SHIYAN LILUN FANGFA

DIANZI XITONG XIAOZIYANG

电子系统
小子样试验理论方法

王国玉 申绪涧 汪连栋 戚宗锋 著

张金槐 审

国防工业出版社

National Defence Industry Press

http://www.ndip.com.cn

电子系统
小子样试验理论方法

王国玉　申绪涧
汪连栋　戚宗锋　著
张金槐　审

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

电子系统小子样试验理论方法 / 王国玉等著. —北京：国防工业出版社，2003.4

ISBN 7-118-03092-9

Ⅰ.电...　Ⅱ.王...　Ⅲ.电子系统-试验模型　Ⅳ.TN103

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 007985 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

腾飞印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168　1/32　印张 7⅛　181 千字

2003 年 4 月第 1 版　2003 年 4 月北京第 1 次印刷

印数：1-4000 册　定价：12.00 元

前　言

传统电子系统试验数据处理中一般采用的是建立在经典频率学观点基础上的统计决策方法。为得到置信度较高的试验结果，需采用较大数目子样检验法，从而使得对每一试验题目都需进行多次重复的检验，这不可避免地导致了试验周期长、试验成本高等问题，同时也给试验的组织、指挥、协调和实施带来了很大难度。从解决这些实际问题的角度考虑，需要对传统的大子样检验的试验方法进行优化和改进，探索出一种小子样试验方法。

随着电子系统科技的进步和鉴定评估试验事业的发展，传统的经典统计方法在应用中越来越多地暴露出其缺点和局限性，如对试验结果的解释与常识及人的直观思维相矛盾；假设检验问题会由于误用而产生不合理的结果等。这些问题促使我们必须探索出一种新的试验技术理论与方法，来解决这些矛盾。

Bayes（贝叶斯）方法充分利用客观存在但又为人们通常所忽视的验前信息，并根据试验获得的观测数据进行条件分析和推断。这样，在得到同样的置信度条件下，所需的抽样数目将大为减少，从而有效地缩短试验周期，大大降低试验消耗，提高试验效率，获得较高的效费比。同时，由于 Bayes 方法的先进性，对于试验结果解释的合理性及其使用时的易操作性，使得该方法在高消耗的试验中有着广泛的应用前景。

正是基于以上认识，本书面向电子系统试验的实际工程背景，着重研究如何把 Bayes 方法应用到电子系统试验中，并结合以往实际试验的数据和结果进行了分析和对比。结果表明，应用 Bayes 方法对现行的试验方法进行了优化和改进，具有良好的效果，逐步

完善之后可以应用到后续的试验任务中去。

本书对 Bayes 小子样方法的理论与方法及其在电子系统试验中的应用做了详细介绍和阐述。全书共分为 6 章:第 1 章简要介绍了概率论和数理统计中的基本概念和基本理论,并对与电子系统试验密切相关的几种概率分布及其适用范围进行了详细说明;第 2 章概述了电子系统试验中传统的数据处理方法,重点介绍了试验中子样大小的确定方法,讨论了传统试验设计方法存在的不足和弊端,在此基础上对其优缺点进行了评析;第 3 章引进 Bayes 理论的基本内容,在 Bayes 公式的基础上详细阐述了验前分布、验后分布及 Bayes 统计推断的基本原理与方法,并对 Bayes 理论在国防科技领域的典型应用进行了初步归纳,对其在理论及应用上尚存的一些争议及其优缺点也进行了介绍和分析;第 4 章讨论了 Bayes 统计推断的理论,推导并论证了正态分布总体和二项分布总体未知参数的 Bayes 估计和假设检验,并指出了其相对于传统方法的先进性;第 5 章介绍了序贯验后加权检验(SPOT)与小子样试验方法的基本理论,针对电子系统试验的实际需要,推导并论证了正态分布总体和二项分布总体未知参数的 SPOT 方法;第 6 章以雷达的探测距离和发现概率为例,详细叙述了验前信息的获取及整理过程,并采用自助方法获得了验前分布函数,对于试验的结果进行了参数估计和假设检验,利用 SPOT 方法对探测距离的指标和发现概率进行了假设检验。通过与传统方法结果的对比分析,确定了 Bayes 方法在电子系统试验中应用的可行性及优越性。

由于电子系统小子样试验理论方法的研究与应用是一个崭新的领域,有些问题尚待进一步深入研究,故书中难免有错漏之处,恳望读者批评指正。

作　者

2002 年 12 月

内 容 简 介

本书介绍了 Bayes 小子样方法的理论及其在电子系统试验中的应用，主要包括：概率论和数理统计的基本理论及与电子系统试验密切相关的概率分布及其特性；电子系统试验中现用的数据处理方法及其存在的弊端；Bayes 理论的基本内容及其在国防科技领域的典型应用；Bayes 统计推断的理论，正态分布总体和二项分布总体未知参数的 Bayes 估计和假设检验及其相对于传统方法的先进性；SPOT(序贯验后加权检验)方法的基本理论，电子系统试验中的正态总体和二项总体未知参数的 SPOT 方法；以雷达探测距离和发现概率为例，详述历史数据的获取及整理、验前分布函数的获得、试验结果的 Bayes 估计和检验，探测距离和发现概率指标的 SPOT 检验等。

本书内容新颖，系统性强，理论联系实际，基本反映了近年来电子系统试验技术研究领域的新理论、新方法和新成果，具有较高的学术水平和应用价值。本书可作为从事电子系统或电子对抗系统数据处理、试验评估、试验设计以及统计决策领域科技人员的参考书，也可供高等院校本科生和研究生进行相关课题研究或课程学习时参考。

目　录

第1章　概率及概率分布

随机误差和系统误差是从统计观点出发对测量误差进行的分类，因而它们与测量值及测量误差的分布规律必然有某种内在的联系。要揭示这种联系，需要进一步研究测量值和测量误差分布的数字特征。

间接测量得到的测量值是直接测量的测量值的函数，其概率分布和数字特征依赖于直接测量的测量值的概率分布和数字特征。要揭示这种依赖关系，需要进一步研究测量值和测量误差函数的分布。

本章以电子系统试验中的典型而又属不同类型的测量值与测量误差为背景和范例，介绍概率论的基本知识。

1.1　基本概念

1.1.1　事件及事件的运算

对于某些事情来说，在同一组条件下，进行多次试验，必然得到同一的结果，我们称它为必然事件，用 Ω 来表示。例如："在标准大气压下，水加热到100℃"，不管谁来做此试验，每次都能得到同一结果："水沸腾了。"这就是必然事件。反之，在一定条件下必然不会发生的事情叫做不可能事件，用 Φ 来表示。显然，在一定条件下某个事件是必然事件，那么在同样条件下，这个事件的反面是不可能事件。

在自然界和人类实践活动中，除了必然事件和不可能事件外，还大量地存在着另一类有本质不同的事件，这类事件在一定条件

下可能发生，也可能不发生，这种事件叫做**随机事件**，简称**事件**。例如：测量某型号产品的尺寸。

在实际问题中，事件不是孤立存在的，它们相互之间有各种各样的联系。一些较为复杂的事件，往往由一些简单事件相联系相运算而构成。与数的运算得出新的数字一样，事件的运算得到新的事件。例如：在掷骰子的试验中，"出现偶数点"也是一个随机事件，但它是由"出现2点"，"出现4点"和"出现6点"3个简单事件构成的。

1.事件的包含和相等

如果事件 A 发生，必然导致事件 B 发生，就说事件 B 包含事件 A，记做 $B \supset A$。

例如：考察某圆柱产品是否合格时，直径和高度必须都合格。如果 A 表示"直径不合格"，B 表示"产品不合格"，则 A 发生必然导致 B 发生，所以有 $B \supset A$。

如果 $B \supset A$ 和 $A \supset B$ 同时成立，就说事件 A 和事件 B 相等，记做 $A = B$。

2.事件的和

事件 A 和事件 B 至少有一个发生而构成的事件，称为事件 A 与事件 B 的和，记做 $A \cup B$ 或 $A + B$。

例如：高射炮向敌机连发2弹，用 C 表示"击中敌机"，A 表示"第一弹命中"，B 表示"第二弹命中"，则 C 是 A 与 B 两事件的和，即

$$C = A + B \text{ 或 } C = A \cup B$$

同样，对于任意 n 个事件 $A_1, A_2 \cdots, A_n$，则可定义 $A_1, A_2 \cdots, A_n$ 的和就是"$A_1, A_2 \cdots, A_n$ 诸事件中至少有一个事件发生"，记做

$$A_1 + A_2 + \cdots + A_n = \sum_{i=1}^{n} A_i \text{ 或}$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

3.事件的积

由事件 A 和事件 B 同时发生而构成的事件，称为事件 A 与事

件 B 的积,或称事件 A 和事件 B 的交,记做 $A\cap B$ 或 AB。

例如:某产品的直径和高度如果均合格,则称该产品合格,以 A 表示“直径合格”,B 表示“高度合格”,C 表示“产品合格”,则 $C=AB$ 或 $C=A\cap B$。

同样,可定义 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积,表示“n 个事件同时发生”,记做

$$A_1A_2\cdots A_n=\bigcap_{i=1}^{n}A_i$$

4.事件的差

由事件 A 发生而且事件 B 不发生所构成的事件,称为事件 A 与事件 B 的差,记做 $A-B$。显然有 $A-B=A\bar{B}$。

5.事件的互斥和对立

如果事件 A 和事件 B 不可能同时发生,则称事件 A 和事件 B 互斥或互不相容的,即 $AB=\Phi$。

例如:掷一粒骰子,“出现 2 点”和“出现 3 点”是互斥的事件。

如果 A、B 两事件同时满足下列条件,则称事件 A 和事件 B 对立:

(1)在每次试验中,A 和 B 一定有一个事件发生,即 $A\cup B=\Omega$;

(2)在每次试验中,A 和 B 不可能同时发生,即 $A\cap B=\Phi$。

由此定义可见,对立事件是互斥事件的特例。

例如:雷达侦察距离试验中,“侦察距离大于 45km”和“侦察距离不大于 45km”就是一对对立事件。

1.1.2 事件的概率及其基本运算

在试验中随机事件可能发生或可能不发生,似乎无规律可循。但是从大量的试验和观察中,我们就会发现事件的发生还是呈现出一定的规律性。这种规律性告诉我们事件出现的可能性大小。刻划事件出现可能性大小的量便是概率。

1.概率

定义 1.1 将试验重复 n 次,如果随着试验次数 n 的增大,

事件 A 出现的频率$f_n(A)$逐渐稳定于某个常数 p，这时我们称该常数 p 为事件 A 的概率，记做 $P(A)=p$。概率有以下性质：

(1)规范性 $P(\Omega)=1, P(\Phi)=0$；

(2)非负性 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

(3)可列可加性 对于两两互斥的事件 $A_1, A_2, \cdots$，有

$$P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

2.条件概率

定义 1.2 在事件 B 已经发生的条件下，事件 A 发生的概率，叫做事件 A 关于事件 B 的条件概率，记做 $P(A|B)$。

若事件 B 的概率是 $P(B)$，则对任何事件 A 有

$$P(A \mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)} \tag{1.1.1}$$

例 1.1 某雷达使用寿命为 20 年的概率是 0.8，而使用寿命为 25 年的概率是 0.4。问现在已经使用了 20 年的这种雷达再用 5 年的概率是多少？

解 设 B =“用到 20 年”，A =“用到 25 年”。

因为 A 发生 B 一定发生，所以 $A\subset B$，因此 $AB=A$。

由已知 $P(A)=0.4$ 条件，$P(B)=0.8$，则有

$$P(A \mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{0.4}{0.8}=0.5$$

3.概率的加法原理

加法原理 如果事件 A 和事件 B 互斥，那么事件 $A+B$ 的概率等于事件 A 的概率与事件 B 的概率之和。即当 $A\cap B=\Phi$ 时，有

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \tag{1.1.2}$$

推论 1 若 $A_1, A_2\cdots, A_n$ 两两互斥，即对于任意 i, j 有 $A_iA_j=\Phi$，则有

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \tag{1.1.3}$$

推论 2 对于任意事件 A 及 A 的逆事件$\bar{A}$，有

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \tag{1.1.4}$$

例 1.2 某工厂的产品分为一级品、二级品和三级品。在正常生产条件下，出现二级品的概率是 7%，出现三级品的概率为 3%。今任取一只产品，求抽验到非一级品的概率。

解 记“抽验到的一只是二级品”为事件 A，记“抽验到的一只是三级品”为事件 B，则“抽验到的一只是非一级品”为事件 $A+B$，由于事件 A 与事件 B 是互不相容的，所以抽到非一级品的概率为

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0.07 + 0.03 = 0.10$$

例 1.3 某产品的合格率为 0.9，问不合格率是多少？

解 记“任意抽验一产品为合格品”为事件 A，则 $\bar{A}$ 为“任意抽验一产品为不合格品”。已知 $P(A)=0.9$，所以不合格率为

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.9 = 0.1$$

广义加法原理 对于任意事件 A 和事件 B，有

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \tag{1.1.5}$$

推论 对于任意的 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$，有

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i A_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n) \tag{1.1.6}$$

4. 概率的乘法原理

将式(1.1.1)两边同时乘以 $P(B)$，得到

$$P(AB) = P(B)P(A \mid B) \tag{1.1.7}$$

或

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A) \tag{1.1.8}$$

这个公式叫做概率的乘法公式。

同样可以得到 n 个事件的乘法公式

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 A_2) \cdots P(A_n \mid A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) \tag{1.1.9}$$

例 1.4 某厂生产的产品合格率为 0.98，而在合格产品中一

等品的概率为0.9。求该厂生产一等品的概率。

解　设 A =“产品是合格品”, B =“产品是一等品”。

由于一等品又必须同时是合格品,因此 $P(AB)$ 就是该厂生产一等品的概率。所以

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A) = 0.98 \times 0.9 = 0.882$$

5.全概率公式

定义1.3　设 Ω 为样本空间,若存在 $A_i \subset \Omega(i=1,\cdots,n)$ 满足

(1)对于任意 i,j,A_i,A_j 互斥;

(2) $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = \Omega$

则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为样本空间 Ω 的一个划分。

全概率公式　设样本空间 Ω 的一个划分为 $A_1,A_2,\cdots A_n$,且 $P(A_i)>0(i=1,\cdots,n)$,则对于任一事件 $B\subset\Omega$,有

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \mid A_i)P(A_i) \tag{1.1.10}$$

例1.5　2台车床加工同样的零件,第一台的废品率为0.04,第二台的废品率为0.07,加工出来的零件混放,假设第一台加工的零件是第二台加工零件的2倍,仅取一零件,问是合格品的概率为多少。

解　令 A =“任取一零件为合格品”, B_i =“零件为第 i 台车床的产品” $i=1,2$。此时,全部的零件构成样本空间 Ω, B_1,B_2 为 Ω 的一个划分。由全概率公式得

$$P(A) = P(A \mid B_1)P(B_1) + P(A \mid B_2)P(B_2) =$$

$$0.96 \times \frac{2}{3} + 0.97 \times \frac{1}{3} = 0.95$$

6.贝叶斯(Bayes)公式

Bayes公式在概率论和数理统计中有着多方面的应用,电子系统小子样试验方法也正是基于Bayes理论而产生的。

Bayes公式　设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为样本空间 Ω 的一个划分,且 $P(A_i)>0(i=1,\cdots,n)$,则对于任一事件 $B\subset\Omega$,若 $P(B)>0$,则