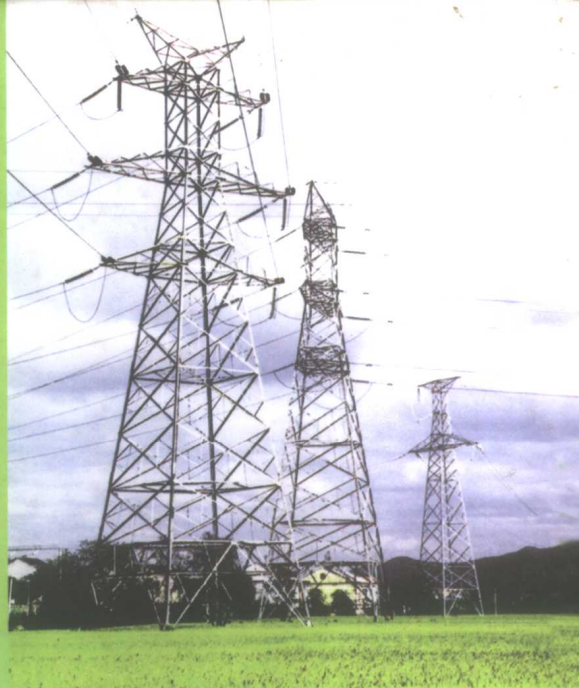


李博之 著



高压架空输电线路 架线施工

计算原理



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

高压架空输电线路 架线施工 计算原理

李博之 著



中国电力出版社

www.cepp.com.cn

内 容 提 要

本书是《高压架空输电线路施工技术手册（架线工程计算部分）》的姐妹篇，专门针对该手册的架空线施工计算基本公式，架空线弧垂测控与检查，联有耐张绝缘子串的架空悬线施工计算，架空线弧垂（水平张力）变量与线长变量，特殊紧线法施工计算，承受特殊荷载的架空线索施工计算，张力架线施工计算，架空线塑端伸长的处理等八部分所提计算方法、计算公式的由来和推导原理、推导过程，作出全面详尽的理论阐述，因此对从事高压架空输电线路施工、设计、运行和教学的专业人员都具有研读价值。

图书在版编目（CIP）数据

高压架空输电线路架线施工计算原理/李博之著. -北京：中国电力出版社，2001

ISBN 7-5083-0692-9

I. 高… II. 李… III. 高电压-输电线路：架空线路-工程施工-计算 IV. TM752

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 045611 号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>）

实验小学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2002 年 1 月第一版 2002 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 15.25 印张 342 千字

印数 0001—3000 册 定价 35.00 元

版权专有 翻印必究

（本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换）

前 言

建国 50 多年来,我国在高压架空输电线路架线施工方面积累了丰富的经验,和国外相比具有自己的特点。架线施工工艺的完善,必然导致架线施工设计的成熟,把这些成熟的架线施工设计加以系统整理总结,使之上升为理论,以指导后来者的工作和深造,并充实发展成为一门独立的学科,实属全国同行的共同愿望。虽然《高压架空输电线路施工技术手册(架线工程计算部分)》早已出版,惟该手册内容纯系计算方法和计算公式的集中汇编,是专供现场快速检索应用的,对计算方法及计算公式的由来推导和演绎过程,均未介绍,因此出版相应的理论专著,详尽阐述其推导原理和推导过程,则实属必要。

本人根据多年编写《高压架空输电线路施工技术手册(架线工程计算部分)》的经验和研究成果,系统整理写成本书,以谨献给全国架空输电线路施工同行,深望得到各方面的宝贵意见,使本书进一步充实和完善。在撰写过程中,自始至终得到葛惠英同志的支持和帮助,在此谨致衷心的感谢。

著 者

2001 年 5 月

目 录

前言

第一章 架空线力学计算的基本方法与原理	1
第一节 悬链线法计算架空线的悬垂函数、弧垂、线长和张力.....	1
第二节 抛物线法计算架空线的悬垂函数、弧垂、线长和张力	14
第三节 单档架空线工作条件变化与水平张力变化	22
第四节 平原丘陵连续档架空线工作条件变化与水平张力变化	28
第二章 架空线弧垂的测控与检查	32
第一节 平原丘陵耐张段的观测档架空线最大弧垂测控值	32
第二节 异长法测控架空线弧垂	33
第三节 等长法(平行四边形法)测控架空线弧垂	37
第四节 角度法测控架空线弧垂	39
第五节 平视法测控架空线弧垂	53
第三章 联有耐张绝缘子串的架空悬线施工计算	56
第一节 架空悬线的弧垂、线长及张力.....	56
第二节 孤立档架空悬线工作条件变化与水平张力变化	74
第三节 测控弧垂公式的修正	76
第四节 孤立档后联耐张绝缘子串引起的架空导线水平张力增大及补偿	84
第四章 架空线的弧垂(水平张力)变量与线长变量	86
第一节 架空线弧垂变量(误差量)与线长变量(误差量)	86
第二节 耐张杆塔倾斜挠曲对架空线弧垂的影响	96
第三节 紧线滑轮落差引起的架空导线弧垂误差与补偿	97
第四节 架空线水平张力变量(误差量)与线长变量(误差量).....	111
第五节 挂线过牵引时的架空线水平张力计算.....	118
第五章 特殊紧线法施工计算	123
第一节 多段连紧紧线法施工计算.....	123

第二节	地面画印紧线法施工计算	128
第三节	预紧线法施工计算	139
第四节	连续倾斜地形紧线法施工计算	141
第五节	含大高差档或大跨距档的陡峭山区紧线法施工计算	149
第六章	承受特殊荷载的架空线索计算	161
第一节	抛物线法原则计算承受两种均布自重荷载的架空线索	161
第二节	抛物线法原则计算承受均布自重荷载和集中荷载的架空线	172
第三节	承受均布自重荷载和集中荷载的大跨越档架空线弧垂	190
第四节	承受两种均布自重荷载的大跨越档架空线索弧垂	194
第七章	张力架线施工计算	200
第一节	张力放线工艺特点及程序	200
第二节	牵引钢绳轴向张力、牵引机牵引力与张力机分刹张力间的近似关系	201
第三节	张力机端分刹张力与牵引机端牵引力的近似控制值	208
第四节	放线滑车失压或上扬的校核	214
第五节	陡峭山区耐张段内施工段导线水平紧线应力选定	216
第八章	架空线塑蠕伸长的处理	226
第一节	架空线受热的应力-应变特性	226
第二节	传统架线法中对塑蠕伸长的处理	227
第三节	张力架线法中对塑蠕伸长的处理	232
第四节	单位蠕变伸长与等效温度校正	235

第一章

架空线力学计算的基本方法与原理

高压架空输电线路的架线工程包括架空导线及架空地线的安装与架设。架设架空线时需进行必要的施工计算,例如架空线在各种条件下的力学计算及安装计算,其目的在于使架线工程的安全和质量得到保证。本章将集中讲述各种常用基本计算方法的推导原理。

第一节 悬链线法计算架空线的悬垂函数、弧垂、线长和张力

架空线是悬挂在输电线路两杆塔之间工作的,由于两杆塔间距离较大,便使架空线的刚性对悬垂状态的影响相对变小,因此在输电线路架线工程计算上常忽略架空线的刚度而视架空线为一柔索。柔索是充分柔软的,它只能承受张力而不能抵抗弯曲,任何点的张力,其方向皆与该点架空线的轴线方向相一致。

架空线的自重力实际是按其本身线向均匀分布的,因此架线工程计算上,考虑架空线本身的单位长度自重力按线向均匀分布才是最符合实际的。根据这种原则推导得到的架空线悬垂函数是悬链线型的,故按架空线单位长度自重力沿自身线向均匀分布的原则计算架空线弧垂、线长和张力的方法,简称悬链线法。

一、架空线的悬垂函数

如图 1-1-1(a)所示,A、B 为不等高的两悬挂点,AOB 为架空线,P 为线上某任意点,O 为架空线的最低点,且取 O 为 X—Y 直角坐标系的原点。设架空线单位长度自重力 w 是沿线均匀分布的。取架空线 OP 线段为隔离体,由图 1-1-1(b)知该线段在 \vec{T}_P 、 \vec{H} 、 $\vec{L}_x w$ 诸力作用下处于平衡状态。于是

根据图 1-1-1(c)和(a),有

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{L_x w}{H} \\ \frac{d(\operatorname{tg} \theta)}{dx} &= \frac{w}{H} \frac{dL_x}{dx} = \frac{w}{H} \sec \theta \\ \frac{\sec^2 \theta d\theta}{\sec \theta} &= \frac{w}{H} dx \\ \int \sec \theta d\theta &= \int \frac{w}{H} dx \\ \ln(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} + \operatorname{tg} \theta) &= \frac{w}{H} x + C_1 \end{aligned}$$

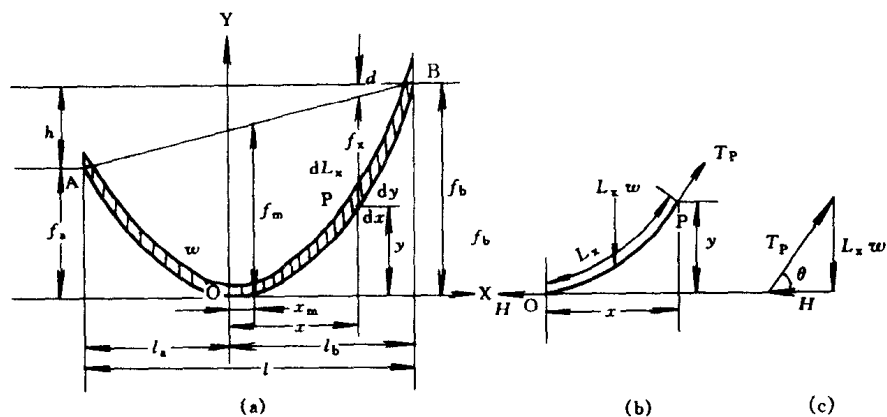


图 1-1-1 两悬挂点不等高的架空线
(a)线档图;(b)OP线段受力图;(c)线段P点受力矢量图

$$\text{sh}^{-1}(\text{tg}\theta) = \frac{w}{H}x + C_1$$

当 $x=0, \text{tg}\theta=0$, 代入上式得 $C_1=0$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{tg}\theta &= \text{sh} \frac{w}{H}x \\ \frac{dy}{dx} &= \text{sh} \frac{w}{H}x \\ dy &= \text{sh} \frac{w}{H}x dx \\ \int dy &= \int \text{sh} \frac{w}{H}x dx \\ y &= \frac{H}{w} \text{ch} \frac{w}{H}x + C_2 \end{aligned}$$

当 $x=0, y=0$, 代入上式得 $C_2 = -\frac{H}{w}$

$$\therefore \quad y = \frac{H}{w} \left(\text{ch} \frac{w}{H}x - 1 \right) = \frac{\sigma}{g} \left(\text{ch} \frac{g}{\sigma}x - 1 \right) \quad (1-1-1)$$

其中

$$\sigma = \frac{H}{S}$$

$$g = \frac{w}{S}$$

式中 x ——架空线任意点 P 对其最低点的水平距离, m;

y ——架空线任意点 P 对其最低点的高度, m;

H ——架空线最低点的水平张力, N;

σ ——架空线最低点的水平应力, N/mm² (或 MPa);

w ——架空线单位长度的自重力, N/m;

g ——架空线的自重力比载, N/(m·mm²) (或 MPa/m);

S ——架空线截面积, mm²。

式(1-1-1)就是以架空线最低点 O 为 X、Y 直角坐标系原点的架空线悬垂函数式,它是一悬链线函数,说明两悬挂点间架空线的实际悬垂形状是悬链线型的。

以幂级数表示,则 $\text{ch} \frac{w}{H}x = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{w}{H}\right)^2 x^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{w}{H}\right)^4 x^4 + \frac{1}{720} \left(\frac{w}{H}\right)^6 x^6$, 将其代入式(1-1-1),得

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \left(\frac{w}{H}\right)x^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{w}{H}\right)^3 x^4 + \frac{1}{720} \left(\frac{w}{H}\right)^5 x^6 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{g}{\sigma}\right)x^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{g}{\sigma}\right)^3 x^4 + \frac{1}{720} \left(\frac{g}{\sigma}\right)^5 x^6 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-2)$$

二、架空线的弧垂

架空线某点的弧垂,就是从两悬挂点连线到架空线该点的垂直距离。例如图 1-1-1(a)上所示的 f_x ,就是距坐标系原点水平距离为 x 的架空线 P 点的弧垂。

1. 架空线高低侧的平视档距及平视弧垂

根据图 1-1-1(a),由式(1-1-1)得

$$x = -l_a \text{ 时, } f_a = \frac{H}{w} \left(\text{ch} \frac{w}{H} l_a - 1 \right)$$

$$x = l_b \text{ 时, } f_b = \frac{H}{w} \left(\text{ch} \frac{w}{H} l_b - 1 \right)$$

$$\begin{aligned} h = f_b - f_a &= \frac{H}{w} \left(\text{ch} \frac{w}{H} l_b - \text{ch} \frac{w}{H} l_a \right) = 2 \frac{H}{w} \text{sh} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2} \right) \cdot \text{sh} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} \right) \\ &= 2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H} \cdot \text{sh} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{sh} \frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} &= \frac{h}{2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \\ l_b - l_a &= \frac{2H}{w} \text{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \end{aligned} \quad (1-1-3)$$

$$l_a + l_b = l \quad (1-1-4)$$

式(1-1-3)+式(1-1-4)得

$$\begin{aligned} 2l_b &= l + \frac{2H}{w} \text{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \\ \therefore \quad l_b &= \left. \begin{aligned} \frac{l}{2} + \frac{H}{w} \text{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \\ = \frac{l}{2} + \frac{\sigma}{g} \text{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{\sigma}{g} \text{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-5) \end{aligned}$$

由式(1-1-4)得

$$\left. \begin{aligned} l_a = l - l_b &= \frac{l}{2} - \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}} \\ &= \frac{l}{2} - \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{l g}{2 \sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-6)$$

式中 l ——线档的档距, m;

h ——架空线两悬挂点高差, m。

式(1-1-5)所表述的为架空线最低点到高悬挂点 B 的水平距离, 称为高侧平视档距; 式(1-1-6)所表述的为架空线最低点到低悬挂点 A 的水平距离, 称为低侧平视档距。根据这两个公式可看出, 两悬挂点不等高时, 架空线最低点不位于档距中央, 而偏向低悬挂点一段水

平距离 $\frac{l_b - l_a}{2} = \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}}$ 。设档距中点架空线的坐标为 (x_m, y_m) , 则

$$\left. \begin{aligned} x_m &= \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}} \\ &= \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{l g}{2 \sigma}} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-7)$$

将式(1-1-7)代入式(1-1-1), 得档距中点架空线对架空线最低点的高度 y_m 为

$$\begin{aligned} y_m &= \frac{H}{w} \left[\operatorname{ch} \left(\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}} \right) - 1 \right] \\ &= \frac{H}{w} \left\{ \operatorname{ch} \left[\operatorname{ch}^{-1} \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}} \right)^2} \right] - 1 \right\} \\ &= \frac{H}{w} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{h}{2 \frac{H}{w} \operatorname{sh} \frac{l w}{2 H}} \right)^2} - 1 \right] \\ &= \frac{\sigma}{g} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{h}{2 \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{l g}{2 \sigma}} \right)^2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (1-1-8)$$

由式(1-1-1), 有

$$\frac{f_b + f_a}{2} = \frac{H}{2w} \left(\operatorname{ch} \frac{w}{H} l_b + \operatorname{ch} \frac{w}{H} l_a - 2 \right) = \frac{H}{w} \left[\operatorname{ch} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2} \right) \cdot \operatorname{ch} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} \right) - 1 \right]$$

$$\therefore \frac{H}{w} \operatorname{ch} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} \right) = \frac{\frac{f_b + f_a}{2} + \frac{H}{w}}{\operatorname{ch} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2} \right)} \quad (1-1-9)$$

$$\frac{f_b - f_a}{2} = \frac{H}{2w} \left(\operatorname{ch} \frac{w}{H} l_b - \operatorname{ch} \frac{w}{H} l_a \right) = \frac{H}{w} \operatorname{sh} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2} \right) \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2} \right)$$

$$\therefore \frac{H}{w} \operatorname{sh}\left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2}\right) = \frac{\frac{f_b - f_a}{2}}{\operatorname{sh}\left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2}\right)} \quad (1-1-10)$$

式(1-1-9)平方 - 式(1-1-10)平方, 并以 $f_b - f_a = h$ 、 $l_b + l_a = l$ 代入, 得

$$\left(\frac{H}{w}\right)^2 = \left[\frac{\frac{f_b + f_a}{2} + \frac{H}{w}}{\operatorname{ch} \frac{lw}{2H}}\right]^2 - \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2$$

$$\frac{\frac{f_b + f_a}{2} + \frac{H}{w}}{\operatorname{ch} \frac{lw}{2H}} = \sqrt{\left(\frac{H}{w}\right)^2 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{f_b + f_a}{2} &= \left(\frac{H}{w} \operatorname{ch} \frac{lw}{2H}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2} - \frac{H}{w} \\ &= \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2} - 1 \right] \end{aligned}$$

根据图 1-1-1(a), 知

$$\left. \begin{aligned} f_b &= \frac{f_b + f_a}{2} + \frac{h}{2} = \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2} - 1 \right] + \frac{h}{2} \\ &= \frac{\sigma}{g} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lg}{2\sigma}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{2 \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}}\right]^2} - 1 \right] + \frac{h}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-11)$$

$$\left. \begin{aligned} f_a &= \frac{f_b + f_a}{2} - \frac{h}{2} = \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{\operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}\right]^2} - 1 \right] - \frac{h}{2} \\ &= \frac{\sigma}{g} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lg}{2\sigma}\right) \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{h}{2}}{2 \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}}\right]^2} - 1 \right] - \frac{h}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-12)$$

式(1-1-11)所表述的, 为架空线最低点到高悬挂点 B 的垂直距离称为高侧平视弧垂; 式(1-1-12)所表述的, 为架空线最低点到低悬挂点 A 的垂直距离称为低侧平视弧垂。

当 A、B 两悬挂点等高时, 则 $h = 0$, 由式 (1-1-5) ~ 式 (1-1-12) 知

$$x_m = y_m = 0$$

$$l_a = l_b = \frac{l}{2}$$

$$f_a = f_b = \frac{H}{w} \left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2l} - 1 \right) \quad (1-1-13)$$

说明两悬挂点等高时, 架空线的最低点位于档距中点, 两侧平视档距相等均等于档距之半; 两侧平视弧垂相等均等于档距中点的弧垂。

2. 架空线任意点的弧垂

根据图 1-1-1 (a), 知 $\frac{d}{l_b - x} = \frac{h}{l}$, 则 $d = \frac{h}{l} (l_b - x)$, 因此距架空线最低点 (直角坐标系原点) 水平距离 x 处的弧垂 f_x 为

$$\begin{aligned}
 f_x &= f_b - d - y \\
 &= \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{w \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} - 1 \right] + \frac{h}{2} - \frac{h}{l} \left[\frac{l}{2} + \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} - x \right] \\
 &\quad - \frac{H}{w} \left(\operatorname{ch} \frac{wx}{H} - 1 \right) \\
 &= \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{w \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} - \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} - \left(\frac{H}{w} \operatorname{ch} \frac{wx}{H} - \frac{h}{l} x \right) \right] \\
 &= \frac{\sigma}{g} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lg}{2\sigma} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{g \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \right]^2} - \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} - \left(\frac{\sigma}{g} \operatorname{ch} \frac{gx}{\sigma} - \frac{h}{l} x \right) \right]
 \end{aligned} \tag{1-1-14} \textcircled{1}$$

$x=0$ 时, 由式 (1-1-14) 知架空线最低点的弧垂为:

$$f_0 = \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{w \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} - \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} - 1 \right] \tag{1-1-15}$$

$x = \frac{l_b - l_a}{2} = \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}}$ 时, 由式 (1-1-14) 知档距中点架空线的弧垂为

$$f_m = \frac{H}{w} \left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} - 1 \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{w \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} \tag{1-1-16}$$

在图 1-1-2 中, A'B 直线平行于两悬挂点连线 AB 并与架空线相切于 S 点。设 S 点的坐标为 (x_1, y_1) , 则在 S 点处悬垂曲线的斜率 $\frac{dy}{dx}$ 应与 A'B 切线的斜率 $\frac{h}{l}$ 相同, 即

$$\operatorname{sh} \frac{wx_1}{H} = \frac{h}{l}$$

① 假如图 1-1-1 (a) 的悬挂点 A 高于悬挂点 B, 根据相同推导原则, 可求得距架空线最低点 (直角坐标系原点) 水平距离 x 处的弧垂为

$$f_x = \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left[\frac{h}{w \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} - \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} - \left(\frac{H}{w} \operatorname{ch} \frac{wx}{H} + \frac{h}{l} x \right) \right]$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore x_1 &= \frac{H}{w} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} = \frac{\sigma}{g} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} \\ y_1 &= \frac{H}{w} \left[\operatorname{ch} \left(\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} \right) - 1 \right] = \frac{\sigma}{g} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-1-17)$$

式 (1-1-17) 就是架空线平行四边形的切点 S 至最低点 O 的水平距离和垂直距离。

将式 (1-1-17) 代入式 (1-1-14) 得架空线平行四边形切点的弧垂，也即是档内架空线的最大弧垂，其值为

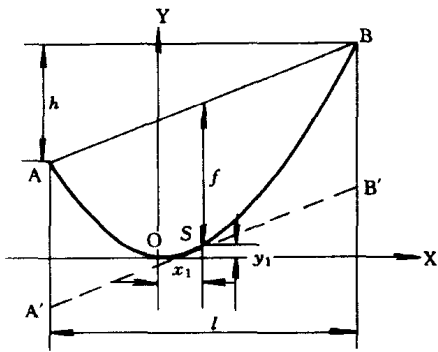


图 1-1-2 与两悬挂点连线平行的架空线切线的弧垂

$$\begin{aligned} f &= \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right)^2} - \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} - \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} - \operatorname{ch} \left(\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} \right) + \frac{h}{l} \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} \right] \\ &= \frac{H}{w} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} + \frac{h}{l} \left[\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{l} - \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right] \right] \end{aligned} \quad (1-1-18)$$

由式 (1-1-7)、式 (1-1-17) 和式 (1-1-16)、式 (1-1-18) 可看出

$$x_1 > x_m$$

$$f > f_m$$

说明两悬挂点不等高时，架空线平行四边形切点的位置不在档距中点，而稍偏于高悬挂点侧；架空线平行四边形切点的弧垂，稍大于档距中点的弧垂，而为档内的最大弧垂。

当两悬挂点等高时，则 $h=0$ ，由式 (1-1-7)、(1-1-17) 和式 (1-1-16)、(1-1-18) 知

$$x_1 = x_m = 0$$

$$f = f_m = \frac{H}{w} \left(\operatorname{ch} \frac{lw}{2H} - 1 \right)$$

说明两悬挂点等高时，架空线平行四边形切点的位置在档距中点，且平行四边形切点的弧垂与档距中点的弧垂相等，同为线档架空线的最大弧垂。

三、架空线的线长

根据图 1-1-1 (c) 架空线任意点 P 的力三角形得

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{L_x w}{H}$$

由微分式 (1-1-1) 得

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{sh} \left(\frac{w}{H} x \right) = \operatorname{tg} \theta$$

由以上两式知

$$\frac{L_x w}{H} = \text{sh}\left(\frac{w}{H}x\right)$$

$$\therefore L_x = \frac{H}{w} \text{sh}\left(\frac{w}{H}x\right) = \frac{\sigma}{g} \text{sh}\left(\frac{g}{\sigma}x\right) \quad (1-1-19)$$

以幂级数表示, 则 $\text{sh}\frac{w}{H}x = \left(\frac{w}{H}\right)x + \frac{1}{6}\left(\frac{w}{H}\right)^3 x^3 + \frac{1}{120}\left(\frac{w}{H}\right)^5 x^5 + \frac{1}{5040}\left(\frac{w}{H}\right)^7 x^7$, 将其代入式 (1-1-19), 得

$$\left. \begin{aligned} L_x &= x + \frac{1}{6}\left(\frac{w}{H}\right)^2 x^3 + \frac{1}{120}\left(\frac{w}{H}\right)^4 x^5 + \frac{1}{5040}\left(\frac{w}{H}\right)^6 x^7 \\ &= x + \frac{1}{6}\left(\frac{g}{\sigma}\right)^2 x^3 + \frac{1}{120}\left(\frac{g}{\sigma}\right)^4 x^5 + \frac{1}{5040}\left(\frac{g}{\sigma}\right)^6 x^7 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-20)$$

式中 L_x ——架空线 \widehat{OP} 弧段的长度, m。

根据图 1-1-1 (a) 与式 (1-1-19) 知

$$L_{\widehat{OA}} = \frac{H}{w} \text{sh}\left(\frac{w}{H}l_a\right)$$

$$L_{\widehat{OB}} = \frac{H}{w} \text{sh}\left(\frac{w}{H}l_b\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore L_{\widehat{AB}} &= L_{\widehat{OA}} + L_{\widehat{OB}} = \frac{H}{w} \left[\text{sh}\left(\frac{w}{H}l_a\right) + \text{sh}\left(\frac{w}{H}l_b\right) \right] \\ &= 2 \frac{H}{w} \text{sh}\left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b + l_a}{2}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{w}{H} \cdot \frac{l_b - l_a}{2}\right) \\ &= 2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H} \cdot \text{ch} \left[\text{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \right] \\ &= 2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H} \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{h}{\frac{2H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} \\ &= \sqrt{\left(2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H} \right)^2 + h^2} \\ &= \sqrt{\left(2 \frac{\sigma}{g} \text{sh} \frac{lg}{2\sigma} \right)^2 + h^2} \end{aligned} \quad (1-1-21)$$

式中 $L_{\widehat{AB}}$ ——两悬挂点不等高时, 线档内架空线的长度, m。

当两悬挂点等高时, 则 $h=0$, 由式 (1-1-21) 知

$$L_{\widehat{AB=}} = 2 \frac{H}{w} \text{sh} \frac{lw}{2H} \quad (1-1-22)$$

式中 $L_{\widehat{AB=}}$ ——两悬挂点等高时, 线档内架空线的长度, m。

比较式 (1-1-21) 与式 (1-1-22), 说明两悬挂点不等高的线档架空线长度等于两悬挂点等高的线档架空线长度 $L_{\widehat{AB=}}$ 的平方与两悬挂点高差 h 的平方之和再开方。

四、架空线的张力 (应力)

1. 架空线任意点的张力 (应力)

根据式 (1-1-1) 有

$$\left(y + \frac{H}{w}\right)^2 = \left(\frac{H}{w}\right)^2 \operatorname{ch}^2\left(\frac{w}{H}x\right) \quad (1-1-23)$$

根据式 (1-1-19) 有

$$L_x^2 = \left(\frac{H}{w}\right)^2 \operatorname{sh}^2\left(\frac{w}{H}x\right) \quad (1-1-24)$$

式 (1-1-23) - 式 (1-1-24) 得

$$H^2 + (L_x w)^2 = (H + yw)^2 \quad (1-1-25)$$

根据图 1-1-1 (c) 任意点 P 的力三角形知

$$T_P^2 = H^2 + (L_x w)^2 \quad (1-1-26)$$

由式 (1-1-23)、式 (1-1-25)、式 (1-1-26) 知

$$T_P^2 = (H + yw)^2 = H^2 \operatorname{ch}^2\left(\frac{w}{H}x\right)$$

故架空线 P 点的轴向张力和轴向应力分别为

$$\left. \begin{aligned} T_P &= H + yw = H \operatorname{ch}\left(\frac{w}{H}x\right) \\ \sigma_P &= \sigma + yg = \sigma \operatorname{ch}\left(\frac{g}{\sigma}x\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-27) \bullet$$

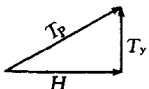
根据图 1-1-1 (b), \widehat{OP} 隔离体 P 点的轴向张力 $\overrightarrow{T_P}$ 是隔离体承受的水平张力 \overrightarrow{H} 和垂直自重力 $\overrightarrow{L_x w}$ 的合力。由图 1-1-1 (c) P 点的力三角形知 $\overrightarrow{T_P}$ 的水平分量应与 \overrightarrow{H} 大小相等方向相反, $\overrightarrow{T_P}$ 的垂直分量应与 $\overrightarrow{L_x w}$ 大小相等方向相反。这个性质说明:

1) 架空线各点轴向张力 T 的水平分量是相等的, 它等于架空线最低点的水平张力 H ;

2) 架空线各点轴向张力 T 的垂直分量是不同的, 它等于各点与最低点间弧段的垂直重力 $L_x w$; 架空线最低点轴向张力的垂直分量为零, 故最低点轴向张力最小而等于水平张力 H , 两悬挂点架空线轴向张力的垂直分量最大, 因而两悬挂点架空线的轴向张力便最大。

根据式 (1-1-27), 架空线任意点 P 处的轴向张力 T_P 等于架空线最低点的水平张力 H (轴向张力的不变部分) 与架空线 P 点对最低点间高差线段的自重力 yw (轴向张力的变动部分) 之算术和。这个关系同样说明:

1) 架空线各点轴向张力 T 的不变部分就是最低点的水平张力 H , 它在架空线各点都是相同的;

● 或根据架空线任意点 P 的力三角形  , 知 $\frac{T_y}{H} = \frac{dy}{dx} = \operatorname{sh} \frac{w}{H}x$, 则 $T_y = H \operatorname{sh} \frac{w}{H}x$, 又 $T_P =$

$\sqrt{H^2 + T_y^2} = \sqrt{H^2 + H^2 \operatorname{sh}^2 \frac{w}{H}x} = H \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 \frac{w}{H}x} = H \operatorname{ch} \frac{w}{H}x$ 。根据式 (1-1-1) 知, $H + yw = H \operatorname{ch} \frac{w}{H}x$, 故 $T_P = H + yw$ 。

2) 架空线各点轴向张力 T 的变动部分就是架空线各点与最低点间高差线段的自重力 yw ，它随各点对最低点的相对高度 y 之大小而变化。架空线最低点的相对高度为零，故最低点的轴向张力即为水平张力 H ；架空线两悬挂点对最低点的相对高度最大，故两悬挂点处架空线的轴向张力便最大。

将式 (1-1-5)、(1-1-6)、(1-1-7) 代入式 (1-1-27) 知：

悬挂点 A 处架空线的轴向张力和轴向应力分别为

$$\left. \begin{aligned} T_A &= H \operatorname{ch} \left[\frac{lw}{2H} - \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right] \\ \sigma_A &= \sigma \operatorname{ch} \left[\frac{lg}{2\sigma} - \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-1-28)$$

悬挂点 B 处架空线的轴向张力和轴向应力分别为

$$\left. \begin{aligned} T_B &= H \operatorname{ch} \left[\frac{lw}{2H} + \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right] \\ \sigma_B &= \sigma \operatorname{ch} \left[\frac{lg}{2\sigma} + \operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-1-29)$$

档距中点处架空线的轴向张力和轴向应力分别为

$$\left. \begin{aligned} T_m &= H \operatorname{ch} \left[\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right] \\ &= H \sqrt{1 + \left[\frac{h}{\frac{2H}{w} \operatorname{sh} \frac{lw}{2H}} \right]^2} \\ \sigma_m &= \sigma \operatorname{ch} \left[\operatorname{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \right] \\ &= \sigma \sqrt{1 + \left[\frac{h}{\frac{2\sigma}{g} \operatorname{sh} \frac{lg}{2\sigma}} \right]^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-30)$$

2. 架空线任意两点间的张力差

如图 1-1-3 所示，架空线的单位长度自重力 w (N/m) 是沿线均匀分布的，其最低点的水平张力为 H (N)。

(1) 根据式 (1-1-27)，架空线 P 点的张力为 $T_P = H + y_P w$ ，则 $H = T_P - y_P w$ ；架空线 Q 点的张力为 $T_Q = H + y_Q w$ ，则 $H = T_Q - y_Q w$ 。故

$$T_P - y_P w = T_Q - y_Q w$$

$$\left. \begin{aligned} T_P &= T_Q + (y_P - y_Q) \omega = T_Q + \Delta h \cdot \omega \\ T_Q &= T_P - (y_P - y_Q) \omega = T_P - \Delta h \cdot \omega \end{aligned} \right\} \quad (1-1-31)$$

式中 Δh ——P点与Q点间的高差，m。

(2) 根据式 (1-1-27)，架空线悬挂点 B 处的张力为 $T_B = H + f_b \omega$ ，则 $H = T_B - f_b \omega$ ；架空线悬挂点 A 处的张力为 $T_A = H + f_a \omega$ ，则 $H = T_A - f_a \omega$ 。故

$$\left. \begin{aligned} T_B - f_b \omega &= T_A - f_a \omega \\ T_B &= T_A + (f_b - f_a) \omega = T_A + h \omega \\ T_A &= T_B - (f_b - f_a) \omega = T_B - h \omega \end{aligned} \right\} \quad (1-1-32)$$

式中 h ——悬挂点 B 与悬挂点 A 间的高差，m。

式 (1-1-31)、(1-1-32) 说明，档内不同高度任意两点间的张力差，与其高差 Δh 或 h 成正比，而等于该两点间的高差 Δh 或 h 乘以架空线单位长度的自重力 ω 。

五、架空线的倾斜角

根据前述，图 1-1-1 (a) 架空线任意点 P 有

$$\frac{dy}{dx} = \text{sh} \frac{\omega}{H} x = \text{tg} \theta$$

故架空线任意点 P 的倾斜角为

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\text{sh} \frac{\omega}{H} x \right) \quad (1-1-33)$$

将式 (1-1-5)、(1-1-6) 代入式 (1-1-33) 知：

悬挂点 A 处架空线的倾斜角（亦即悬挂点 A 处架空线的悬垂角）为

$$\theta_A = \text{tg}^{-1} \left[\text{sh} \left[\frac{l\omega}{2H} - \text{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{\omega} \text{sh} \frac{l\omega}{2H}} \right] \right] \quad (1-1-34)$$

悬挂点 B 处架空线的倾斜角（亦即悬挂点 B 处架空线的悬垂角）为

$$\theta_B = \text{tg}^{-1} \left[\text{sh} \left[\frac{l\omega}{2H} + \text{sh}^{-1} \frac{h}{\frac{2H}{\omega} \text{sh} \frac{l\omega}{2H}} \right] \right] \quad (1-1-35)$$

六、取低悬挂点 A 为 X、Y 直角坐标系原点的架空线悬垂函数、弧垂与线长

1. 架空线的悬垂函数

如图 1-1-4 (a) 所示，A、B 为不等高的两悬挂点， \widehat{AOB} 为架空线，P 为线上某任意点，O 为架空线的最低点，并取低悬挂点 A 为 X、Y 直角坐标系的原点。设架空线单位长度的自重力 ω 是沿线均匀分布的。取架空线 \widehat{AP} 线段为隔离体，由图 1-1-4 (b) 知，该线段在 \vec{T}_P 、 \vec{H} 、 \vec{V}_A 、 $\vec{L}_x \omega$ 诸力作用下处于平衡状态。

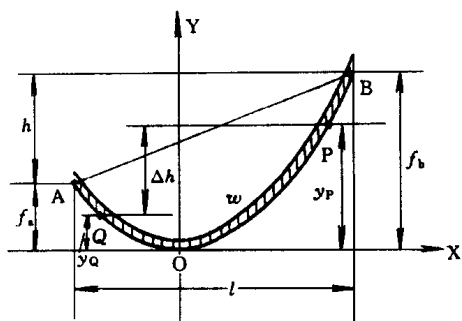


图 1-1-3 架空线不同高度两任意点的不同张力