同的数，它們的有效数字相同而且排列顺序也相同.”根据上述性质可以知道，基本尺上的每一个标值可以表示无数个有效数字完全相同的数. 例如，标值 2—3—4，它可以是 234, 23400, 2.34 和 0.00234 等等，也就是可以表示 234×10^n，其中 n 是整数.

§3. 基本尺上数的讀法和放法

使用計算尺进行計算的两个最基本的步驟是讀数和放数. 在应用計算尺进行計算前，必須先学会用游标上的准綫对准尺上标出的已知数，把准綫对准已知数的动作叫做**放数**，准确地讀出尺上对着准綫的那个数，这个动作叫做**讀数**.

在 250 毫米的計算尺上，一般只能讀出三个有效数字，有时

可以凭目力估計出第四个数字．在125毫米的小型計算尺上，只能讀出两个有效数字，而第三个数字一般是用目力来估計的．如果已知数据具有三个以上有效数字，就先用四舍五入法，把这个数改成只具有三个有效数字的数，再依照这个三位数来放数．例如要放数2.458，应先用四舍五入法，把它改成2.46，然后再做．在放数或者讀数时，先不必考虑这个数的小数点的位置和它末尾的零的个数，而只要注意这个数的三个有效数字的排列顺序．例如321，3.21，32100等数的有效数字完全相同，在計算尺上都是在同一个地方标出来的．讀数时我們都讀作3—2—1，也就是依次讀出这数的有效数字．如果讀到一級刻度和三級刻度之間的数，就是中間沒有二級刻度的这些地方的数，应該注意，这时讀出的三个有效数字中間的一个应該是零．在放数时也应該注意这一点．

例1 把3.09放到D尺上．

因为第一个数字是3，第二个数字是0，第三个数字是9，所以应把准綫对准D尺上3的右边 $4\frac{1}{2}$小格略右一些的地方．

例2 如果准綫对准D尺上的4的右边1小格的地方，讀出这个数来．

因为D尺上的4与它的右边1小格之間，沒有二級刻度，所以讀出的数的中間应有一个数字是0；又4到10之間的每1小格表示0.05，因此讀出的数应当是4—0—5．

例3 把12680放到D尺上去．

先把已知数12680四舍五入成12700．因为127的第一个数字是1，所以这数一定在1与2之間；这个数的第二个数字是2，所以这数又应在1与2之間的二級刻度2与3之間；又这数的第三个数字是7，所以这数又在二級刻度2的右边第7小格的刻綫上，只要把准綫对齐这一点就好了．

上面所説的讀数和放数，只是就一个数的有效数字来説的.如果要完全知道那个数，还必須定出它的小数点的位置，也就是定出它的位数.

在研究怎样定位之前，我們先来对正数的位数作如下规定:

如果正数 N 大于或者等于 1，那末 N 的位数是指这个数的小数点前面数字的个数. 例如 12340 的位数是 5；63.48 的位数是 2.

如果正数 N 小于 1，那末 N 的位数是負数或者零，它的絕对值等于小数点后第一个有效数字前零的个数. 例如 0.00105 的位数是 -2；0.369 的位数是 0.

练　习

1. 在区間[10，100]上作出函数 $y=125\lg x$ 的对数函数尺的数值表.

2. 在区間[45°，84°]上作出函数 $y=250\lg \operatorname{tg} x$ 的对数函数尺的数值表.

3. 一个数的位数与它的对数的首数有什么关系?

4. 把下列各数放到 D 尺上:

(1) 5.08；　(2) 355；

(3) 0.889；　(4) 0.004596.

5. 讀出下列各数的有效数字:

(1) 在 D 尺上一級刻度 2 的右边 2 小格处；

(2) 在 D 尺上一級刻度 6 的左边 1 小格处；

(3) 在 D 尺上一級刻度 3 与 4 之間的二級刻度 1 右边 2 小格处.

二　使用对数計算尺进行各种运算的方法

上一部分里我們已介紹了計算尺的构造原理，基本尺C尺和D尺的刻度，以及放数、讀数和规定位数等內容．这部分将討論使用計算尺进行各种运算的方法．

§4．乘法和除法

1．乘法　根据积的对数的性质，我們可以使用計算尺进行乘法运算．例如，已知两个正数a、b，求a乘以b的积．

設　$x=ab$．$(a>0,\ b>0)$

等式两边同时取常用对数，得

$$\lg x=\lg ab.$$

根据积的对数的性质，得

$$\lg x=\lg a+\lg b.$$

因此，如果我們把上面这个等式用C、D尺表示如图6：

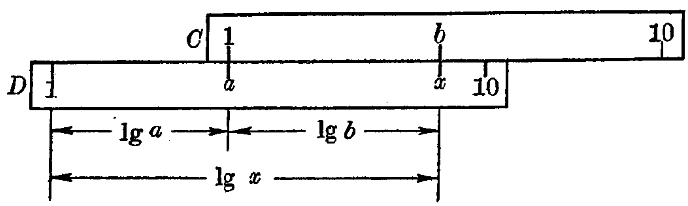


图 6

从图里可以清楚地看出，$\lg a$所对应的綫段在D尺上，$\lg b$所对

应的綫段在C尺上，$\lg x$所对应的綫段正是$\lg a$与$\lg b$所对应的两綫段的和．因此在D尺上$\lg x$所对应的綫段的右端所表示的数x，就是$\lg x$的眞数x，也就是所求的积ab．

由此可知，利用对数計算尺可以进行数的乘法运算．

例1 計算：2×3．

解 先把被乘数2放到D尺上，就是移动游标使准綫对准D尺上的2．再加上綫段$\lg 3$，就是把滑尺向右拉出，使C尺的起点1与准綫对齐，再移动游标使准綫对准C尺上的3，也就是把乘数放到C尺上．最后，准綫所对D尺上的那个数6，就是所求的积．

上面的解的过程也可以簡单地說成：

对D尺2放C尺1；对C尺3，在D尺上讀得所求的积6．

或者用下面这种表式来代替說明：

C	1	3
D	2	〔6〕

表式中的〔6〕表示2与3的积的有效数字．以后用括号〔 〕括起来的数，都是指所求数的有效数字．

例2 計算：2×8．

解 参照例1的方法进行計算，就是：

对D尺2放C尺起点1；对C尺8，在D尺上讀得数．

但是，这时，C尺上的8沒有对着D尺上的刻度，也就是C尺上8的位置已在D尺刻度部分的外边了(图7)．因此，我們可

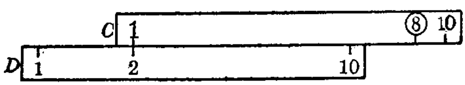


图 7

以在D尺上再刻出〔10,100〕，它的刻度与〔1,10〕上的刻度完全一样；或者在D尺的終点10处接上一根同样的尺D'尺．这样，从C尺上的8对着D'尺上的数可以得到所求的数16(图8)．

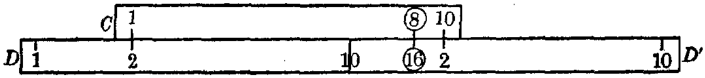


图 8

但是，从上面这个例子可以看到，計算这样简单的一个問題要用两根計算尺，这确实也太費事了．

现在我們再来看图8，C尺的起点1对准D尺上的2，因为D'尺和D尺的刻度是完全相同的，所以C尺的終点也一定对准D'尺上的2．如果我們把D'尺看作是原来的D尺，那末，当把C尺的終点对准D尺上的2的时候，C尺上的8就对着D尺上的数16，16就是所求2与8的积．这样就不需要用两根尺了．

例1和例2中滑尺伸出的方向是不同的，例1中滑尺向右伸出，簡称“**右伸**”，例2中滑尺向左伸出，簡称“**左伸**”．

从以上两个例题，我們可以推知使用計算尺的C、D尺进行乘法运算的方法：

移动游标使准綫对准D尺上表示被乘数a的有效数字的标值，移动滑尺使C尺上的起点1(右伸)或者終点10(左伸)与准綫对齐，再移动游标使准綫对准C尺上表示乘数b的有效数字的标值，这时准綫所对D尺上的数，就是所求的积ab的有效数字．定位后就得到所求的积．

当滑尺右伸或者左伸的时候，乘积应該怎样来定位呢？为了簡化問題起见，我們先討論两数乘积的定位問題．

設已知数a、b的位数分別是P_a、P_b，乘积ab的位数是P_{ab}；n_a、n_b、n_{ab}分別表示a、b、ab的对数的首数，m_a、m_b分別表示

a、b 的对数的尾数. 那末

$$\lg(ab)=\lg a+\lg b=(n_a+m_a)+(n_b+m_b)$$
$$=(n_a+n_b)+(m_a+m_b).$$

因为 $0\leqq m_a<1,\ 0\leqq m_b<1,$

所以 m_a+m_b 可能有下述两种情形:

(1) $0\leqq m_a+m_b<1$;

(2) $1\leqq m_a+m_b<2$.

根据情形(1),得

$$n_{ab}=n_a+n_b.$$

眞数的对数的首数等于眞数的位数减去1;反之,眞数的位数等于它的对数的首数加1,因此

$$P_{ab}=n_{ab}+1=(n_a+n_b)+1,$$

但是 $n_a=P_a-1,\ n_b=P_b-1,$

$$\therefore\ P_{ab}=[(P_a-1)+(P_b-1)]+1$$
$$=P_a+P_b-1.$$

根据情形(2),得

$$n_{ab}=n_a+n_b+1.$$

$$\therefore\ P_{ab}=n_{ab}+1=(n_a+n_b+1)+1$$
$$=[(P_a-1)+(P_b-1)+1]+1$$
$$=P_a+P_b.$$

对于情形(1), $0\leqq m_a+m_b<1$, 就是两个因数的对数的尾数的和不到1个单位,計算尺上的滑尺就要“右伸”.

对于情形(2), $1\leqq m_a+m_b<2$, 就是两个因数的对数的尾数的和超过了1个单位,計算尺上的滑尺就要“左伸”.

从上面討論的結果,我們可以得到两数相乘的积的定位法則:

右伸: 乘积的位数等于两个因数的位数的和减1.