

中学1+1
2003全新版
宋伯涛 总主编

北京朗曼教学与研究中心教研成果

宋伯涛 总主编

本丛书英语听力部分由高考英语听力配音者

Paul Denman 和 Catherine Marsden 朗读

中学数学



初二代数同步讲解与测试

张志朝 花文明 主编

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心资料

中学数学 $1+1$

——初二代数同步讲解与测试

主编 张志朝 花文明

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学 1+1·初二代数同步讲解与测试/宋伯涛总主编;张志朝、花文明分册主编;—天津:天津人民出版社,2003

ISBN 7-201-04441-9

I. 初… II. ①宋…②张…花… III. 代数课—初中—教学参考资料 IV. G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 028882 号

中学数学 1+1 初二代数同步讲解与测试

主编 张志朝 花文明

*

天津人民出版社出版

出版人:刘晓津

(天津市张自忠路 189 号 邮政编码:300020)

网址: <http://www.tjrm.com.cn>

电子信箱: tjrmchbs@public.tpt.tj.cn

郑州市毛庄印刷厂印刷 新华书店发行

*

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

890×1240 毫米 32 开本 10.25 印张

字数:330 千字 印数:1-40,000

定价:13.00 元

ISBN 7-201-04441-9/

敬告读者

原由中国青年出版社出版的，由宋伯涛总主编的《中学1+1》系列丛书，在经过较大程度的修订、改版或重新编写以后，现改由天津人民出版社出版，特此声明。

《中学1+1》系列丛书为作者精心之作，值此重新出版之际北京朗曼教学与研究中心向全国千百万热心读者深表谢意。

本书读者如有疑难问题，可来信与我们联系，朗曼中心将本着为读者服务及负责的精神，及时帮助您排忧解难，与您共同切磋，共同研究，携手共勉，建立友谊。

作者声明：《中学1+1》和《非常讲解》系列丛书为北京朗曼教学与研究中心专项研究成果，请读者认准封面上“北京朗曼教学与研究中心教研成果”，“宋伯涛总主编”等字样，以防假冒。凡以《中学1+1》或“宋伯涛总主编”名义出版的任何其它版本均为侵权行为。

近年来，已发现个别出版物和非出版物公然冒用《中学1+1》品牌，大量盗用《中学1+1》系列丛书内容及其它著作内容。作者声明：凡冒用“1+1”品牌，盗用本书内容或与本书内容雷同的任何其它版本，均为侵犯知识产权行为。保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务，如发现侵权及盗版行为，请及时来信告诉我们，我们将根据有关法律及规定对侵权及盗版者和非法买卖盗版书的个人及单位作出严肃处理。

本书在全国各地均有销售，读者可来信邮购。

来信请寄：北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱，北京朗曼教学与研究中心蒋雯丽收，邮编：100101。联系电话：010-64925886，010-64925887。本中心网址：<http://www.lmedu.com.cn>

《初二代数同步讲解与测试》编委会

主 编 张志朝
编 者 花文明
付云香
张志朝

再版前言

国家基础教育课程改革启动至今已近两年,义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大,新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受,我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心,对于教师来说,就是改变角色定位;对于学生来说,就是变革学习方式。本着这样的精神,同时为了适应课程改革深入发展的需要,今年再版时,我们在广泛征求专家、教师、学生和家長意见的基础上,作了较大程度的修改。

本书以新数学大纲为指导,按照新教材的体系分章编写。其特点在于结合教材对各章节重点、难点、疑点及考点等逐一进行讲解,内容详尽,条理清晰,分析透彻,所选例题题型系统全面。所涉及内容主要是各单元应掌握的基础知识、知识运用、思维方法、解题方法等,其中对例题的分析处理十分到位,不仅有恰到好处的思路点拨与规范解答,更重要的是解题后的说明,它是作者解题的体会和感受,是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。在说明中,作者言简意赅地揭示巧思的思维过程;如何灵活地选用数学方法;对于可转化或引申的题目,给出其转化或引申的形式及其解法;对题中可能出现的错解予以指出等等。它将给学生以启示,帮助学生领悟作者选题的意图,使学生做到立足基础,抓住关键,突破难点,研究方法,以一题代一类,真正使学生做到举一反三,触类旁通,从而达到跳出题海、启迪思维的效果。同步测试部分根据各章节特点对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。其中选用了目前各地较为常用的题型,增加了一些体现近几年中考命题方向的新题,并补充了一些与生产生活密切相关的应用题,可以说题型十分丰富,且综合性强,旨在帮助学生巩固知识,提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中,应结合教科书,努力掌握知识点的各种用法及注意事项,对某些重点难点要进行仔细的分析、研究,结合例题,做到深刻理解与牢固掌握。做同步练习时,要结合教科书及讲解内容进行独立思考,首先考虑应选择何种解题思路与策略,然后实施解题,并注意解题的规范性,解题结束后可与题解对照,弄懂弄通为什么是这个答案而不是那个答案?为什么这样解而不是那样解?还可以怎样解?怎样才对?从一个点进行发散性联想思维。课后还应应对某些重点题目进行反复的再思考、再分析、再总结。有问题主动询问,及时解决。

学习《课程标准》,更新教育观念,有一个不断深入的过程;课程改革的实施,也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》,改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助,虽然我们兢兢业业,勉力为之,但因水平有限,难免有错漏之处,诚望批评指正,以利再版时修改和完善。

凡需要本书以及本系列其他图书的读者可与本中心联系,联系电话:010-64925886,64925887,通信地址:北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱。

宋伯涛

2003 年 6 月于北师大

第8章 因式分解

本章教材分析	1
8.1 提公因式法	1
学习目标	1
中考要求	1
知识点精讲	1
典例剖析	2
疑难问题举例	6
错解点击	6
本节小结	7
同步测试	8
同步测试解答	8
8.2 运用公式法	10
学习目标	10
中考要求	10
知识点精讲	10
典例剖析	11
疑难问题举例	13
错解点击	15
本节小结	16
同步测试	16
同步测试解答	17
8.3 分组分解法	19
学习目标	19
中考要求	19
知识点精讲	19
典例剖析	23
疑难问题举例	25
错解点击	28
本节小结	29
同步测试	29
同步测试解答	31

本章专题总结	34
知识结构总结	34
思想方法总结	34
注意事项总结	35
解题方法指导	36
因式分解常见错误剖析	41
本章综合检测题	44
本章综合检测题解答	45

第9章 分 式

本章教材分析	47
9.1 分 式	47
学习目标	47
中考要求	47
知识点精讲	47
典例剖析	49
疑难问题举例	50
错解点击	51
本节小结	51
同步测试	51
同步测试解答	53
9.2 分式的基本性质	54
学习目标	54
中考要求	54
知识点精讲	55

典例剖析	56	同步测试解答	99
疑难问题举例	56	9.6 探究性活动: $a=bc$ 型	
错解点击	58	数量关系	101
本节小结	58	学习目标	101
同步测试	58	中考要求	101
同步测试解答	59	知识点精讲	101
9.3 分式的乘除法	61	典例剖析	102
学习目标	61	疑难问题举例	
中考要求	61	及错解点击	102
知识点精讲	61	本节小结	103
典例剖析	63	同步测试	103
疑难问题举例	65	同步测试解答	103
错解点击	67	9.7 可化为一元一次方程的	
本节小结	68	分式方程及其应用	104
同步测试	68	学习目标	104
同步测试解答	69	中考要求	104
9.4 分式的加减法	70	知识点精讲	104
学习目标	70	典例剖析	106
中考要求	70	疑难问题举例	111
知识点精讲	70	错解点击	114
典例剖析	74	本节小结	115
疑难问题举例	79	同步测试	115
错解点击	85	同步测试解答	116
本节小结	86	本章专题总结	121
同步测试	87	知识结构总结	121
同步测试解答	88	思想方法总结	121
9.5 含有字母系数的		注意事项总结	122
一元一次方程	92	解题方法指导	123
学习目标	92	分式常见错误剖析	132
中考要求	92	本章综合检测题	135
知识点精讲	92	本章综合检测题解答	136
典例剖析	94		
疑难问题举例	96	第 10 章 数的开方	
错解点击	97	本章教材分析	138
本节小结	98	10.1 平方根	138
同步测试	98	学习目标	138

中考要求	138	同步测试	171
知识点精讲	139	同步测试解答	171
典例剖析	140	10.5 实数	171
疑难问题举例	142	学习目标	171
错解点击	146	中考要求	171
本节小结	147	知识点精讲	172
同步测试	147	典例剖析	174
同步测试解答	148	疑难问题举例	178
10.2 用计算器求平方根	150	错解点击	179
学习目标	150	本节小结	179
中考要求	150	同步测试	180
知识点精讲	150	同步测试解答	181
典例剖析	152	本章专题总结	184
疑难问题举例	154	知识结构总结	184
错解点击	155	思想方法总结	185
本节小结	156	注意事项总结	186
同步测试	156	解题方法指导	186
同步测试解答	157	数的开方常见	
10.3 立方根	157	错误剖析	190
学习目标	157	本章综合检测题	192
中考要求	157	本章综合检测题解答	193
知识点精讲	157		
典例剖析	159	第 11 章 二次根式	
疑难问题举例	161	本章教材分析	196
错解点击	163	11.1 二次根式	196
本节小结	164	学习目标	196
同步测试	165	中考要求	197
同步测试解答	166	知识点精讲	197
10.4 用计算器求立方根	167	典例剖析	198
学习目标	167	疑难问题举例	201
中考要求	167	错解点击	203
知识点精讲	167	本节小结	203
典例剖析	168	同步测试	204
疑难问题举例	170	同步测试解答	205
错解点击	170	11.2 二次根式的乘法	206
本节小结	170	学习目标	206

中考要求	207	同步测试	247
知识点精讲	207	同步测试解答	249
典例剖析	209	11.6 二次根式的混合运算	251
疑难问题举例	213	学习目标	251
错解点击	214	中考要求	251
本节小结	215	知识点精讲	251
同步测试	216	典例剖析	253
同步测试解答	217	疑难问题举例	258
11.3 二次根式的除法	220	错解点击	260
学习目标	220	本节小结	262
中考要求	220	同步测试	262
知识点精讲	220	同步测试解答	264
典例剖析	222	11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	269
疑难问题举例	225	学习目标	269
错解点击	226	中考要求	269
本节小结	227	知识点精讲	269
同步测试	228	典例剖析	272
同步测试解答	229	疑难问题举例	279
11.4 最简二次根式	234	错解点击	281
学习目标	234	本节小结	283
中考要求	234	同步测试	283
知识点精讲	234	同步测试解答	286
典例剖析	235	本章专题总结	292
疑难问题举例	236	知识结构总结	292
错解点击	237	思想方法总结	293
本节小结	237	注意事项总结	293
同步测试	238	解题方法指导	294
同步测试解答	239	二次根式常见	
11.5 二次根式的加减法	240	错误剖析	309
学习目标	240	本章综合检测题	312
中考要求	241	本章综合检测题解答	313
知识点精讲	241		
典例剖析	242		
疑难问题举例	245		
错解点击	246		
本节小结	247		



第 8 章 因式分解

本章教材分析

因式分解是多项式中最基本的知识和方法,它包括因式分解的有关概念,整式乘法与因式分解的区别和联系.因式分解有三种方法:提公因式法,运用公式法和分组分解法.

多项式的因式分解是代数式中的重要内容,它与前一章整式和后一章分式联系极为密切.因式分解是在整式四则运算的基础上进行的,因式分解就是多项式乘法的逆变形.这部分内容在分式通分和约分时有着直接的应用,在解方程以及研究函数性质等方面也经常用到.

本章的重点是因式分解的三种方法,难点是三种基本方法的综合运用和解题技巧的掌握.

8.1 提公因式法



学习目标

1. 正确理解因式分解的意义及它与整式乘法的区别和联系.
2. 能够用提公因式法把多项式进行因式分解.



中考要求

灵活掌握和运用因式分解的三种基本方法,考查这部分知识的试题常以判断题、填空题、选择题的形式出现.



知识点精讲

1. 因式分解的概念

把一个多项式化成几个整式乘积的形式,这种式子变形叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

注意:因式分解的结果是几个整式的乘积,与整式乘法相比较,在变形上正好是互逆的过程.

例如, $(3x-2)(3x+2)=9x^2-4$, $a(x+y-z)=ax+ay-az$, $(x+y)^2=x^2+2xy$



$-y^2$ 等都是整式乘法,反过来, $9x^2-4=(3x+2)(3x-2)$, $ax+ay-az=a(x+y-z)$, $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ 等都是因式分解.

2. 提公因式法

(1) 公因式: 一个多项式各项都含有的因式叫做这个多项式的公因式.

(2) 提公因式法: 如果一个多项式的各项有公因式, 可以把公因式提到括号外面, 将多项式写成因式乘积的形式, 这种分解因式的方法叫做提公因式法.

注意: (1) 提公因式法的关键是正确找出公因式.

(2) 找公因式的方法: ① 公因式的系数 是多项式各项系数的最大公约数; ② 字母 取各项中都含有的相同的字母; ③ 相同字母的指数取次数最低的.

例如, 把多项式 $9x^3y-3x^2y^2+12x^2y^3z$ 因式分解, 各项系数的最大公约数是 3, 各项都含有的相同字母是 x, y , x 的指数最低是 2, y 的指数最低是 1, 因此, 多项式 $9x^3y-3x^2y^2+12x^2y^3z$ 的公因式为 $3x^2y$.

3. 提公因式法分解因式的一般步骤: (1) 找出公因式; (2) 提公因式并确定另一个因式. 提公因式时, 可用原多项式除以公因式, 所得的商即是提出公因式后, 剩下的另一个因式. 也可用公因式分别去除原多项式的每一项, 求得剩下的另一个因式.

例如, 因式分解 $8a^3b^2-12ab^3c$, 提公因式 $4ab^2$ 时, 用 $4ab^2$ 分别去除原多项式的每一项, 得 $(8a^3b^2 \div 4ab^2 - 12ab^3c \div 4ab^2) = (2a^2 - 3bc)$. 即 $8a^3b^2 - 12ab^3c = 4ab^2(2a^2 - 3bc)$.



典例剖析

题型1 概念判断

例1 下列由左到右的变形, 哪些是因式分解? 哪些不是? 为什么?

(1) $a(x+y)=ax+ay$;

(2) $x^2+2xy+y^2-1=x(x+2y)+(y+1)(y-1)$;

(3) $ax^2-9a=a(x+3)(x-3)$;

(4) $x^2-y^2-1=(x+y)(x-y)-1$;

(5) $x^2-2x+2y-y^2=(x^2-y^2)-2(x-y)$.

答: 因为(1)、(2)、(4)、(5)的右边都不是整式乘积的形式, 所以它们都不是因式分解. 其中(1)是乘法运算; 只有(3)的右边是因式乘积形式, 并且左边是多项式, 所以(3)是因式分解.

说明: (1) 因式分解是针对多项式而言的, 是多项式的一种恒等变形, 被分解的是多项式, 分解的结果应该是整式的积, 如:

$$xy-x-y+1=xy\left(1-\frac{1}{y}-\frac{1}{x}+\frac{1}{xy}\right)$$

虽然分解成了积的形式, 但其中一个因式 $\left(1-\frac{1}{y}-\frac{1}{x}+\frac{1}{xy}\right)$ 不是整式, 所以, 这种恒等变形不是因式分解.



(2) 因式分解的结果必须是积的形式, 如

$$x^2 - y^2 - 1 = (x+y)(x-y) - 1$$

也不是因式分解. 因为, 等式的右边是 $(x+y)(x-y)$ 与 1 的差, 不是积的形式.

题型2 提公因式

例2 代数式 $15a^2b^3(a-b)$, $5a^2b(b-a)$, $-120a^3b^3(a^2-b^2)$ 的公因式是 ()

A. $5ab(a-b)$

B. $5a^2b^3(b-a)$

C. $5a^2b(b-a)$

D. $120a^3b^3(a^2-b^2)$

分析: 公因式的系数应取各项系数的最大公约数, 字母取各项的相同的字母, 且取相同字母的最低次幂.

解: 先确定系数 15、5、120 的最大公约数是 5, 再确定相同的字母及其指数, 对相同字母 a 来讲, 最低次幂为 a^2 ; 对相同字母 b 来讲, 最低次幂为 b ; 对相同因式 $(b-a)$ 来讲, 最低次幂为 $b-a$, 这里 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, 因此这三个代数式的公因式为 $5a^2b(b-a)$ 故选 C.

说明: 掌握提公因式的法则要领, 先确定系数, 再确定相同的字母及指数.

题型3 用提公因式法分解因式

例3 把下列各式分解因式:

(1) $3x^2-6xy+x$;

(2) $-4m^2+16m^2-26m$.

分析: 因为多项式 $3x^2-6xy+x$ 的公因式是 x , $(3x^2-6xy+x) \div x = 3x-6y+1$, 所以 (1) 式因式分解的结果是 $x(3x-6y+1)$; 因为 $-4m^2+16m^2-26m$ 的公因式为 $-2m$, $(-4m^2+16m^2-26m) \div (-2m) = 2m^2-8m+13$, 所以 (2) 式因式分解的结果是 $-2m(2m^2-8m+13)$.

解: (1) $3x^2-6xy+x = x(3x-6y+1)$

(2) $-4m^2+16m^2-26m = -2m(2m^2-8m+13)$

说明: ① “1” 作为项的系数通常省略不写, 但单独成一项时, 它在因式分解时不能漏掉, 如 (1) 中的因式 $(3x-6y+1)$ 不能写成 $(3x-6y)$.

② 分解必须彻底, 即在指定范围内分解到不能再分解为止, 如多项式 $-4m^2+16m^2-26m$ 因式分解的结果是 $-2m(2m^2-8m+13)$, 而不是一 $m(4m^2-16m+26)$. 不要忘记提取各项系数的最大公约数.

3. 多项式的第一项的系数是负数时, 一般要提出“-”号, 使括号内的第一项是正的. 在提出“-”号时, 多项式的各项都要变号.

例4 把下列各式分解因式:

(1) $-10x^2y^2z^2-35x^2y^3z^2+15x^2yz$

(2) $2(x-y)(a-2b+3c)-3(x+y)(2b-a-3c)$

分析: (1) 式按公因式提取法规则知公因式为 $5x^2yz$.

(2) 是否需要打开括号相乘呢? 这样很麻烦, 现注意到前后两式, 每一式子都是两个多项式乘积形式而 $(2b-a-3c) = -(a-2b+3c)$, 因而整个式子产生公因式 $(a-2b+3c)$.



$$\begin{aligned}\text{解: (1)} \quad & -10x^1y^2z^3 - 35x^2y^3z^2 + 15x^3yz \\ & = -5x^2yz(2x^2yz^2 + 7y^2z - 3x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2)} \quad & 2(x-y)(a-2b+3c) - 3(x+y)(2b-a-3c) \\ & = (a-2b+3c)[2(x-y) + 3(x+y)] \\ & = (a-2b+3c)(5x+y)\end{aligned}$$

说明:公因式要提“全”、提“净”，若第(1)题只提取 $5x^2y$ 或只提取 $5xyz$ 等都会导致错误，并且这里 $5x^2yz$ 前的符号为“-”，是考虑到括号内的式子第一项系数一般为正数才如此处理，提出“-”时，每项的符号均要改变。第(2)题提取 $(a-2b+3c)$ 为公因式，要多观察，并且提取后，后面括号内的式子应合并同类项。

例 5 把下列各式分解因式：

$$(1) (m-n)(5ax+ay-1) - (n-m)(3ay-ax+1)$$

$$(2) (m-n)^4 + m(m-n)^3 + n(n-m)^3$$

分析:(1)式中，注意到 $-(n-m) = m-n$ ，故此式中的公因式可提取为 $(m-n)$ 。

(2)式中，同样注意到 $(n-m)^3 = -(m-n)^3$ 的特征，因而该式中的公因式提取为 $(m-n)^3$ 。

$$\text{解: (1)} \quad (m-n)(5ax+ay-1) - (n-m)(3ay-ax+1)$$

$$= (m-n)(5ax+ay-1) + (m-n)(3ay-ax+1)$$

$$= (m-n)[(5ax+ay-1) + (3ay-ax+1)]$$

$$= (m-n)(4ax+4ay) = 4a(m-n)(x+y)$$

$$(2) \quad (m-n)^4 + m(m-n)^3 + n(n-m)^3$$

$$= (m-n)^4 + m(m-n)^3 - n(m-n)^3$$

$$= (m-n)^3[(m-n) + m - n]$$

$$= (m-n)^3(2m-2n)$$

$$= (m-n)^3 \cdot 2(m-n)$$

$$= 2(m-n)^4$$

说明:①提出公因式后，如果括号内有同类项，应该合并同类项(如第(1)、(2)小题)，如果括号内合并同类项后成为单项式，这时，应将单项式因式写在多项式因式的前面(如第(1)小题分解的结果)。

②提公因式后，括号内的式子经合并同类项整理后，若仍有公因式，则应继续提取公因式，直到多项式的每一个因式都不能再分解为止(如第(1)小题)。

③因式分解时，如果有相同的因式，应将相同的因式写成幂的形式(如第(2)小题)。

例 6 把下列各式分解因式：

$$(1) (a^2+ab-ac) + (ab+b^2-bc) + (c^2-ca-cb)$$

$$(2) a(a-b)^3 + ab(b-a)^4 - a^3(b-a)^3$$

$$(3) x^2(x+y)^{2n+2} + 2xy(x+y)^{2n+1} - 2xy^2(x+y)^{2n}$$

$$(4) 2n(m-2n)(3m-2n) - 3m(2n-3m)(2n-m)$$



分析: (1) 观察每一括号均可产生一公因式, 分别分解为 $a(a+b-c)$, 及 $b(a+b-c)$ 及 $c(c-a-b) = -c(a+b-c)$, 即三个括号分解后, 可提出公因式 $(a+b-c)$, 再行分解;

(2) $\because (b-a)^3 = (a-b)^3$, 而 $-(b-a)^3 = (a-b)^3$, $\therefore$ (2) 式的公因式为 $a(a-b)^3$;

(3) 式的公因式为 $x(x+y)^{2n}$;

(4) 式中观察, $(2n-3m) = -(3m-2n)$, $(2n-m) = -(m-2n)$,

$$\begin{aligned} \therefore (2n-3m)(2n-m) &= [-(3m-2n)] \cdot [-(m-2n)] \\ &= (3m-2n)(m-2n). \end{aligned}$$

$\therefore$ (4) 式的公因式为 $(m-2n)(3m-2n)$.

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad & (a^2+ab-ac) + (ab+b^2-bc) + (c^2-ca-cb) \\ &= a(a+b-c) + b(a+b-c) + c(c-a-b) \\ &= a(a+b-c) + b(a+b-c) - c(a+b-c) \\ &= (a+b-c)(a+b-c) \\ &= (a+b-c)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & a(a-b)^3 + ab(b-a)^3 - a^3(b-a)^3 \\ &= a(a-b)^3 + ab(a-b)^3 + a^3(a-b)^3 \\ &= a(a-b)^3 [(a-b)^2 + b(a-b) + a^2] \\ &= a(a-b)^3 [a^2 + b^2 - 2ab + ba - b^2 + a^2] \\ &= a(a-b)^3 (2a^2 - ab) \\ &= a(a-b)^3 \cdot a(2a-b) \\ &= a^2(2a-b)(a-b)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & x^2(x+y)^{2n+2} + 2xy(x+y)^{2n+1} - 2xy^2(x+y)^{2n} \\ &= x(x+y)^{2n} [x(x+y)^2 + 2y(x+y) - 2y^2] \\ &= x(x+y)^{2n} [x(x+y)^2 + 2xy + 2y^2 - 2y^2] \\ &= x(x+y)^{2n} [x(x+y)^2 + 2xy] \\ &= x \cdot (x+y)^{2n} \cdot x[(x+y)^2 + 2y] \\ &= x^2(x+y)^{2n} (x^2 + y^2 + 2xy + 2y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4)} \quad & 2n(m-2n)(3m-2n) - 3m(2n-3m)(2n-m) \\ &= 2n(m-2n)(3m-2n) - 3m[-(3m-2n)] \cdot [-(m-2n)] \\ &= 2n(m-2n)(3m-2n) - 3m(3m-2n)(m-2n) \\ &= (m-2n)(3m-2n)(2n-3m) \\ &= (m-2n)(3m-2n)[- (3m-2n)] \\ &= - (m-2n)(3m-2n)^2 \end{aligned}$$

题型 4 提公因式法的应用

例 7 利用提公因式法计算



$$123 \times \frac{987}{1368} + 264 \times \frac{987}{1368} + 456 \times \frac{987}{1368} + 525 \times \frac{987}{1368}$$

分析:应先提出公因数 $\frac{987}{1368}$,再行计算.

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= \frac{987}{1368} \times (123 + 264 + 456 + 525) \\ &= \frac{987}{1368} \times 1368 = 987\end{aligned}$$

说明:运用提公因式分解因式可简化求值计算.

例 8 解方程 $(55x+35)(53x+26) - (55x+35)(53x+27) = 0$

分析:因式分解,提取公因式 $55x+35$,再解方程.

$$\text{解:}(55x+35)(53x+26) - (55x+35)(53x+27) = 0$$

$$\therefore (55x+35)(53x+26-53x-27) = 0$$

$$\therefore -(55x+35) = 0$$

$$\therefore 11x+7=0$$

$$\therefore x = -\frac{7}{11}$$

说明:运用提公因式法分解因式可进行求解方程,简化运算过程,跟前例 7 一样,关键观察式子或方程结构,应用因式分解改变一下运算顺序,以达到简化的目的.



疑难问题举例

例 9 证明: $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ 能被 45 整除.

分析:欲证 $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ 能被 45 整除,只要证明 $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ 能分解出“45”这个因式即可.

$\because 81 = 3^4, \therefore 81^7 = (3^4)^7 = 3^{28}; \because 27 = 3^3, \therefore 27^9 = (3^3)^9 = 3^{27}; 9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{26}, \therefore 81^7 - 27^9 - 9^{13} = 3^{28} - 3^{27} - 3^{26}$, 显然, 3^{26} 是此算式中各项的公因式,提出公因式再计算即可.

$$\begin{aligned}\text{解:}\because 81^7 - 27^9 - 9^{13} &= 3^{28} - 3^{27} - 3^{26} = 3^{26}(3^2 - 3 - 1) = 3^{26} \times 5 \\ &= 3^{21} \times 3^5 \times 5 = 3^{21} \times 45\end{aligned}$$

$\therefore 81^7 - 27^9 - 9^{13}$ 能被 45 整除.



错解点击

例 10 把下列各式分解因式:

$$(1) (a-b)^{2n} - (b-a)^{2n+1} (n \text{ 为正整数})$$

$$(2) -3a^{n-1} + 6a^n - 12a^{n-1}$$

$$(3) (2x+y)(4x+y) + (2x+y)\left(\frac{y}{2} - x\right)$$

错解:(1) $(a-b)^{2n} - (b-a)^{2n+1}$