财政部“十五”规划教材

全国高职高专院校财经类专业教材

经济数学基础教程

刘应辉 主编

JINGJI SHUXUE JICHU JIAOCHENG

经济科学出版社

财 政 部“十 五”规 划 教 材
全国高职高专院校财经类专业教材

经济数学基础教程

刘应辉 主编

经 济 科 学 出 版 社

责任编辑：凌 敏 张建光
责任校对：徐领弟
版式设计：代小卫
技术编辑：李长建

经济数学基础教程

刘应辉 主编

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址：北京海淀区阜成路甲 28 号 邮编：100036

第三编辑中心电话：88191307 发行部电话：88191515

网址：www.esp.com.cn

电子邮件：esp@esp.com.cn

北京密兴印刷厂印装

850×1168 32 开 18 印张 440000 字

2003 年 1 月第一版 2003 年 1 月第一次印刷

印数：00001—10000 册

ISBN 7－5058－2573－9/F·1965 定价：27.50 元

图书在版编目（CIP）数据

经济数学基础教程／刘应辉主编．—北京：经济科学出版社，2003.1

财政部“十五”规划教材

ISBN 7-5058-2573-9

Ⅰ．经…　Ⅱ．刘…　Ⅲ．经济数学-高等学校-教材　Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 003287 号

编 审 说 明

本书是全国财经类通用教材。经审阅，我们同意作为全国高职高专院校财经类专业教材出版。书中不足之处，请读者批评指正。

财政部教材编审委员会

2001年5月15日

前　言

本书是根据财政部“十五”教材建设规划的要求，由财政部教材编审委员会组织编写的，作为全国高职高专院校财经类专业教材。

《经济数学基础教程》是财经高等教育各专业必修的课程，是学习现代经济管理的重要基础和工具。

随着社会主义市场经济的发展和全球经济化时代的到来，高等数学对经济领域的渗透日益显著，现代经济管理正朝着定性和定量相结合的数学化方向发展。可以预言：21 世纪的经济文献将少不了严谨的数学推理和形象化经济数学模型的描述。但是，现代财经专业，应当学习、掌握哪些数学知识就能既符合财经高等专科教育的培养目标，又能适应21 世纪加入 WTO，实现经济全球化的人才素质要求。本教材对此进行了一次新的、“再设计”和“再创新”的探索，这是本教材的编写宗旨。

经济数学必须为财经专业服务。编写出学习财经专业“必须”和“够用”的经济数学基础知识，为学习财经各专业提供必备的数学工具和经济数学模型，是本教材的编写原则。

根据这一宗旨和原则，我们力求做到——

创新体系，强化应用。本教材是由经典数学、随机数学和模糊数学“三大基石”构建的新的经济数学基础的学科体系，为研究经济理论，拓宽经济应用，解决大量存在于经济领域的随机

的或模糊（不确定）的经济现象提供了数学方法。继承传统，面向现代。学生既学习经典的微积分等，也学习近代的随机数学，还要让他们了解现代的、新的模糊数学。微积分教会学生从无限近似中寻找精确；随机数学教会学生从随机中寻找必然；而模糊数学则将教会学生从不确定的“模糊”中寻找确定。让学生接受现代的新的观念，以启迪他们的创新思维。理论联系实际，重在解决实际，重在培养和训练学生分析解决经济问题的能力。教材既具有抽象、严谨和精确的数学品质，又具有具体、形象和生动的经济学的特点，较好地体现了抽象与具体，理论与实际相结合的编写特色。

本教材从财经高等专科教育培养目标和现代财经人才知识结构出发，结合继续教育和终身教育发展的需要，为教学设计了较大的弹性空间：一至七章为一级（过渡）教学核心要求、一至八章为二级教学基本要求和一至九章为三级教学较高要求，教者可根据具体情况任选一个级别进行教学；教材配备了较丰富的例题和习题，教者可以根据实际情况进行选择；在教材内容取舍上注意了“以文为主，文理兼融”的复合型人才素质的要求；完成本课程教学约为 126 ~ 146 学时（书中带*号的内容可作为选修内容）。为配合教师精讲多练和学生自学多练的教学原则，还同时编写出版了与本教材配套的《复习纲要与习题全解》，供参考选用。

本教材的篇章体系由刘应辉设计制定。参加撰写的有：湖南财经高等专科学校刘应辉、哈尔滨商业大学张晓东、湖北财经高等专科学校黄少年、广西财政高等专科学校屈思敏和山西财税专科学校阎慷。具体各章撰写人分别是第一、二、三章为刘应辉；第四、九章为阎慷，第五、六章（§6.1 ~ §6.2）为屈思敏；第六章（§6.3 ~ §6.8）为张晓东；第七、八章为黄少年。全书由刘应辉总纂定稿。

本教材是在总结了多年来统编《经济应用数学》（专科）教学实践基础上的“再设计”。因此，我们必须提到的是参加前两轮教材编写的刘应辉、张祖毅、李静芬、赵斯泓、白富志、刘超、杨文安等，正是他们的辛勤劳动为本教材奠定了基本的框架，我们还要提到的是为前两轮《经济应用数学》进行过认真审查，曾为编写组提出过许多宝贵意见的教授专家董承章、程理民、刘冠军等，他们宝贵的意见至今仍在本次编写中起着指导的作用。本教材出版前在财政部教材编审委员会的直接组织领导下，得到了董承章、李静芬教授的认真审阅和具体指导；得到了经济科学出版社凌敏和张建光同志的关心和帮助；还得到了参加本教材编写的五所院校的大力支持。借此，一并表示诚挚的感谢。

本教材是全日制财经大学专科教育通用教材，也可作高等函授大学、夜大学、职工大学等财经类专科学生的学习教材，还可供在职财经工作人员自学用书。

由于编者水平有限，书中不妥之处，敬请读者和同行批评指正。

编　者

2002 年 11 月

目　　录

第一章　一元函数极限法

教学目的与要求　本章包括函数、极限、连续．重点是极限，它是建立微积分概念和法则的基础．函数是微积分研究的对象．要深刻理解函数的概念，了解函数的主要性质，掌握基本初等函数的特性；理解复合函数、初等函数，知道分段函数；熟悉常用的经济函数及模型．极限法是研究函数的方法．要能直观地理解极限的概念；熟练掌握极限的运算法则和两个重要极限；知道极限法在经济领域的一些应用．连续是研究函数的出发点．要能直观地理解函数连续的概念；知道初等函数的连续性及在闭区间上连续函数的性质；理解经济函数的"连续性"．

§1.1　一元函数的概念

函数是描述客观世界中量与量之间的相依关系，是微积分研究的主要对象．

（一）区间与邻域

我们知道，现实世界中有两种不同的量：一种是在某一过程中不发生变化而保持一定的数值，称此为常量；另一种是在某一过程中可以取不同的数值，称此为变量．

1. 区间

称一元变量的取值范围为该变量的变化区间，即变量取值的

集合. 按区间端点的情况，有如下两类区间：

有限区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ 开区间

$[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 闭区间

$[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$ 半开（左闭右开）区间

$(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$ 半开（左开右闭）区间

无限区间 $(a, +\infty) = \{x \mid a < x < +\infty\}$

$[a, +\infty) = \{x \mid a \leqslant x < +\infty\}$

$(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$

$(-\infty, b] = \{x \mid -\infty < x \leqslant b\}$

$(-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\} = \mathrm{R}$

在几何上，有限区间是从点 a 到点 b 的有限线段；无限区间是以点 a 或点 b 为端点的一条射线，或是整条数轴；端点依照区间的类型，有时包含在线段或射线内，有时则不包含在线段或射线内.

2. 邻域

设实数 x_0、δ，且 $\delta > 0$，称数集 $\{x \mid x_0 - \delta < x < x_0 + \delta\}$ 为点 x_0 的 δ 邻域，记作 $U(x_0, \delta)$，即

$$U(x_0, \delta) = \{x \mid x_0 - \delta < x < x_0 + \delta\}$$

称点 x_0 为邻域的中心，δ 为邻域的半径.

在几何上，邻域 $U(x_0, \delta)$ 表示以点 x_0 为中心，长为 2δ 的开区间，如图 1－1.

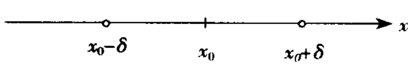

图 1－1

有时研究的邻域是不包括中心点 x_0 的，称此邻域为去心邻域，记作 $U(\hat{x}_0, \delta)$，即

$$U(\hat{x}_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$$

（二）函数的定义

现实世界中各种变化着的量不是孤立的，而是相互联系、相互影响的. 这种变量间的相依关系反映到数学上就是函数. 它描述了自然现象中量的变化规律.

定义 1.1 设 x、y 是两个实变量，D 是一个确定的非空实数集合，如果存在某一对应法则 f，使得对于每一个数值 $x\in D$，变量 y 都有确定的数值与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记作

$$y=f(x)\quad x\in D$$

其中称 x 为自变量，y 为因变量，D 为函数的定义域，常用 D_f 表示.

由函数定义可知，定义域（D_f）和对应法则（f）是确定函数的两要素. 这就是说，两个函数只要定义域和对应法则都分别相同，那么，它们所确定的函数就是相同的函数；只要定义域和对应法则之一不同，它们所确定的函数就是不相同的函数.

例如，$y=1$ 与 $y=\sin^2x+\cos^2x$ 是相同的函数，而 $y=x+1$ 与 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 却是不相同的函数.

设 $y=f(x)$（$x\in D$），当 $x_0\in D$ 时，称由“f”所确定的实数值 y_0 为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $y_0=f(x_0)$ 或 $y_0=y\big|_{x=x_0}$. 此时，称函数 $f(x)$ 在点 x_0 有定义（有意义）. 称由函数值 y_0 组成的集合为函数的值域，记作 Z_f.

在几何上，函数 $y=f(x)$（$x\in D$），表示在 xoy 坐标平面上的一条曲线；它在经济上则反映了两种经济量的相依关系. 例如，一般地，总成本 C 是产品产量 Q 的函数，即 $C=C(Q)$.

（三）函数重要的几何特性

从几何性态看，函数具有有界、单调、奇偶、周期等重要的

几何特性.

1. 函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果存在正数 M，使得对于区间 D 内所有的 x，恒有

$$|f(x)| \leqslant M$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 D 上有界；如果不存在这样的数 M，则称函数 $f(x)$ 在区间 D 上无界.

在几何上，有界函数的图像是介于两条水平直线 $y=-M$ 与 $y=M$ 之间.

例如，$y=\sin x$ 对于 $x \in \mathrm{R}$ 都有

$$|\sin x| \leqslant 1$$

所以，函数 $y=\sin x$ 在 R 内是有界的. 它的图像介于水平直线 $y=-1$ 与 $y=1$ 之间.

又如，$y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上有界，但它在 $(0, 1)$ 内是无界的.

2. 函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果对于区间 D 内的任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是严格单调递增（或严格单调递减）的. 单调递增或单调递减函数的自变量的取值区间称为该函数的单调区间.

在几何上，严格单调递增函数的图像是随着 x 的增加而上升；严格单调递减函数的图像是随着 x 的增加而下降.

当 $x_1<x_2$ 时，若 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$）$(x_1, x_2 \in D)$，则称函数 $f(x)$ 是单调不减函数（或单调不增函数）.

3. 函数的奇偶性

设函数$f(x)$在关于原点对称的区间（$-a$, a）上有定义，且恒有

$$f(-x)=f(x)\ (\text{或}\ f(-x)=-f(x))$$

则称函数$f(x)$为偶（或奇）函数.

在几何上，偶函数的图像是关于y轴对称，而奇函数的图像是关于原点对称.

4. 函数的周期性

设函数$f(x)$在区间D上有定义，如果存在一个常数$T\neq 0$，使得对任意的$x\in D$有$x+T\in D$，且$f(x\pm T)=f(x)$，则称函数$f(x)$为周期函数. 称T为$f(x)$的周期. 通常我们所说的周期是指函数$f(x)$的最小正周期.

在几何上，周期函数的图像是自变量每增加或减少一个周期后，图像便重复出现.

最常见的周期函数是三角函数，例如，$y=\sin x$的周期$T=2\pi$等.

（四）几种与函数有关的概念

1. 基本初等函数

（1）幂函数　$y=x^{\alpha}$　（$\alpha\in\mathrm{R}$）；

（2）指数函数　$y=a^{x}$　（$a>0$，$a\neq 1$）；

（3）对数函数　$y=\log_{a}x$　（$a>0$，$a\neq 1$）；

（4）三角函数　$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\mathrm{tg}x$，$y=\mathrm{ctg}x$；

（5）反三角函数　$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\mathrm{arctg}x$，$y=\mathrm{arcctg}x$.

以上五类函数统称为基本初等函数，其定义域、图像和特性等，

参见附录Ⅰ.

注意：基本初等函数的特点为，自变量是“1 个 x”.

2. 显函数与隐函数

在函数的表示中，一般因变量 y 是由含有自变量 x 的数学式直接表示为 $y=f(x)$ 的形式，如，$y=\sin(x^2+1)$，$y=e^{x^2}+\ln x$ 等，称这种方式表示的函数为显函数. 有时，变量 x，y 之间的相依关系，是由二元方程 $F(x, y)=0$ 给出，如 $x^3+y^3-1=0$，$\sin(x+y)+e^{xy}=0$ 等，称这种方式表示的函数为隐函数.

有些隐函数可以改写为显函数，如 $x^3+y^3-1=0$，其显函数形式为 $y=\sqrt[3]{1-x^3}$；而有些隐函数则不能改写为显函数形式，如 $\sin(x+y)+e^{xy}=0$.

3. 直接函数与反函数

一般地，设 $y=f(x)$ 是定义在 D_f 上的一个函数，其值域为 Z_f，如果对每一个数值 $y\in Z_f$，有确定的且满足 $y=f(x)$ 的数值 $x\in D_f$ 与之对应，其对应法则记作 f^{-1}，则称定义在 Z_f 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 为函数 $y=f(x)$ 的反函数，而把 $y=f(x)$ 叫做直接函数.

习惯上常用 x 表示自变量，y 表示因变量，因此，把 $y=f(x)$ 的反函数记作 $y=f^{-1}(x)$.

在几何上，直接函数与反函数的图像是关于直线 $y=x$ 对称的.

4. 简单函数与复合函数

由常数和基本初等函数通过有限次四则运算而成的函数，叫做简单函数. 例 $y=x^2+2^x$，$y=\dfrac{\sin x}{x+e^x}$，$y=x^2e^x$，$y=x^2+1$ 等，