建築結構力學

鄭茂川編著

台隆書店

建築結構力學

鄭 茂 川 編著

台 隆 書 店

建築結構力學

中華民國七十二年一月二十日八版發行
著　者　鄭茂川
發行所　臺隆書店　發行人　張宗河　臺北市衡陽路75號
郵　購　郵政劃撥12935號臺隆書店帳戶
電　話　三三一四八〇七・三一一三九一四・三三一〇七二三號
登記證　行政院新聞局局版臺業字第〇九八三號
　定價新臺幣180元

前　言

凡是一個建築物的設計，既要美觀實用，而且還要結構經濟堅固。所以每個從事建築者，在設計建築物時，不僅求其機能和物象美尚需合於「結構美」用結構原理，作有組織合理之混合應用，爲此纔能臻於眞、善、美的設計標準。

台灣是地震地帶，在建築結構力學上，其產生的影響極爲重要，本書之內容，無論對於垂直荷重及地震水平荷重作用在種種架構之流傳方面，研討甚多。

目前一般學校裡的建築結構學課程，大半採用油印的講義，尙缺完整資料，致使學生不易了解，未能深入研討。筆者歷年執教各大專院校，有鑑於此，乃搜集中外各種參考書籍，編撰成此一書，本書由淺入深，由簡單之結構，至複雜之荷重解釋非常週詳，極易了解建築結構之設計，尤以例題甚多可藉供大專院校新制年年專科攻讀建築學生，作爲教材之用，並有助於從事建築實地工作人員，易解無際結構計算有很大的裨益。

本書得能出版承王瑞枝、王文麟、羅芳雄等同學之諸多協助，繪圖與校對謹致謝忱。因付梓匆促，難免有所疏漏之處，尙祈諸位學者先進賜予指正是幸

鄭茂川　　謹識

中華民國58年12月25日於台北

建築結構力學

目　錄

參考文獻

石井　勇：力學（彰國社）
中村，田治，東洋：建築の構造計算（技報堂）
梅村　魁：構造力學演習（產業圖書）
內藤多仲：建築構造要覽（早稻田大學出版部）
水原，甲野，井田，栗原：構造計算便覽（產業圖書）
梅村，鈴木：骨組のデザイン（產業圖書）
齋藤謙次：建築構造力學（理工圖書）
二見秀雄：構造力學（實教出版）
梅村　魁：建築物の應力實例
石井　勇：各種構造計算實例
小野　薰：撓角法（工學圖書）
谷口　忠：建造力學（裳華房）
Timoshenko , young : Theory of Structures.

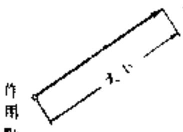
第一章　靜 力 學

1.1　力的合成與分解

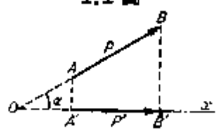
(1)　力的要素

所謂力，即作用在剛體而能使之發生直線運動變化者，力學上，力之常用單位以重力單位表示。例如 10t 的力、1,000kg 的力等。

要完全表達一個力，須要①大小②方向③作用點此謂之「力的三要素」。如(1.1)圖所示。大小按比例縮尺，如 1t = 1cm，則 5t = 5cm。具有大小與方向謂之「向量」(Vector)。如(1.2)圖，某力 P 在 OB' 綫上的分力為 P 在 OB' 綫上的正射影 P'。



1.1 圖

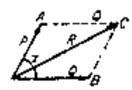


1.2 圖

易言之：分力 $P' = P\cos\alpha$

(2)　共點力的合成與分解

(a)　2 力的情形



1.3 圖

合成　如(1.3)圖所示剛體同時受 P, Q 二力的作用，以 P，Q 二力為兩邊作平行四邊形，其對角綫 R 即表示 P，Q 之合力，R 的效果為 P，Q 合力的效果。這種關係已在實驗室證明成為公理。

此 R 以代數法表示時，如(1.4)圖所示

$$\left.\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 + 2P \cdot Q\cos\alpha \\ \tan\theta &= \frac{P\sin\alpha}{Q + P\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1.1)$$

(1.5)圖為 P，Q 二力互相垂直的情形。

上式簡化為　$P = R\sin\alpha$.　$Q = R\cos\theta$.

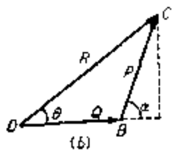
$$\left.\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 \\ \tan\theta &= \frac{P}{Q} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1.1a)$$

分解　將 R 分解成兩方向分力時，可依上述原理反推之。如(1.6)圖所示，將

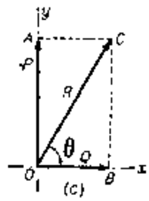
$R=12t$ 之力分解爲夾角 45°與 30° 兩方向的分力時，如圖解所示可得。

或由代數式（1.1)式，$\alpha=45°+30°=75°$；$\theta=30°$；$R=12t$ 求 P,Q。假定二力互向垂直（1.5圖的情形）則

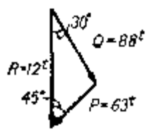
$$P=R\sin\theta.\qquad Q=R\cos\theta$$



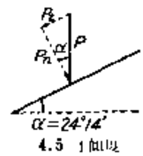
1.4 圖



1.5 圖



1.6 圖



1.7 圖

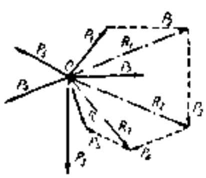
〔例 1.1〕 屋架之人字大料與水平面之夾角 α(1.7)圖屋頂荷重傳給小梁，小梁傳給人字大料之力 P。試將 P 力分解成平行及垂直於人字大料之二分力。

〔解〕 垂直分力 $P_n=P\cos\alpha=0.912P$

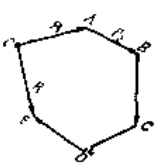
平行分力 $P_t=P\sin\alpha=0.41P$

(b) 多力的情形

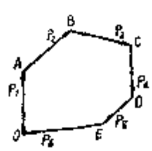
圖解法 數力共同求其合力時，如(1.8)圖所示，先求 P_1P_2 的合力 R_1，再求 R_1 與 P_3 的合力 R_2，如此逐步推求，最後即得總合力 R。但如此圖解易滋混亂，故改用(1.9)圖所示，任選一點 O 開始分別作與 P_1，P_2……等大小相等的平行線。連結始點 O 與終點 E，OE 即表示合力的大小與方向。$ABCDE$ 謂之「示力圖」示力圖只表示力的大小與方向而不能表示力的作用點。



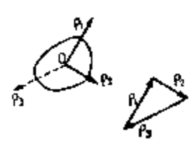
1.8 圖



1.9 圖



1.10 圖

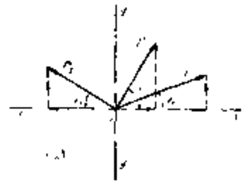


1.11 圖

茲另有 P_6 力，大小與 R 相等，方向與 R 相反。則(1.9)圖示力圖變成如(1.10)圖。於是力的箭頭沿着多邊形循環而成閉合狀態。故示力圖成閉合時，意即合力等於〇。

三個力的合力等於O時,其示力圖成三角形。力箭沿邊循環如(1.11)圖所示。故**三力共點而維持平衡時，其示力圖必成三角形。**

代數法 如(1.12a)圖所示，以代數法求合力時，以O為原點選二直角座標軸。將P_1，P_2，P_3分解成x，y兩方向的分力，再求各向總分力ΣF_x與ΣF_y的合力。力的正負方向規定如(b)圖所示：



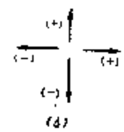
x方向向右為(+)

y方向向上為(+)

x向分力的總和ΣF_x，y向分力的總和ΣF_y

$$\Sigma F_x = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 - P_3\cos\alpha_3$$

$$\Sigma F_y = P_1\sin\alpha_1 + P_2\sin\alpha_2 + P_3\sin\alpha_3$$



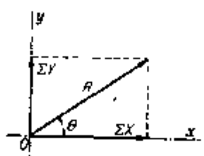
1.12 圖

其次ΣF_x，ΣF_y的合力R如(1.13)圖所示與(1.1a)式同

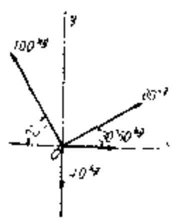
$$R = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \quad \cdots\cdots (1.1b)$$

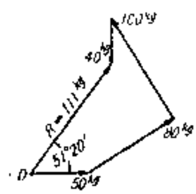
〔例1.2〕如(1.14)圖所示，試以代數法求諸力的合力。



1.13 圖



1.14 圖



1.15 圖

〔解〕 $\Sigma F_x = 50 + 80\cos 30° - 100\cos 60° - O = 69.3\,\text{kg}$

$\Sigma F_y = O + 80\sin 30° + 100\sin 60° - 40 = 86.6\,\text{kg}$

$$\tan\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{86.6}{69.3} = 1.249 \quad \therefore \theta = 51°20'$$

$$R = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{(69.3)^2 + (86.6)^2} = 111\,\text{kg}$$

若以圖解法，如(1.15)圖所示，以任意點O為始點，逐步作圖亦易求得合力R。

(c) 力矩

力矩 如(1.16)圖所示之剛體，取一垂直紙面之O軸，在剛體內任一點O',

施以P力，則P力使剛體繞O軸而旋轉。這種使剛體發生旋轉的作用謂之「力矩」，以M表示。

力矩的大小以P力之大小與自O軸到P力作用綫之垂直距離的乘積表示。即
$M = P \cdot y (= 2\Delta OBA)$

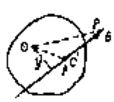
力矩的單位即以力與距離的複合單位表示。例如$P = 1\text{t}$；$y = 2\text{m}$，則
$M = 1 \times 2 = 2\ \text{t.m}$

力矩方向正負的規定：

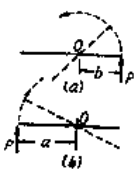
順時針轉為（＋）

逆時針轉為（－）

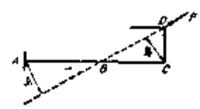
例如(1.17)圖，O為轉軸，梁為剛體P力垂直作用於梁上則(a)的情形$M = -P \cdot b$；(b)的情形$M = P \cdot a$



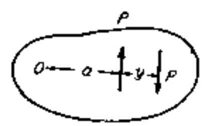
1.16 圖



1.17 圖



1.18 圖



1.19 圖

〔例 1.3〕如(1.18)圖，試求M_A，M_B，M_C，M_D

〔解〕　$M_A = P_{y1}$，$M_B = M_D = 0$　　$M_C = -P_{y2}$

力偶　如(1.19)圖所示，大小相等，方向相反作用綫相距y的一組平行力謂「力偶」（couple）力偶的合力等於O，但力矩等於$P \cdot y$。茲於剛體內任一點O考慮：

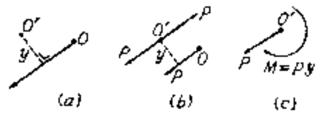
$$M = P(y+a) - Pa = Py$$

故無論軸的位置在何處，力偶的大小恒一定即 $M = P \cdot y$

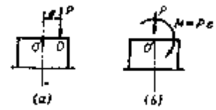
其次，力偶雖屬於第(3)種非共點力的情形，但就其作用綫，下面可詳細說明力偶現象。

力之平行移動：如(1.20)圖(a)所示，在剛體內一點O，作用力P。茲由O點平行移動至O'。如(b)圖示在O'上施以一組大小相等方向相反之二P力，此對剛體毫無影響。於是O'之二P力與O之P力組合成一力偶及一P力，結果如圖(c)

。故一力由任意一點平行移動至另一點時，必伴生一力偶。



1.20 圖

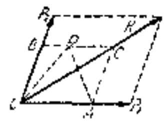


1.21 圖

(3) **非共點力**

(a) **Varignon 定理**

數力作用於剛體，諸力對剛體內任意一點力矩的代數和等於合力對該點的力矩。(1.22)圖示二力 P_1，P_2 作用的情形以說明本定理。



1.22 圖

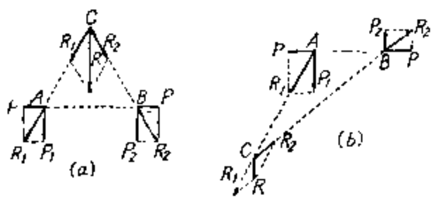
茲過任一點 O 作平四邊形 $OACB$。OA，OB，OC 表示 P_1，P_2，R 三力的比例大小。於是

$$\left.\begin{array}{l} P_1 \text{ 的力矩} M = -2\Delta ODA = -2\Delta OAC = -2\Delta OBC \\ P^2 \text{ 的力矩} M = 2\Delta OBD \end{array}\right\} \text{和} = -2\Delta OCD$$

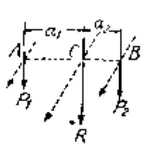
但合力 R 的力矩（$-2\Delta OCD$）卽等於 P_1，P_2 的力矩和。若 D 在 R 作用綫上，則 R 之力矩 $M = O$，從而 P_1，P_2 之力矩和亦等於 O。二個以上多力的情形，先分解或 ΣF_x 與 ΣF_y 二力，同理證實。故對多力的情形，本定理同樣成立。

(b) **二平行力的合成**

圖解法 如(1.23)圖示，A，B 是二平行力 P_1，P_2 的作用點。假定一組大小相等方向相反的 P 力作用在 A B 連綫上。首先求出 P_1 與 P 及 P_2 與 P 之合力 R_1，R_2，延長 R_1，R_2 作用綫交於 C。此卽 P_1，P_2 之合力 R 作用綫的位置。(a)圖爲平行力同方向的情形。(b)圖爲相反方向的情形。



1.23 圖



1.24 圖

代數解法：

同方向的情形：(1.24)圖

合力之大小 $R = P_1 + P_2$；合力的方向同 P_1，P_2。合力的作用綫通過 C 點，其與 P_1，P_2 的距離乃與 P_1，P_2 力的大小成反比。

由 Varignon 定理可證知：

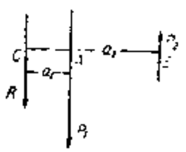
$$-P_1a_1+P_2a_2=R\times 0 \qquad \therefore \ \frac{a_1}{a_2}=\frac{P_2}{P_1}$$

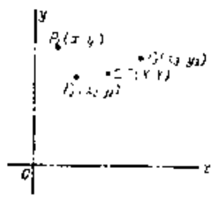
P_1，P_2 之作用綫同時傾斜時，其合力之作用綫亦通過 C 點。意即一組平行力的合力皆通過同一點，此點謂平行力的重心。

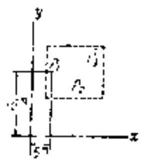
反方向的情形：(1.25)圖

合力的大小 $R=P_1-P_2$；合力的方向同大力 P_1 的方向。合力的作用綫在 P_1 外側，其位置距離仍與 P_1，P_2 力的大小成反比。注意 R 的作用綫既不在 P_2 的右外側，亦不在 P_1 與 P_2 之間。

若 $P_2=P_1$ 則如第四頁所述，其合力 $=O$，但力偶存在。


1.25圖


1.26圖


1.27圖

(c) **多個平行力的合成**

如(1.26)圖示剛體內任一點 O 視爲原點，取一與力平行者爲直角座標軸。P_1P_2 ⋯等諸力作用點的座標爲 (x_1y_1)，(x_2y_2)⋯，爲求合力 ΣP 的中心 (X,Y)，假定 O 點爲垂直於紙面之轉軸考慮之。

首先假想諸力皆向下平行於 y 軸，則

$$P_1x_1+P_2x_2+\cdots\cdots=(P_1+P_2+\cdots)\cdot X=\Sigma P.X$$

其次假想諸力皆向右平行 x 軸，則

$$P_1y_1+P_2y_2+P_3y_3+\cdots=(P_1+P_2+\cdots)\cdot Y=\Sigma P.Y$$

$$\therefore\ X=\frac{\Sigma(Px)}{\Sigma P} \qquad Y=\frac{\Sigma(Py)}{\Sigma P} \qquad \cdots\cdots(1.2)$$

又合力方向同 P_1P_2 的方向；合力大小 $=P_1+P_2+\cdots=\Sigma P$

〔例1.5〕(1.27)圖

圖示三柱荷重 $P_1 = 150\text{t}(5\text{m}, 15\text{m})$

$P_2 = 150\text{t}(10\text{m}, 10\text{m})$

$P_3 = 300\text{t}(15\text{m}, 20\text{m})$

三柱作用在同一基礎板上。爲使基礎板的中心與柱荷重的中心一致，應求出荷重的中心。

〔解〕 荷重合力 $\Sigma P = 150 + 150 + 300 = 600\text{t}$

由(1.2)式

$$X = \frac{\Sigma(Px)}{\Sigma P} = \frac{150\times5+150\times10+300\times15}{600} = 11.25\text{m}$$

$$Y = \frac{\Sigma(Py)}{\Sigma P} = \frac{150\times15+150\times10+300\times20}{600} = 16.25\text{m}$$

假設容許地耐力度 15t/m^2，求所需基礎板底面積

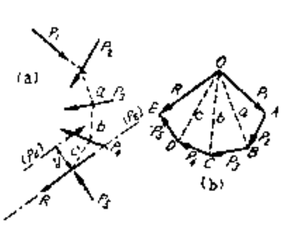
自重 75t，荷重 600t，計 675t

$\therefore \dfrac{675}{15} = 45\text{m}^2$ 即每邊6.72m見方，大約7m見方。

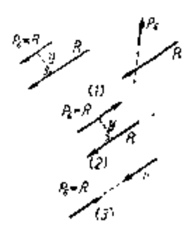
(d) **多力的合成**

圖解法 非共點力的合成，圖解法有下列二種。

第一法 （數力不平行的情形）



1.28圖



1.29圖

(1.28)圖(a)已知力 $P_1P_2P_3P_4P_5$。(b)圖取任意一點 O 爲始點作示力圖 $OABCDE$。OE 即合力的大小與方向。其次，如(b)圖示，P_1P_2 之合力 a，其作用綫必過(a)圖上 P_1P_2 的交點。a 與 P_3 之合力如(b)圖示爲 b，其作用

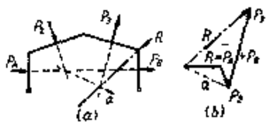
綫必過(a)圖上 aP_3 的交點。如此順次推演，最後得合力 R 的位置。(a)圖謂之「連力圖」。如此，若(a)圖上另有 P_6 作用時，其大小、方向、位置如(1.29)圖所示三種情形予以考慮。

(1) $P_6 \neq R$，而與 R 平行且距離 y 或者與 R 相交的情形。(合力存在)

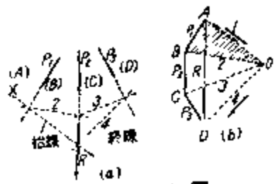
(2) $P_6 = R$，與 R 形成力偶的情形。(力偶存在)

(3) $P_6 = R$，與 R 同一作用綫的情形。(合力與力偶皆不存在)

〔例1.6〕如(1.30)圖(a)所示，構造物受風力 $P_A P_B P_2 P_3$ 試求其合力。



1.30 圖



1.31 圖

〔解〕 $P_A P_B$ 在同一作用綫上，其合力 $P_1 = P_A + P_B$ 作(b)示力圖得知合力 R 的大小與方向，合力的位置，自(a)圖 $P_A P_2$ 的交點作(b)圖 a 的平行綫，此平行綫與 P_3 的交點即得合力 R 的位置。

第二法 (連力圖法)(諸力近乎平行的情形)諸力近乎行時，以第一法作圖困難，宜改用第二法。如(1.31)圖(a)示力 $P_1 P_2 P_3$ 之位置。在(b)示力圖上，取任一點 O 為極點，由極點引射綫1、2、3、4。$ABCD$ 各點乃由已知 $P_1 P_2 P_3$ 按各力大小平行移動而得者。在(a)圖上由任一點 X，作平行於1射綫的直綫(始綫)次由1綫與 P_1 之交點作平行於2射綫的直綫，同法順次作出3綫，4綫(終綫)。最後始綫與終綫之交點即為合力 R 的位置。

證明：

今(b)圖上，OA 與 AO，OB 與 BO 等，各為大小相等方向相反的力，在1，2、3 綫作用，故其結果對剛體毫無影響。(b)圖上，OA，P_1，BO 形成力的三角形，其合力等於 O。(參考第二頁)

$P_1 P_2 P_3$ 對剛體作用的效果等於連力圖(a)上之始綫1與終綫4上作用 AO，OB 大小的力所得的效果。故合力的大小與方向如(b)圖所示，而其位置如(a)圖所示為始綫1與終綫4的交點。

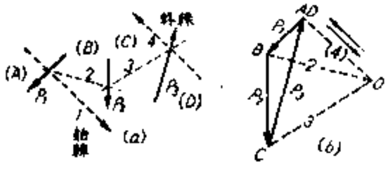
(1.31)圖(a)連力圖其始綫與終綫相交，而(1.33)圖(a)其始綫與終綫重合。

二者之連力圖皆成閉合狀態。意即力偶等於O。

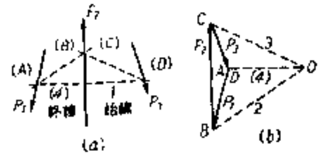
(1.31)圖之連力圖閉合而示力圖不閉合（合力存在）

(1.32)圖之連力圖不閉合而示力圖閉合（合力爲O而力偶存在）

(1.33)圖之連力圖與示力圖皆閉合（合力與力偶皆等於O）



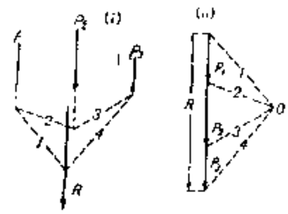
1.32 圖



1.33 圖

如(1.34)圖所示，諸力互相平行時，亦可運用連力圖法。

代數解法　一般數力不共點用代數法求其合力時，將諸力分解爲平行於任一直角座標軸的分力，次將諸分力總和ΣF_x，ΣF_y平行移動於原點O，並求得ΣF_x，ΣF_y對O點所產生的力偶M(1.35)圖，換言之，許多力對任意點O作用,可得一合力R與力偶M。

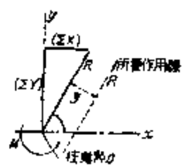


1.34 圖

於是合力R的大小與方向，由（1.1b）式得

$$R=\sqrt{(\Sigma F_x)^2+(\Sigma F_y)^2}\ ,\quad \tan\theta=\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

作用線位置　$y=\dfrac{M}{R}$



1.35 圖

1.2　力之平衡

數力作用於靜止剛體，要維持平衡靜止狀態，則諸力合成的結果，必不可形成一力或一力偶。若有合力存在，則剛體沿合力方向移動；若有力偶存在,則剛體依力偶的方向轉動。故剛體要維持平衡狀態，則必順合乎下列條件。

(1)　**共點力的情形**

這種情形顯然力偶M等於O。

代數條件：　$R=\sqrt{(\Sigma F_x)^2+(\Sigma F_y)^2}=O$