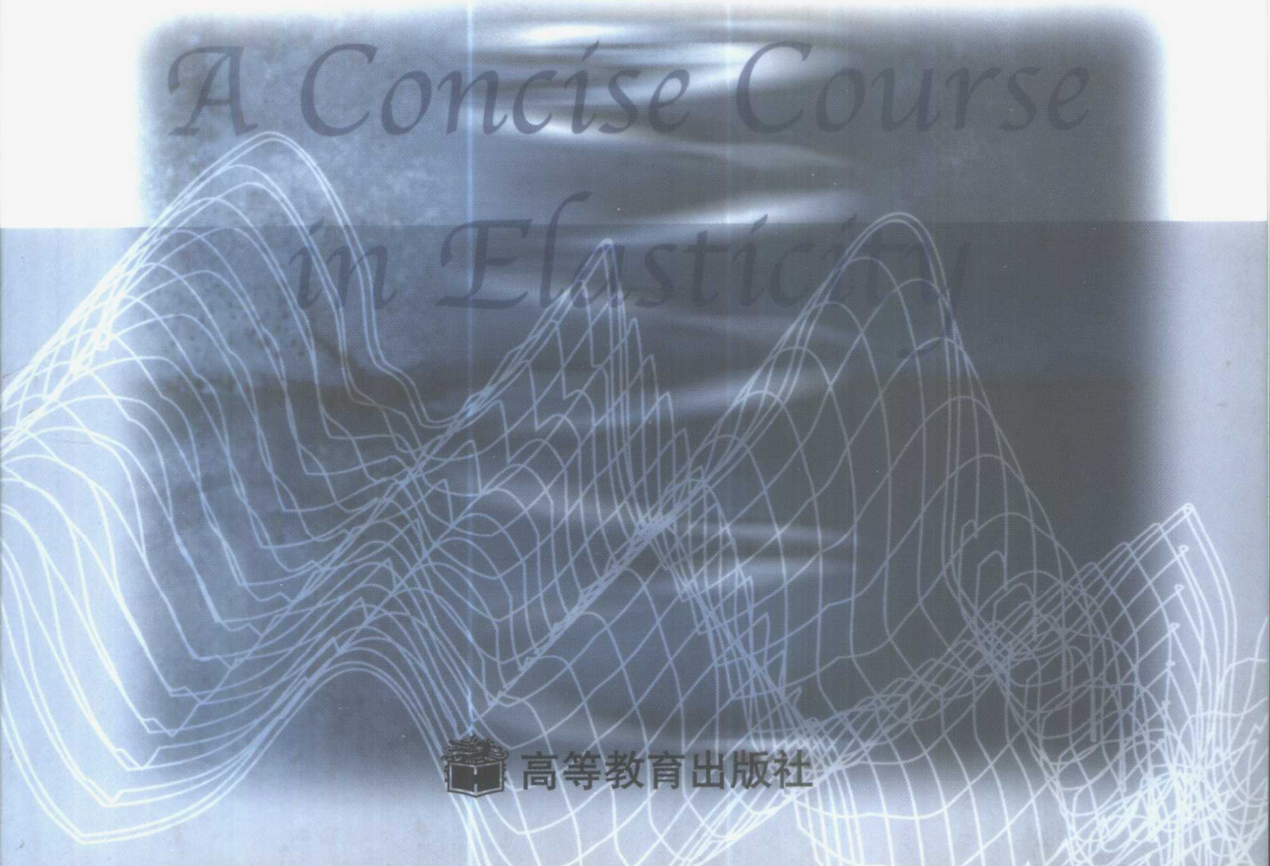
普通高等教育"十五"国家级规划教材

弹性力学简明教程

第三版

徐芝纶



高等教育出版社

普通高等教育“十五”国家级规划教材

弹性力学简明教程

第三版

徐 芝 纶

高等教育出版社

内容简介

本书是教育部“十五”国家级规划教材。是在第二版的基础上，保持原有的体系和特点，根据教学改革的需要和国家的有关新标准，进行了修订。全书按照由浅入深的原则，安排了平面问题的理论及解答、空间问题的理论及解答和薄板弯曲理论。并着重介绍了弹性力学的数值解法，即差分法、变分法和有限单元法。

本书作为弹性力学的入门教材，注重基本理论（基本概念、基本方程和基本解法）的阐述及其应用，以使学生在掌握基本理论的基础上能阅读和应用弹性力学文献，并能初步应用弹性力学的数值解法解决工程实际问题。

本书可作为高等学校工科本科有关专业的弹性力学课程教材，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学简明教程/徐芝纶.—3版.北京：高等教育出版社，2002.8
ISBN 7-04-010719-8

Ⅰ.弹… Ⅱ.徐… Ⅲ.弹性力学-高等学校-教材 Ⅳ.O343

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第030965号

弹性力学简明教程 第三版
徐芝纶

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市东城区沙滩后街55号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网　　址	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010-64014048		http://www.hep.com.cn

经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京中科印刷有限公司		
		版　　次	1980年1月第1版
开　　本	787×960 1/16		2002年8月第3版
印　　张	14.75	印　　次	2002年8月第1次印刷
字　　数	260 000	定　　价	17.40元

第三版前言

徐芝纶教授编著的《弹性力学简明教程》，具有内容精炼、深入浅出、易学易懂等特点，被许多工科院校广泛采用。第二版自1983年出版以来，已有相当长的时间了。为了适应科技的发展和贯彻新的国家标准和规范，及时反映教学实践中的经验，第三版在严格地保持原作的特点和风格下，做了少部分的修订。

本书的修订工作是在高等教育出版社的支持下进行的。河海大学弹性力学教研室曾广泛地征求国内许多院校的教授和专家的意见，并经多次讨论研究，又在高等教育出版社组织召开的座谈会上进行讨论，最后才将意见归纳并进行修订的。

修订的具体内容如下：(1)书中的量和单位的名称、符号及书写规则按1993年发布的GB 3100～3102—1993《量和单位》系列国家标准拟定，科技名词术语按全国自然科学名词审定委员会1993年公布的《力学名词》执行。(2)为了更便于初学者掌握弹性力学内容，对基本理论(基本概念、基本方程和基本解法)及其应用作了一些强调和说明，如关于边界条件、圣维南原理的应用、按位移求解、按应力求解、有限单元法的概念、差分法的概念、解题的思路和步骤等，都在叙述上补充了少量说明。修订者认为，这对初学者是有益的。此外，第三版中在一些重点内容和结论性的文字下面加排了波纹线。(3)为加强实践性教学环节，习题量增加了近一倍，这样，任课教师根据教学要求，可有较大的选择余地。这些习题的计算工作量不大，但对巩固基本知识很有好处。(4)在有限单元法中，由于多数文献是从变分原理导出公式的，因此，书中补充了从最小势能原理导出三角形单元公式的内容。此外，本书主要是使学生建立有限单元法的基本概念，故不再补充其他更多的内容。关于有限单元法程序，由于各校的计算机及使用的语言多不相同，且大都已经有了自己的程序，故也不作提供。(5)为便于读者阅读弹性力学文献，在附录B中简单地介绍了直角坐标系中的下标记号法。

本书的修订，特别要感谢许多院校教授和专家的支持。张元直编审、姜弘道教授、卓家寿教授等都提出了许多重要意见，徐慰祖教授认真审阅了修订稿，特向他们致以深切的谢意。并希望教师和学生在今后的使用过程中，对修订稿提出宝贵意见，以使徐芝纶教授编著的教科书得到进一步的完善。

本书第三版由河海大学王润富执笔修订。

王润富

2001年8月

第二版前言

本书的第二版，是参照1980年8月教育部审定的《高等工业学校弹性力学教学大纲(草案)》对第一版进行修订而成的。由于第一版的内容超出该大纲所规定的较多，因此，修订时主要是删繁就简，只是对个别章节中的讲解有所补充。

首先，该大纲完全没有涉及温度应力问题和有关任一点形变状态的问题，对薄壳问题则“建议根据专业的需要情况，另设选修课程”。在第二版中，当然就删去了这三方面的内容。其次，在该大纲的说明书中，变分法和薄板的弯曲问题并没有列入“本课程的基本要求”，因此，第二版中对这两部分内容作了较多的删减。

体系和章节次序的安排，都保持或改为和该大纲一致。

在第二版中，仍然有一些章节的内容是该大纲中没有明确包括、或者虽然明确包括但是加了星号的，如全部讲授，总共约需56至60学时。如专业教学计划中配给本课程的学时只有46至50，上述章节就不一定要讲授，其中包括§2－7，§4－7，§6－9，§8－2，§8－4至§8－8，§9－7至§9－9。

某些专业教学计划只给本课程以30至35学时。对这些专业的学生，可以完全不讲授空间问题和薄板的弯曲问题，还可以不讲变分法的内容。这样，仍然可以达到该大纲中对“本课程的基本要求”。

徐芝纶

1983年5月

第一版前言

本书是为高等学校水利、土建类专业编写的弹性力学教材。书中的内容系摘自编者为高等学校工科力学专业编写的《弹性力学》,以及以华东水利学院的名义编写的《弹性力学问题的有限单元法》,在内容的编排上根据水利、土建类专业的需要作了一些变动。

本书全部内容所需的教学时数,可能略多于现行有关专业教学计划中所规定的时数,各专业可根据不同情况对其中部分内容适当取舍。各章之后的习题,数量较多,可按照学生课外学时数的多少,布置其中的一部分。

本书承主审人清华大学龙驭球同志和太原工学院、浙江大学、成都科学技术大学、武汉建筑材料工业学院、北京工业大学、南京工学院、北京建筑工程学院、武汉水利电力学院、华北水利水电学院、西南交通大学参加审稿的同志提出了宝贵的意见,特此表示衷心的感谢。

姜弘道和李昭银两位同志参加了本书的编写工作。

徐芝纶

1979 年 11 月

主要符号表

弹性力学

坐标　直角坐标 x,y,z；圆柱坐标 ρ,φ,z；极坐标 ρ,φ。

体力分量　f_x,f_y,f_z（直角坐标系）；f_ρ,f_φ,f_z（圆柱坐标系）；f_ρ,f_φ（极坐标系）。

面力分量　$\bar{f}_x,\bar{f}_y,\bar{f}_z$（直角坐标系）；$\bar{f}_\rho,\bar{f}_\varphi,\bar{f}_z$（圆柱坐标系）；$\bar{f}_\rho,\bar{f}_\varphi$（极坐标系）。

位移分量　u,v,w（直角坐标系）；u_ρ,u_φ,u_z（圆柱坐标系）；u_ρ,u_φ（极坐标系）。

边界约束分量　$\bar{u},\bar{v},\bar{w}$（直角坐标系）。

方向余弦　l,m,n（直角坐标系）。

应力分量　正应力 σ，切应力 τ；全应力 p；斜面应力分量 p_x,p_y,p_z（直角坐标系）；σ_n,τ_n；体积应力 Θ。

应变分量　线应变 ε，切应变 γ；体应变 θ。

势能和功　形变势能 U，外力势能 V，总势能 E_{P}。功 W。

艾里应力函数 Φ

弹性模量 E，切变模量 G，体积模量 K。

泊松比 μ。

有限单元法（平面直角坐标系，三结点三角形单元）

体力列阵　$\boldsymbol{f}=(f_x\quad f_y)^{\mathrm{T}}$。

面力列阵　$\bar{\boldsymbol{f}}=(\bar{f}_x\quad \bar{f}_y)^{\mathrm{T}}$。

集中力列阵　$\boldsymbol{f}_{\mathrm{P}}=(f_{\mathrm{P}x}\quad f_{\mathrm{P}y})^{\mathrm{T}}$。

位移函数列阵　$\boldsymbol{d}=(u(x,y)\quad v(x,y))^{\mathrm{T}}$。

单元结点位移列阵　$\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}}=(\boldsymbol{\delta}_i\quad \boldsymbol{\delta}_j\quad \boldsymbol{\delta}_m)^{\mathrm{T}}$，　$\boldsymbol{\delta}_i=(u_i\quad v_i)^{\mathrm{T}}$　(i,j,m)。

单元结点力列阵　$\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}=(\boldsymbol{F}_i\quad \boldsymbol{F}_j\quad \boldsymbol{F}_m)^{\mathrm{T}}$，　$\boldsymbol{F}_i=(F_{ix}\quad F_{iy})^{\mathrm{T}}$　(i,j,m)。

单元结点荷载列阵　$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{e}}=(\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}i}\quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{L}j}\quad \boldsymbol{F}_{\mathrm{L}m})^{\mathrm{T}}$，　$\boldsymbol{F}_{\mathrm{L}i}=(F_{\mathrm{L}ix}\quad F_{\mathrm{L}iy})^{\mathrm{T}}$　(i,j,m)。

单元位移矩阵　$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{N}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}}$　（$\boldsymbol{N}$ 为形函数矩阵）。

单元应变矩阵　$\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}}$。

单元应力矩阵　$\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}}$　（$\boldsymbol{D}$ 为弹性矩阵，$\boldsymbol{S}$ 为应力转换矩阵）。

责任编辑　黄　毅
封面设计　于文燕
责任绘图　朱　静
版式设计　史新薇
责任校对　王效珍
责任印制　宋克学

目 录

第一章　绪　论

§1－1　弹性力学的内容

弹性体力学，通常简称为弹性力学，又称为弹性理论，是固体力学的一个分支，其中研究弹性体由于受外力作用、边界约束或温度改变等原因而发生的应力、形变和位移。

对工科各专业说来，弹性力学的任务和材料力学、结构力学的任务一样，是分析各种结构物或其构件在弹性阶段的应力和位移，校核它们是否具有所需的强度和刚度，并寻求或改进它们的计算方法。然而，这三门学科在研究对象上有所分工，在研究方法上也有所不同。

在材料力学里，基本上只研究所谓杆状构件，也就是长度远大于高度和宽度的构件。这种构件在拉压、剪切、弯曲、扭转作用下的应力和位移，是材料力学的主要研究内容。在结构力学里，主要是在材料力学的基础上研究杆状构件所组成的结构，也就是所谓杆件系统，例如桁架、刚架等等。至于非杆状的结构，例如板和壳，以及挡土墙、堤坝、地基等实体结构，则在弹性力学里加以研究。对于杆状构件作进一步的、较精确的分析，也须用到弹性力学。

虽然在材料力学和弹性力学里都研究杆状构件，然而研究的方法却不完全相同。在材料力学里研究杆状构件，除了从静力学、几何学、物理学三方面进行分析以外，大都还引用一些关于构件的形变状态或应力分布的假定，这就大大简化了数学推演，但是，得出的解答往往只是近似的。在弹性力学里研究杆状构件，一般都不必引用那些假定，因而得出的结果就比较精确，并且可以用来校核材料力学里得出的近似解答。

例如，在材料力学里研究直梁在横向荷载作用下的弯曲，就引用了平面截面的假定，得出的结果是：横截面上的正应力（弯应力）按直线分布。在弹性力学里研究这同一问题，就无须引用平面截面的假定。相反地，还可以用弹性力学里的分析结果来校核这个假定是否正确，并且由此判明：如果梁的深度并不远小于梁的跨度，而是同等大小的，那么，横截面上的正应力并不按直线分布，而是按曲线变化的，如图 5－4 所示，并且，材料力学里给出的最大正应力将具有很大的误差。

又例如，在材料力学里计算有孔的拉伸构件，通常就假定拉应力在净截面上

均匀分布。弹性力学里的计算结果表明:净截面上的拉应力远不是均匀分布,而在孔的附近发生高度的应力集中,如图 4-8 所示,孔边的最大拉应力会比平均拉应力大出几倍。

虽然在弹性力学里通常并不研究杆件系统,然而有不少人曾经致力于弹性力学和结构力学的综合应用,使得这两门学科越来越密切结合。弹性力学吸收了结构力学中的超静定结构分析法以后,大大扩展了它的应用范围,使得某些比较复杂的本来是无法求解的问题,得到了解答。这些解答虽然在理论上具有一定的近似性,但应用在工程上,通常却是足够精确的。在 20 世纪 50 年代中叶发展起来的有限单元法中,把连续弹性体划分成有限大小的单元构件,然后用结构力学里的位移法、力法或混合法求解,更加显示了弹性力学与结构力学综合应用的良好效果。

此外,对同一结构的各个构件,甚至对同一构件的不同部分,分别用弹性力学和结构力学或材料力学进行计算,常常可以节省很多的工作量,而仍然得到令人满意的结果。

总之,材料力学、结构力学和弹性力学这三门学科之间的界线不是很明显的,更不是一成不变的。我们不应当强调它们之间的分工,而应当更多地发挥它们综合应用的威力,才能使它们更好地为我国的经济建设服务。

§1-2 弹性力学中的几个基本概念

弹性力学中经常用到的基本概念有外力、应力、形变和位移。这些概念,虽然在材料力学和结构力学里都已经用到过,但在这里仍有再加以详细说明的必要。

作用于物体的**外力**可以分为体积力和表面力,两者也分别简称为**体力**和**面力**。

所谓体力,是分布在物体体积内的力,例如重力和惯性力。物体内各点受体力的情况,一般是不相同的。为了表明该物体在某一点 P 所受体力的大小和方向,在这一点取物体的一小部分,它包含着 P 点而它的体积为 ΔV,图 1-1a。设作用于 ΔV 的体力为 $\Delta \boldsymbol{F}$,则体力的平均集度为 $\Delta \boldsymbol{F}/\Delta V$。如果把所取的那一小部分物体不断减小,即 ΔV 不断减小,则 $\Delta \boldsymbol{F}$ 和 $\Delta \boldsymbol{F}/\Delta V$ 都将不断地改变大小、方向和作用点。现在,命 ΔV 无限减小而趋于 P 点,假定体力为连续分布,则 $\Delta \boldsymbol{F}/\Delta V$ 将趋于一定的极限 $\boldsymbol{f}$,即

$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V} = \boldsymbol{f}。$$

这个极限矢量 $\boldsymbol{f}$,就是该物体在 P 点所受体力的集度。因为 ΔV 是标量,所以 $\boldsymbol{f}$

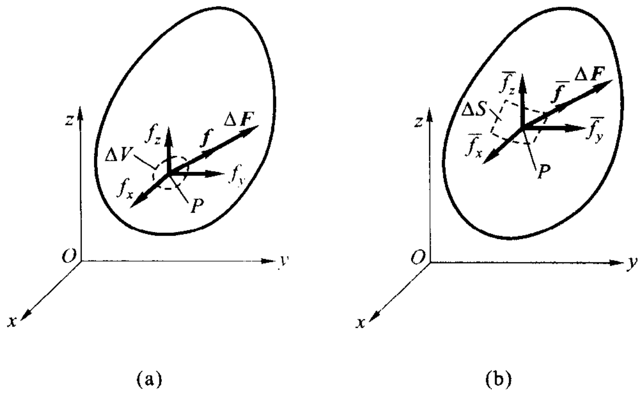


图 1-1

的方向就是 $\Delta \boldsymbol{F}$ 的极限方向。矢量 $\boldsymbol{f}$ 在坐标轴 x,y,z 上的投影 f_x,f_y,f_z，称为该物体在 P 点的体力分量，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。它们的量纲是 $\mathrm{L^{-2}MT^{-2}}$。

所谓面力，是分布在物体表面上的力，例如流体压力和接触力。物体在其表面上各点受面力的情况一般也是不相同的。为了表明该物体在表面上某一点 P 所受面力的大小与方向，在这一点取该物体表面的一小部分，它包含着 P 点而它的面积为 ΔS，图 1-1b。设作用于 ΔS 的面力为 $\Delta \boldsymbol{F}$，则面力的平均集度为 $\frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta S}$。与上相似，命 ΔS 无限减小而趋于 P 点，假定面力为连续分布，则 $\frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta S}$ 将趋于一定的极限 $\bar{\boldsymbol{f}}$，即

$$\lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta S} = \bar{\boldsymbol{f}}。$$

这个极限矢量 $\bar{\boldsymbol{f}}$ 就是该物体在 P 点所受面力的集度。因为 ΔS 是标量，所以 $\bar{\boldsymbol{f}}$ 的方向就是 $\Delta \boldsymbol{F}$ 的极限方向。矢量 $\bar{\boldsymbol{f}}$ 在坐标轴 x,y,z 上的投影 $\bar{f}_x,\bar{f}_y,\bar{f}_z$ 称为该物体在 P 点的面力分量，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。它们的量纲是 $\mathrm{L^{-1}MT^{-2}}$。

物体受外力以后，其内部将发生内力，即物体本身不同部分之间相互作用的力。为了研究物体在其某一点 P 处的内力，假想用经过 P 点的一个截面 mn 将该物体分为 Ⅰ 和 Ⅱ 两部分，而将 Ⅱ 部分撇开，图 1-2，撇开的部分 Ⅱ 将在截面 mn 上对留下的部分 Ⅰ 作用一定的内力。取这一截面的一小部分，它包含着 P 点而它的面积为 ΔA。设作用于 ΔA 上的内力为 $\Delta \boldsymbol{F}$，则内力的平均集度，即平均应力，为 $\frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A}$。现在，命 ΔA 无限减小而趋于 P 点，假定内力连续分布，则 $\frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A}$

将趋于一定的极限 $\boldsymbol{p}$，即

$$\lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A} = \boldsymbol{p}。$$

这个极限矢量 $\boldsymbol{p}$ 就是物体在截面 mn 上的、在 P 点的**应力**。因为 ΔA 是标量，所以应力 $\boldsymbol{p}$ 的方向就是 $\Delta \boldsymbol{F}$ 的极限方向。

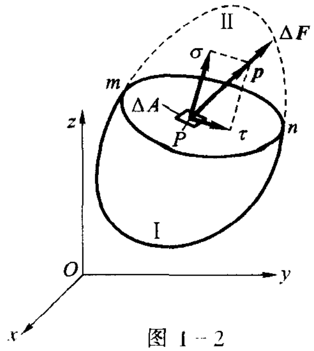


图 1－2

对于应力，除了在推导某些公式的过程中以外，通常都不用它沿坐标轴方向的分量，因为这些分量与物体的形变或材料强度都没有直接的关系。与物体的形变和材料强度直接相关的，是应力在其作用截面的法线方向及切线方向的分量，也就是**正应力** σ **及切应力** τ，如图 1－2 所示。应力及其分量的量纲是 $\mathrm{L}^{-1}\mathrm{MT}^{-2}$。

显然可见，在物体内的同一点 P，不同截面上的应力是不同的。为了分析这一点的应力状态，即各个截面上应力的大小和方向，在这一点从物体内取出一个微小的正平行六面体，它的棱边分别平行于三个坐标轴而长度为 $PA=\Delta x$，$PB=\Delta y$，$PC=\Delta z$，如图 1－3 所示。将每一面上的应力分解为一个正应力和两个切应力，分别与三个坐标轴平行。正应力用 σ 表示。为了表明这个正应力的作用面和作用方向，加上一个下标字母。例如，正应力 σ_x 是作用在垂直于 x 轴的面上，同时也是沿着 x 轴的方向作用的。切应力用 τ 表示，并加上两个下标字母，前一个字母表明作用面垂直于哪一个坐标轴，后一个字母表明作用方向沿着哪一个坐标轴。例如，切应力 τ_{xy} 是作用在垂直于 x 轴的面上而沿着 y 轴方向作用的。

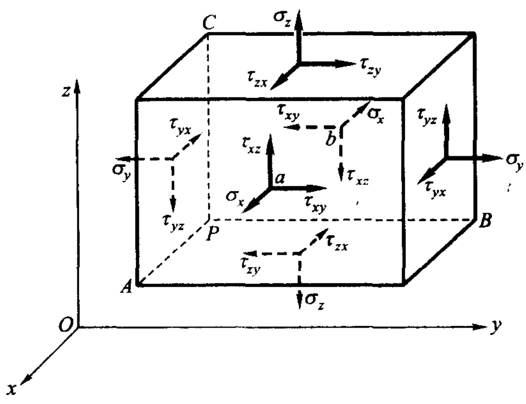


图 1－3

如果某一个截面上的外法线是沿着坐标轴的正方向，这个截面就称为一个正面，这个面上的应力就以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。相反，如果某一个截面上的外法线是沿着坐标轴的负方向，这个截面就称为一个负面，这个面上的应力就以沿坐标轴负方向为正，沿坐标轴正方向为负。图上所示的应力全都是正的。注意，虽然上述正负号规定，对于正应力说来，结果是和材料力学中的规定相同（拉应力为正而压应力为负），但是，对于切应力说来，结果却和材料力学中的规定不完全相同。

六个切应力之间具有一定的互等关系。例如，以连接六面体前后两面中心的直线 ab 为矩轴，列出力矩平衡方程，得

$$2\tau_{yz}\Delta z\Delta x\frac{\Delta y}{2}-2\tau_{zy}\Delta y\Delta x\frac{\Delta z}{2}=0。$$

同样可以列出其余两个相似的方程，简化以后，得出

$$\tau_{yz}=\tau_{zy},\qquad \tau_{zx}=\tau_{xz},\qquad \tau_{xy}=\tau_{yx}。\tag{1-1}$$

这就证明了**切应力互等性**：作用在两个互相垂直的面上并且垂直于该两面交线的切应力是互等的（大小相等，正负号也相同）。因此，切应力记号的两个下标字母可以对调。

在这里，我们没有考虑应力由于位置不同而有的变化，也就是把六面体中的应力当作均匀应力，而且也没有考虑体力的作用。以后可见，即使考虑到应力的变化和体力的作用，仍然可以推导出切应力的互等性。

附带指出，如果采用材料力学中的正负号规定，则切应力的互等性将表示成为 $\tau_{yz}=-\tau_{zy}$，$\tau_{zx}=-\tau_{xz}$，$\tau_{xy}=-\tau_{yx}$，显然不如采用上述规定时来得简单。但也应当指出，在利用莫尔圆（应力圆）时，就必须采用材料力学中的规定。

可以证明，在物体的任意一点，如果已知 σ_x，σ_y，σ_z，τ_{yz}，τ_{zx}，τ_{xy} 这六个应力分量，就可以求得经过该点的任意截面上的正应力和切应力。因此，上述六个应力分量可以完全确定该点的应力状态。

所谓**形变**，就是形状的改变。物体的形状总可以用它各部分的长度和角度来表示。因此，物体的形变总可以归结为长度的改变和角度的改变。

为了分析物体在其某一点 P 的形变状态，在这一点沿着坐标轴 x，y，z 的正方向取三个微小的线段 PA，PB，PC（图 1-3）。物体变形以后，这三个线段的长度以及它们之间的直角一般都将有所改变。各线段的每单位长度的伸缩，即单位伸缩或相对伸缩，称为**线应变**，亦称正应变；各线段之间的直角的改变，用弧度表示，称为**切应变**。线应变用字母 ε 表示：ε_x 表示 x 方向的线段 PA 的线应变，余类推。线应变以伸长时为正，缩短时为负，与正应力的正负号规定相适应。切应变用字母 γ 表示：γ_{yz} 表示 y 与 z 两方向的线段（即 PB 与 PC）之间的直角的改变，余类推。切应变以直角变小时为正，变大时为负，与切应力的正负号规

定相适应。线应变和切应变都是量纲一的量。

可以证明，在物体的任意一点，如果已知 $\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z,\gamma_{yz},\gamma_{zx},\gamma_{xy}$ 这六个应变，就可以求得经过该点的任一线段的线应变，也可以求得经过该点的任意两个线段之间的角度的改变。因此，这六个应变，称为该点的形变分量，可以完全确定该点的形变状态。

所谓**位移**，就是位置的移动。物体内任意一点的位移，用它在 x,y,z 三轴上的投影 u,v,w 来表示，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。这三个投影称为该点的位移分量。位移及其分量的量纲是 L。

一般而论，弹性体内任意一点的体力分量、面力分量、应力分量、形变分量和位移分量，都是随着该点的位置而变的，因而都是位置坐标的函数。

§1－3　弹性力学中的基本假定

在弹性力学的问题里，通常是已知物体的形状和大小(即已知物体的边界)，物体的弹性常数，物体所受的体力，物体边界上的约束情况或面力，而应力分量、形变分量和位移分量则是需要求解的未知量。

如何由这些已知量求出未知量，弹性力学的研究方法是：在弹性体区域内部，考虑静力学、几何学和物理学三方面条件，分别建立三套方程。即根据微分体的平衡条件，建立**平衡微分方程**；根据微分线段上形变与位移之间的几何关系，建立**几何方程**；根据应力与形变之间的物理关系，建立**物理方程**。此外，在弹性体的边界上，还要建立**边界条件**。在给定面力的边界上，根据边界上的微分体的平衡条件，建立**应力边界条件**；在给定约束的边界上，根据边界上的约束条件，建立**位移边界条件**。求解弹性力学问题，即在边界条件下根据平衡微分方程、几何方程、物理方程求解应力分量、形变分量和位移分量。

在导出方程时，如果精确考虑所有各方面的因素，则导出的方程将非常复杂，实际上不可能求解。因此，通常必须按照所研究的物体的性质，以及求解问题的范围，作出若干基本假定，略去一些影响很小的次要因素，使得方程的求解成为可能。本教程中对物体的材料性质采用的基本假定，即**弹性力学的基本假定**如下：

(1) **连续性**——假定物体是连续的，也就是假定整个物体的体积都被组成这个物体的介质所填满，不留下任何空隙。这样，物体内的一些物理量，例如应力、形变、位移等等，才可能是连续的，因而才可能用坐标的连续函数来表示它们的变化规律。实际上，一切物体都是微粒组成的，严格来说，都不符合上述假定。但是，可以想见，只要微粒的尺寸以及相邻微粒之间的距离都比物体的尺寸小得很多，那么，关于物体连续性的假定，就不会引起显著的误差。