

垂直懸桿式及斜懸桿式 橋拱的計算

A. Я. 阿斯特瓦楚洛夫著

程剛 李壽祺譯

楊振清校

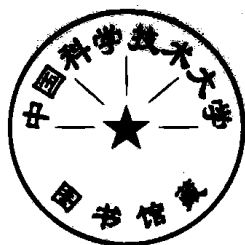
人民交通出版社

垂直懸桿式及斜懸桿式 橋拱的計算

A. Я. 阿斯特瓦差屠洛夫著

程 剛 李壽禎譯

楊振清校



人民交通出版社

本書論述之斜懸桿式、拉桿及垂直懸桿式拱肋的計算，並詳細列舉了計算公式和表值。本書專供橋梁設計技術人員工作與學習參考之用，亦可作為高等院校橋梁專業教學參考之用。

書號：1074-京

垂直懸桿式及斜懸桿式橋拱的計算

А. Я. АСТВАЦАТУРОВ

РАСЧЕТ МОСТОВЫХ АРОК

С ВЕРТИКАЛЬНЫМИ И НАКЛОННЫМИ

ПОДВЕСКАМИ

ДОРИЗДАТ

МОСКВА 1952

本書根據蘇聯道路出版社1952年莫斯科俄文版本譯出

程 剛 李壽楨譯

楊振清校

人 民 交 通 出 版 社 出 版

(北京安定門外和平里)

新 華 書 店 發 行

機械工業出版社印刷廠印刷

初編者：姚武瀨 複審者：徐澄清

1955年6月北京第一版 1955年6月北京第一次印刷

開本：33.5"×46" $\frac{1}{32}$ 印張：6 $\frac{1}{4}$ 張

全書94,000字 印數：1~2,100冊

定價(9)：1.56元

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇〇六號)

目 錄

序言

第一篇 拉桿及垂直懸桿式拱肋的計算

第一章 基本幾何數值的選擇

- §1. 拱軸形狀.....6
- §2. 斷面變化律及拱肋厚度的決定.....7

第二章 活載作用下剛性拉桿式剛拱的計算

- §3. 閉合形的計算.....9
- §4. 鉸接懸桿閉合形的計算..... 12
- §5. 確定彎矩、縱向力及剪力..... 22
- §6. 剛性拉桿式剛拱的計算例題..... 24
- §7. 活載作用下剛性拉桿式剛拱的近似計算..... 62

第三章 剛性拉桿式剛拱對恆載及溫度的計算

- §8. 對恆載的計算..... 63
- §9. 對溫度的計算..... 67

第四章 柔性拉桿式剛拱的計算

- §10. 對活載的計算.....68
- §11. 對恆載及溫度的計算.....71

第五章 剛性拉桿式柔拱的計算

- §12. 對活載的計算.....78
- §13. 對恆載的計算.....81

第六章 連續拱型體系的計算

- §14. 柔性拉桿式剛拱.....81
- §15. 剛性拉桿式柔拱.....85

第二篇 斜懸桿式拱肋

第七章 斜懸桿式剛拱的計算

§16. 斜懸桿式拱肋的一般算法	87
§17. 斜懸桿式三鉸拱的計算	91
§18. 懸桿的計算	104
§19. 斜懸桿式雙鉸拱的計算	105
§20. 拉桿及斜懸桿式拱肋	108
§21. 在全部懸桿釋去的情況下,雙鉸拱及拉桿拱的計算	109
§22. 拉桿及斜懸桿式拱肋的計算方案	112
§23. 剛性拉桿及斜懸桿式剛拱的計算	114
§24. 斜懸桿式拱肋對恆載的計算	115
§25. 決定斜懸桿式拱肋的撓度	115
§26. 計算斜懸桿式拱肋用表	117

第八章 半穿越式斜懸桿拱肋

§27. 三鉸拱	133
§28. 雙鉸拱	134
§29. 無鉸拱	136

第九章 剛性拉桿斜懸桿式柔拱

§30. 剛性鉸接拉桿式柔拱	138
§31. 剛性拉桿式柔拱的計算	145
§32. 懸桿的計算	147
§33. 桁架中斜懸桿的應用	148

第十章 斜懸桿式拱肋的計算例題

§34. 斜懸桿式三鉸拱的計算例題	150
§35. 柔性拉桿斜懸桿式剛拱的計算例題	176
§36. 剛性拉桿斜懸桿式柔拱的計算例題	182

參考文獻	191
------	-----

導證公式及製作表格時所採用的符號	192
------------------	-----

俄中名詞對照表	194
---------	-----

序 言

蘇聯共產黨第十九次代表大會關於1951~1955年蘇聯發展第五個五年計劃的指示中，規定了國民經濟各部門均有新的巨大的增長；其中關於汽車公路方面，在國家的汽車公路工作人員面前提出了「修築和改建的硬面的汽車路要比1946~1950年大約增加百分之五十，特別是在南部地區、南高加索及波羅的海地區」的任務。

由於汽車公路修建範圍的擴大，橋梁建築也就增加了。在橋梁建築中，鋼筋混凝土拱橋得到了廣泛的採用。

蘇聯建築橋梁的經驗證明，拱型鋼筋混凝土上部構造中，拉桿（承受拉力）式拱肋具有特殊的意義。為了節約金屬起見，這種結構可以成功地代替大中型梁式金屬上部構造。

拉桿拱型上部構造的一般形式是由拱肋、拉桿及懸桿互相聯結而組成的構造物，並由於其共同進行工作，故為一整體結構（圖1）。

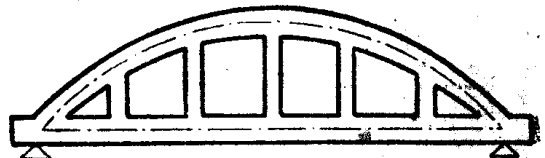


圖 1

根據拱肋、拉桿及懸桿的橫斷面尺寸，可區分為三種計算圖式：

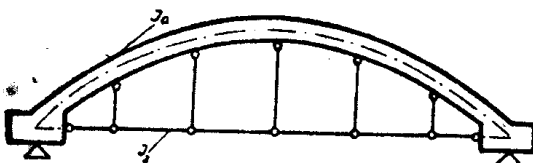


圖 2

拱肋與拉桿之彎矩比—— $\frac{I_a}{I_s} = \infty$ 。

2. 剛性拉桿式柔拱（圖3） 在此體系中，拱肋及懸桿由於其柔軟性故不能負擔彎曲，彎矩僅由拉桿承受；拱肋担负壓力，懸桿担负

1. 柔性拉桿式剛拱（圖2） 在此體系中，由於拉桿及懸桿的柔軟性而不能負擔彎曲，彎矩僅由拱肋承受。在這種情況下，

拉力。拱肋與拉桿之惰矩

比—— $\frac{I_a}{I_s} = 0$ 。

由於拉桿或拱肋的一般尺寸不允許當作是絕對柔性的構件，所以無論柔

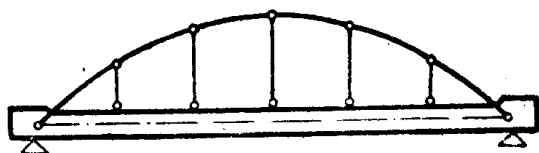


圖 3

性拉桿式剛拱或剛性拉桿式柔拱，實際上都很少遇到。實用上最常遇到的體系是拱肋及拉桿均為剛性構件。

3. 剛性拉桿式剛拱(圖 4) 是較以上兩種更精確的計算圖式。在該體系中，柔性的懸桿不能負擔彎曲。彎矩由拱肋與拉桿承受，因此拉桿負擔偏心拉力。該體系中，拱肋與拉桿之惰矩比等於一定值—— $\frac{I_a}{I_s} = \mu$ 。

無論第一種或第二種計算圖式，都是第三種圖式的局部情況，它們的計算內力，也可從第三種圖式中令 $\mu = \infty$ 及 $\mu = 0$ 計算求得。

在拉桿拱型上部構造的結構細部及其建築領域中，近年來出現許多新的概念，其目的在於改進施工方法，減輕上部構造在荷載下的負擔，同時改善它的外形(主要是減小聳立於行車道以上的拱肋尺寸)。

優質材料及改進的建築方法的應用，能够消除以往鋼筋混凝土拉桿式拱橋的固有缺點。

特殊的施工措施，其目的在於防阻負擔拉力的拉桿及懸桿出現裂縫，並防阻在拱肋內產生附加彎矩。

與研究施工方法同時，在各種上部構造形式中，根據內力分佈的理論研究，在降低構件的附加內力和減小構件尺寸方面，可以用選擇適當的結構形式而獲得一定的成功。關於這方面第一步是把具有拉桿的拱肋與懸桿一起視作單一的靜力系(參閱圖 4)。同類構造物的設計經驗指出，拱肋及拉桿與橋面系一起的惰矩是一樣的。由於這兩個構件用懸桿相互聯結在一起，所以其中之一的變形不可能不引起

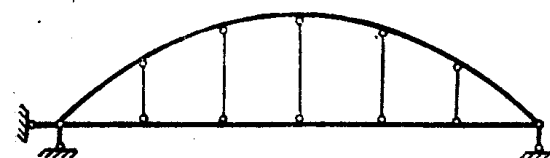


圖 4

另一方面相應的變形。

精確分析拉桿式拱肋之負擔時證明了上部構造各構件所擔負的遠不是像根據柔性拉桿式雙鉸拱體系的基本計算所得到的那樣。

考慮到上部構造下弦(拉桿)的剛度,亦即使拉桿負擔彎曲作用,則拱肋中的彎矩有極顯著的減少。同時在拉桿中以及與拉桿相聯結的橋面系中可能有相當大的彎矩。

在這種情況下應合理地設計橋面系,以使拉桿負擔局部撓曲。

以拱肋兩端固結於兩側跨徑,也能使拱肋內之彎矩減小。在這種情況下,上部構造為一連續梁,其加勁無鉸拱之間跨起剛性拉桿的作用(圖5),這時兩側跨徑不論對拱肋或拉桿的彎矩均發生影響。

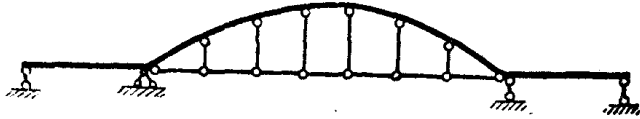


圖 5

合理設計拱肋和拱圈的基本問題在於造成最大限度地減低所有斷面中的彎矩的條件。

在三鉸拱中,其拱軸綫與恒載壓力綫一致者,在恒載作用下負擔單純壓力。溫度變化及其收縮影響不產生應力,而僅當活載作用時出現彎矩。雙鉸及無鉸拱中,在任何荷載作用下,如無特殊設施,絕不能達到使其負擔單純壓力的目的^①。在各種超靜定拱肋中,當受荷載作用時,彎矩是必不可免的。

在拉桿式拱肋中,附加彎矩較在推力無鉸拱中為大,因為它不僅由於拱肋的彈性壓縮,而且由於拉桿的張力而產生彎矩。

由於恒載及收縮而產生之彎矩,可用特殊設施以消除,最適當的辦法是採用臨時鉸及造成預加應力;建造推力無鉸拱時採用第一種方法。臨時鉸也能應用於拉桿式拱肋並安置於拱頂。

除了減少彎矩外,臨時鉸法還可用來防止在拉桿中裂縫的產生,其法是在澆築混凝土之前在拉桿的鋼筋中預加由自重引起的應力。

最近在高加索建築一座拉桿式拱型橋梁時,已採用了這個方法。

① 參閱[1]及[2]。

然而所有這些措施對活載所引起的內力影響很小。對活載作用下的受力情況也可以達到某些改善，那就是把拱軸綫和恒載下的壓力綫比較起來加以調整，利用臨時鉸的偏心佈置或預加應力的調整等。但是，當活載較恒載大得多時，這些方法很少有效。

減少拱肋內活載彎矩的最有效方法的研究，造成了新體系的應用——具有斜懸桿的拱橋（圖 6）。斜懸桿顯著地減少了由於活載作用的彎矩，因而能夠顯著地減少拱肋的斷面，同時提高其在曲面內的穩定性，當拱肋厚度較小時，這種特性是起作用的。同時應當指出，懸桿中的可能產生壓力者，由於其柔韌性之故應從工作中釋去。因此，在某種活載的位置下，桁架的幾何圖形可能變更。在下列情況下可避免釋去懸桿：把承壓懸桿用剛性構造，或是爲了抵消由活載在懸桿內所產生之壓力而加重橋面系。但設計經驗證明，剛性腹桿體系尚有許多缺點。

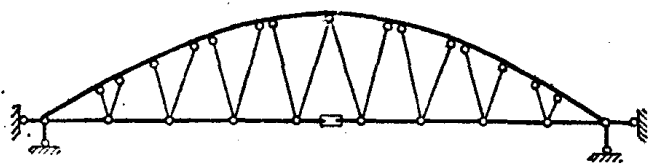


圖 6

採用斜懸桿，提供了不額外增加拱肋斷面尺寸而跨越大跨徑的可能性。同時斜懸桿的優越性將隨着跨徑的增大而增加。在汽車公路橋梁上採用斜懸桿是特別有效的，因為在公路橋梁中活載與恒載相較其值甚微，所以消除了在懸桿內出現壓力的可能性。

斜懸桿不僅可應用於拉桿式拱肋，而且也可應用於推力無鉸拱及下承式和半穿式三鉸拱。

本書著者建議一種斜懸桿式拱肋的新的體系（圖 7），這種體系

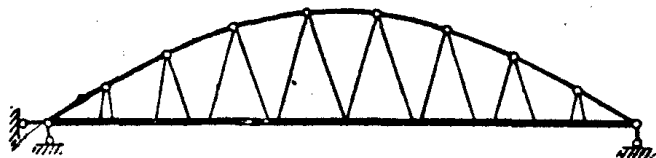


圖 7

與以往的體系相比較，能够減少剛性梁中的彎矩。

對木橋採用這種體系，能够加大木桁構的跨徑，並得到輕型結構。

在高加索，根據著者設計，第一次在蘇聯修建了具有拉桿和斜懸桿的拱型上部構造。橋跨 $l=66$ 公尺，矢高 $f=12$ 公尺，拱肋斷面不變，等於 0.70×0.60 公尺，拉桿斷面為 1.0×0.6 公尺。

目前，技術文獻裏關於下承式拱橋的實用算法，尙無系統及詳細敘述的參考書，這就常常阻礙了這種新型現代橋梁結構的發展。

本參考書的任務是補充現代橋梁書籍中的此項不足。

本書分為兩篇。

第一篇敘述垂直懸桿式拱肋在活載及恒載作用下的計算公式及表值，並附以簡要說明。

第二篇敘述各種斜懸桿式拱肋——三鉸及雙鉸拉桿式拱肋，無鉸及剛性拉桿式柔拱肋的計算公式及表值，同時列出了這些體系當同方向之全部懸桿或部分懸桿釋去時的計算方法。在相應的章節裏並示以數字的計算例題。

本書可供大學生及設計工程司參考。

第一篇

拉桿及垂直懸桿式拱肋的計算

第一章 基本幾何數值的選擇

§1 拱 軸 形 狀

由對許多已成的橋梁和編成的設計的分析得知：拉桿式拱體系中，恒載的分佈沿其跨徑長度大約是平均的。係數 $m = \frac{g_n}{g_s}$ 的變化界於相當狹小的範圍內——由 0.95 至 1.1 (g_n ——拱腳處上部構造單位長度的重量， g_s ——拱頂處單位長度的重量)。由此我們採用拱軸形狀為二次拋物綫(圖 8)：

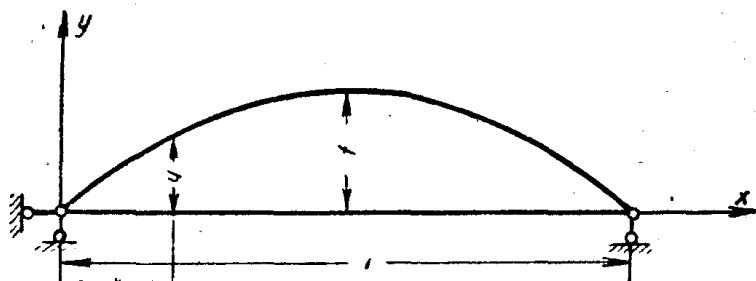


圖 8

$$y = \frac{4f}{l^2} x (l-x)。(1)$$

如果取圖 9 所示的座標軸，則：

$$y = \frac{4f}{l^2} x^2。(1')$$

當決定最適當的上部構造尺寸時，最重要的是拱矢度的選擇，因為減低拱矢度就大大增加了拱肋的尺寸和上部構造的體積。

關於最有利的拱矢度問題的研究指出^①：最適當的比例為 $\frac{f}{l}$

① 參閱〔4〕。

$= \frac{1}{4}$ 。一般說來，拱矢度的變化範圍應該是有限制的，規定不應小於 $f = \frac{1}{5} l$ 。

拱軸豎距(方程式 1) 及 $\text{tg}^2\varphi$ 值表

表 1

數 值	點 面												乘 數
	$\frac{x}{l}$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	
y		0.0	0.19	0.36	0.51	0.64	0.75	0.84	0.91	0.96	0.99	1.00	f
$\text{tg}^2\varphi$		16.00	12.96	10.24	7.84	5.76	4.00	2.56	1.44	0.64	0.16	0.00	$\left(\frac{f}{l}\right)^2$

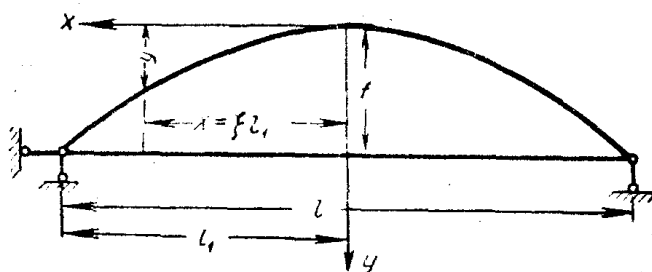


圖 9

§2 斷面變化律及拱肋厚度的決定

拱肋橫斷面變化律按下列公式：

$$\frac{I_0}{I_x \cos \varphi_x} = 1 - (1 - n) \xi. \quad (2)$$

式中： $\xi = \frac{x}{l_1}$ (參閱圖 9)。

斷面變化係數：

$$n = \frac{I_0}{I_x \cos \varphi_n}. \quad (3)$$

在這些公式中：

I_0 、 I_n 及 I_x ——拱頂、拱腳及斷面 x 處拱肋橫斷面之慣矩；

φ_n 及 φ_x ——拱腳及斷面 x 處拱軸之傾角。

根據變數 n ，可以使拱肋的厚度由拱頂到拱腳為增加、減少或大約不變。

當 $n=1$ 時, 脩矩按餘弦變化:

$$I_x = \frac{I_0}{\cos \varphi_x}.$$

假若斷面不變, n 按下式選擇:

$$n = \frac{1}{\cos \varphi_n},$$

並根據 $\frac{f}{l}$ 之比例而決定之(參閱表 2)。

斷面變化律, 也即係數 n , 對內力值的影響不甚顯著^①, 因而所得結果對其他斷面變化律也可以應用。假若橫斷面按式(2)的規律變化, 則拱肋任意斷面之厚度可按下式確定:

係數 n 表 2

$\frac{f}{l} =$	1/4	1/5	1/6
$n \approx$	1.4	1.3	1.21

$$d_x = d_0 C \sqrt[6]{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_x}. \quad (4)$$

或按公式:

$$d_x = d_0 \cdot C \cdot C_1. \quad (5)$$

C_1 及 C 值列入表 3 及 4 中, 而 $\operatorname{tg}^2 \varphi_x$ 示於表 1。

係數 C_1

表 3

$\frac{f}{l}$	斷 面 №										
	0 拱脚	1	2	3	4	5 四分之一	6	7	8	9	10 拱頂
0.14	1.047	1.039	1.032	1.025	1.018	1.014	1.009	1.006	1.003	1.000	1.000
0.16	1.058	1.051	1.041	1.032	1.024	1.018	1.013	1.007	1.004	1.000	1.000
0.18	1.074	1.061	1.050	1.040	1.030	1.023	1.015	1.009	1.005	1.001	1.000
0.20	1.086	1.074	1.061	1.047	1.037	1.027	1.018	1.010	1.006	1.001	1.000
0.22	1.101	1.085	1.071	1.056	1.043	1.031	1.020	1.014	1.007	1.002	1.000
0.26	1.131	1.112	1.093	1.076	1.057	1.042	1.028	1.017	1.009	1.003	1.000

① 參閱(3)。

n	斷 面 №										
	0 拱脚	1	2	3	4	5 四分之一	6	7	8	9	10 拱頂
0.4	1.357	1.295	1.244	1.199	1.160	1.126	1.096	1.068	1.043	1.021	1.000
0.5	1.260	1.221	1.186	1.154	1.126	1.101	1.077	1.055	1.036	1.017	1.000
0.6	1.186	1.160	1.137	1.116	1.096	1.077	1.060	1.044	1.028	1.014	1.000
0.8	1.077	1.068	1.060	1.052	1.043	1.036	1.028	1.021	1.014	1.007	1.000
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.1	0.969	0.972	0.975	0.978	0.981	0.984	0.987	0.990	0.993	0.997	1.000
1.15	0.955	0.959	0.963	0.967	0.972	0.976	0.981	0.985	0.990	0.995	1.000
1.2	0.941	0.946	0.952	0.957	0.963	0.969	0.975	0.979	0.987	0.993	1.000
1.3	0.916	0.923	0.931	0.938	0.946	0.954	0.963	0.972	0.981	0.990	1.000
1.4	0.894	0.902	0.916	0.921	0.931	0.941	0.952	0.963	0.975	0.987	1.000
1.6	0.855	0.866	0.877	0.890	0.902	0.916	0.931	0.946	0.963	0.981	1.000
1.8	0.822	0.835	0.848	0.862	0.877	0.894	0.912	0.931	0.952	0.975	1.000
2.00	0.794	0.807	0.822	0.822	0.838	0.855	0.874	0.894	0.916	0.969	1.000

第二章 活載作用下剛性拉桿式剛拱的計算

§3 閉合形的計算

爲了簡化剛性拉桿式剛拱的計算，我們預先研究沒有懸桿的閉合形。

如通過拱頂處切離，並在彈性中心加以相應的內力 X_1, X_2, X_3 ，則得基本體系如圖 10。

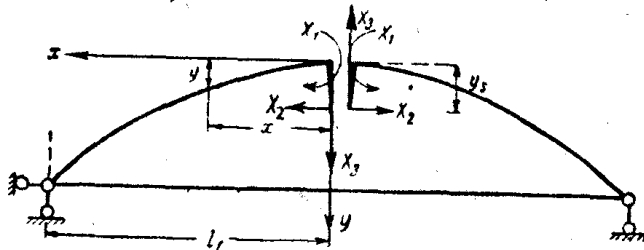


圖 10

法方程式採用下列形式:

$$\begin{aligned} X_1 \delta_{11} + \delta_{1p} &= 0; \\ X_2 \delta_{22} + \delta_{2p} &= 0; \\ X_3 \delta_{33} + \delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

爲了確定懸臂長度 y_s , 作出下列方程式:

$$\delta_{12} = \int \frac{M_1 M_2 ds}{EI_x} = 2 \int_0^{l/2} (y - y_s) \frac{ds}{E_a I_x} + \frac{(f - y_s)l}{E_s I_s} = 0,$$

由此得出:

$$y_s = \frac{2 \int_0^{l/2} y \frac{ds}{E_a I_x} + \frac{fl}{E_s I_s}}{2 \int_0^{l/2} \frac{ds}{E_a I_x} + \frac{l}{E_s I_s}}. \quad (7)$$

如果拱肋斷面變化律按公式 (2), 拱軸方程式按公式 (1') 及

$d_s = \frac{d_x}{\cos \varphi_x}$, 則得:

$$y_s = \frac{f}{6} \frac{1 + 3n + 12\mu}{1 + n + 2\mu}; \quad (8)$$

$$f - y_s = \frac{f}{6} \frac{5 + 3n}{1 + n + 2\mu}. \quad (9)$$

式中係數:

$$\mu = \frac{E_a I_a}{E_s I_s}. \quad (10)$$

此後, 爲了簡化剛性拉桿式剛拱在活載作用下的計算, 假定:

$$I_x = \frac{I_0}{\cos \varphi_x}, \text{ 亦即 } n = 1.$$

那麼:

$$y_s = \frac{f}{3} \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}; \quad (8')$$

$$f - y_s = \frac{2f}{3} \frac{1}{1 + \mu}. \quad (9')$$

位移:

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{ds}{E_a I_x} + \frac{l}{E_s I_s} = \frac{l}{E_a I_0} (1 + \mu);$$

$$\delta_{22} = \frac{2}{E_a} \int_0^{l/2} (y - y_s)^2 \frac{ds}{I_x} + \frac{(f - y_s)^2 l}{E_s I_s} = \frac{4}{15} \frac{f^2 l}{E_a I_0} \frac{1 + 6\mu}{1 + \mu};$$

$$\delta_{33} = \frac{2}{E_a} \int_0^{l/2} x^2 \frac{dx}{I_x} + \frac{l^2}{12 E_s I_s} = \frac{l^3}{12 E_a I_0} (1 + \mu)。$$

贅餘未知值:

a) 單位力作用於拱肋 (圖 11a):

$$\delta_{1p} = \frac{1}{E_a I_0} \int_a^{l/2} (x - a) dx + \frac{l^2 \alpha}{2 E_s I_s} = \frac{l^2}{2 E_a I_0} (\alpha^2 + \mu \alpha);$$

$$\delta_{2p} = \frac{1}{E_a I_0} \int_a^{l/2} (y_s - y) (x - a) dx - \frac{2f}{3} \frac{1}{1 + \mu}$$

$$\times \frac{l^2 \alpha}{2 E_s I_s} = - \frac{f l^2}{3 E_a I_0} \left[\alpha^2 (1 - \alpha^2) + \frac{\mu}{1 + \mu} \alpha (1 - \alpha) \right];$$

$$\delta_{3p} = \frac{1}{E_a I_0} \int_a^{l/2} x(x - a) dx + \frac{l^3 \alpha}{12 E_s I_s} = \frac{l}{24 E_a I_0} [(6\alpha^2 - 4\alpha^3) + 2\mu\alpha]。$$

因而得出:

$$X_1 = M_p = - \frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}} = - l \frac{\alpha^2 + \mu \alpha}{2(1 + \mu)}; \quad (11)$$

$$X_2 = H_p = - \frac{\delta_{2p}}{\delta_{22}} = \frac{l}{f} \frac{15}{4} \frac{1 + \mu}{1 + 6\mu} \left[\alpha^2 (1 - \alpha)^2 + \frac{\mu}{1 + \mu} \alpha (1 - \alpha) \right]; \quad (12)$$

$$X_3 = Q_p = - \frac{\delta_{3p}}{\delta_{33}} = - \frac{1}{1 + \mu} (3\alpha^2 - 2\alpha^3 + \mu \alpha)。 \quad (13)$$

6) 單位力作用於拉桿 (圖 11b):

$$\delta_{1p} = \frac{l^2}{2 E_a I_0} \mu \alpha (1 - \alpha);$$

$$\delta_{2p} = - \frac{f l^2}{3 E_a I_0} \frac{\mu}{1 + \mu} \alpha (1 - \alpha);$$

$$\delta_{3p} = \frac{l^3}{12 E_a I_0} \mu (1 - 2\alpha) (1 - \alpha) \alpha。$$

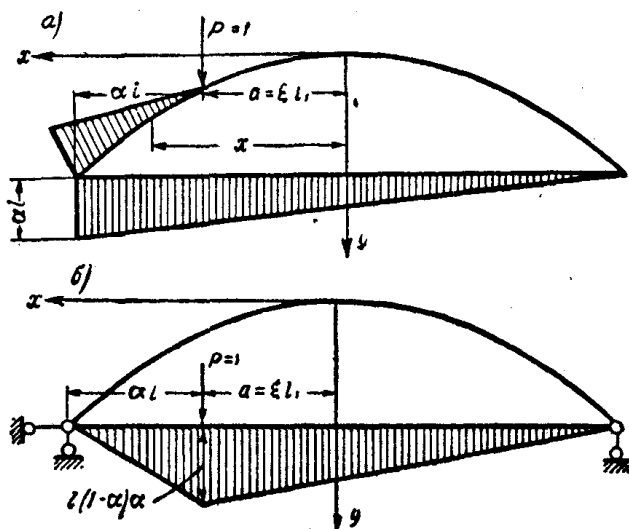


圖 11

將得出:

$$X_1 = M_p = -\frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}} = -l \frac{\mu}{2(1+\mu)} \alpha(1-\alpha); \quad (14)$$

$$X_2 = H_p = -\frac{\delta_{2p}}{\delta_{22}} = \frac{l}{f} \frac{15}{4} \frac{\mu}{1+6\mu} \alpha(1-\alpha); \quad (15)$$

$$X_3 = Q_p = -\frac{\delta_{3p}}{\delta_{33}} = -\frac{\mu}{1+\mu} \alpha(1-\alpha)(1-2\alpha). \quad (16)$$

在這些公式中 $\alpha = \frac{a}{l}$, 式中: a —由左方支點至單位力之距離。

X_1 及 X_2 的感應綫是對稱的, 而 X_3 的感應綫是反對稱的。

利用求得的公式, 我們可以確定當力在拱肋和拉桿上任何位置以及任何數量的力時閉合形各未知數之數值。

對於鉸接懸桿的剛性拉桿式剛拱的計算, 需用這些公式。

§4 鉸接懸桿閉合形的計算

已知體系(圖12 a)為 $k+3$ 次超靜定體系(k ——懸桿數目)。設以閉合形作為基本體系, 而以懸桿內力 $D_1, D_2, \dots, D_n$ (圖12 b)作為贅餘未知數。因為閉合形之各未知數由前節已知, 故增加計算 k 次超