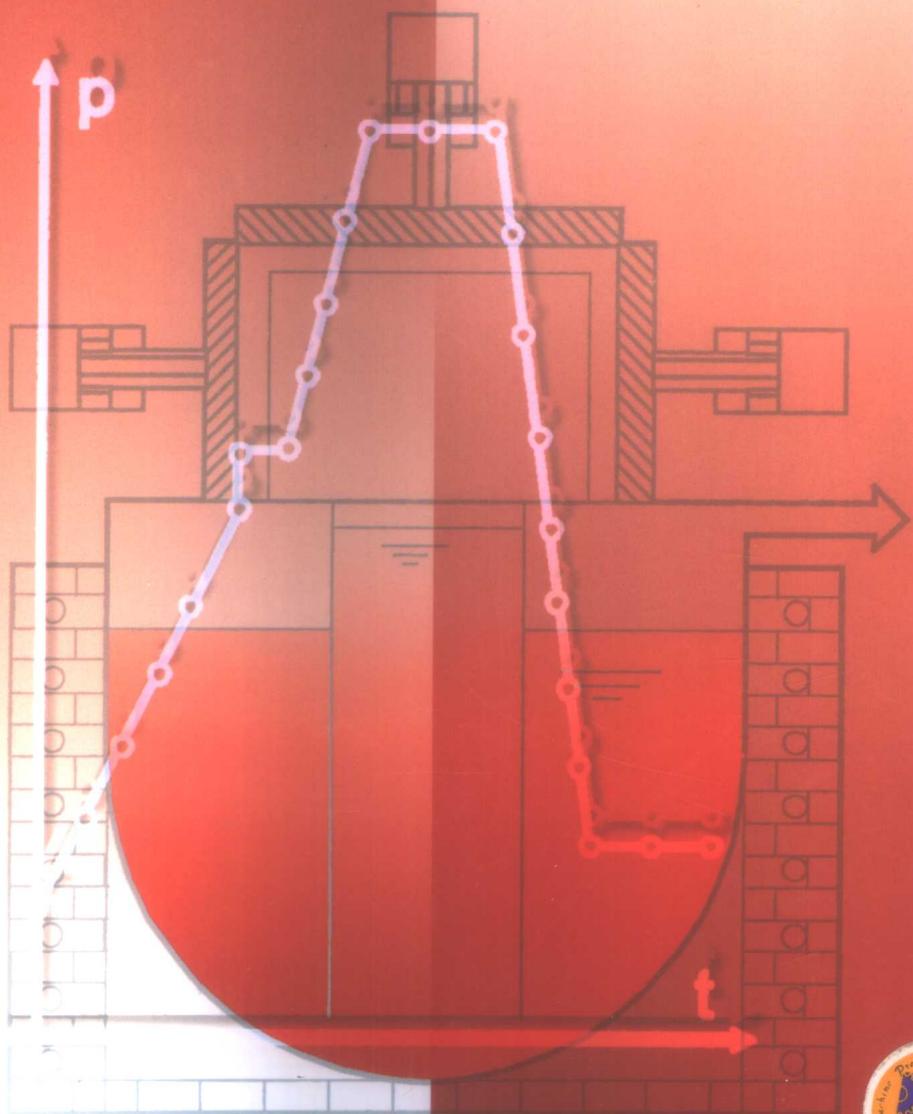


董秀琦 主编

低压及差压铸造 理论与实践



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



低压及差压铸造理论与实践

董秀琦主编

王冬、王承志、李玉海、郭广思、王永臣、刘志明 编写



机械工业出版社

本书从自动控制原理出发论述低压及差压铸造液面加压控制系统的设计方法，并给出七种经过生产实践证明的高性能的液面加压控制系统。又从铸件形成的有关机理——动态传热机理、流体动力学机理、过滤净化机理、补缩机理、铸件表面粗糙度形成机理及侵人性气孔的形成机理出发，论述铸件浇冒系统的设计原则及生产工艺参数的选择方法，并附以生产实例加以说明。

本书既追求理论上的严谨性，又注重生产实用性，因此不仅适合从事这方面工作的理论研究人员的需要，也可供有关工程技术工作者使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

低压及差压铸造理论与实践 / 董秀琦主编. —北京：机械工业出版社，2003.1

ISBN 7-111-11492-2

I . 低… II . 董… III . ①低压铸造②铸造、差压 IV . TG249.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 004893 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：曲彩云

封面设计：姚 毅 责任印制：路 琳

北京蓝海印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2003 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·22.75 印张·560 千字

0001—3000 册

定价：39.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前　　言

低压及差压铸造的生产过程包含着十分丰富的内容。形象地说，犹如一台戏的演出，这里面，铸造主机是舞台，工艺规程是剧本，其余的是演员，其中的模具及液面加压控制系统是主演，不言而喻，一场生动感人的好戏的成功主要取决于剧本的水平和主演的艺术修养。同样，要想用低压及差压铸造的方法生产出高质量、高成品率铸件的关键也在于剧本（铸造工艺规程）和主演（模具及液面加压控制系统）。这样比喻并不是说其他环节没有用处，而是希望提醒人们应该抓住问题的关键和实质。

众所周知，无论怎样先进的主机，当配上设计不合理的模具时，就不能生产出合格的铸件，但是，反过来倒是有可能的。至于液面加压控制系统的重要性，还没被更多的人们所认识，其原因在于：对于生产简单或内在质量要求不高的铸件，合理的加压工艺参数范围很宽，因而液面加压控制系统的性能几乎对铸件的合格率无影响。就像当靶子离射手很近时，枪的质量与射手的水平对命中率的影响就体现得不那么明显。可是当生产对内在质量要求较高的大型的复杂薄壁铸件时，合理的加压工艺参数范围就很窄，因而液面加压控制系统的性能对铸件的合格率影响就很大。犹如靶子离射手较远时，命中率将在极大的程度上取决于枪的质量和射手的水平。人们知道：低压及差压铸造的实际生产中，存在一些不可避免的外界干扰，例如：坩埚系统密闭不严而造成的泄漏；由于工厂供气系统负荷的经常变化，而出现气源压力波动较大；坩埚内金属液位要时时降低，以及铸型型腔断面的急剧变化等等，这就要求液面加压控制系统应具有自动补偿，消除外界干扰，以达到跟踪合理的加压工艺参数的能力。此时控制系统就成为降低废品率的关键因素。犹如为了命中在风云满天的高空中移动的靶子，不得不用带自动跟踪系统的导弹去取代炮弹一样。

一些致密度要求较高的铸铝件经常发生打压渗漏的质量问题，造成渗漏的主要原因是微气孔、微缩松及裂纹，而且在这些部位都有大量的 Al_2O_3 ^[1]存在。其原因是，浇注时铝液接触空气，其表面马上形成氧化薄膜，在充填铸型时由于液流不平稳而出现的混流会把这些氧化膜连同吸附的气体一起混入铝液内部。这些杂质的相对密度与铝液近似，又因铝液粘度随温度下降而增大，因而杂质就会来不及浮出，而留在铸件内部。两个相临的氧化物薄膜为形成初期裂纹提供位置和机会，凝固时析出的气体及补缩不足，也会^[2]在这些区域形成微气孔和微缩松。这会显著地降低材料的力学性能，并成为打压渗漏的根源，所以液态金属进入型腔的速度及液流的平稳性是至关重要的问题。国外曾研究过以不同的速度填充厚度为5mm的薄板时，所得铸件的强度及塑性是不同的^[2]。即使充型速度相同，但由于型腔的结构原因造成的混流严重程度不同^[2]，其对应部位的强度及塑性也有所不同。因此，液面加压控制系统对于内部质量要求较高的复杂薄壁件的质量影响极为严重。

事实上对于壁厚5mm的砂型铸造件，其流程长100mm，金属液到达顶点（即充满）5s

后，该部位就凝固^[2]。而对于金属型，由于与砂型相比热导率相差近百倍，因此凝固时间将大大缩短。可见凝固时的补缩不仅需要畅通的途径，更需要有紧迫的“及时性”。在低压及差压铸造过程中，重力将时刻妨碍补缩的进行，因而对内在质量要求较高的大型复杂的薄壁铸件，液面加压控制系统若能早1s给出保压压力的跃升值，对于保证整个铸件的致密性也是极其重要的，无疑这不得不对液面加压控制系统的快速性提出较高的要求。

由此不难看出，对于内在质量要求较高的大型复杂薄壁铸件来说，液面加压控制系统性能的优劣与模具设计的合理与否，具有同等重要的意义。因此，本文用较大的篇幅，深入地讨论它的设计问题，力图引起人们的注意，使整个行业在这方面的素质有所提高。

传统的铸造工艺设计都是以静态传热及流体静力学为依据去研究浇注系统的位置和尺寸，这势必带来许多片面性和局限性。因为这里忽略如下事实，即液态金属在充型流动过程中带给型壁的热量是按照与动量传递相类似的规律进行分配的。液流沿途会产生负压，如果浇注系统将负压区与型腔连通起来，充型时就会出现“回流”现象。由于以上原因，使人们的预想与液态金属的实际流动情况及热量分布情况相差甚大。使用垂直缝隙式浇注系统的大型薄壁件，其废品率一直居高不下；一些铸件的浇注系统完全符合传统工艺设计规则，但在内浇口与铸件连接处却常常出现缩孔缩松，这些都是很好的例证。因而，本书从铸件形成的有关机理——动态传热机理、流体动力学机理、过滤净化机理、补缩机理、铸件表面粗糙度形成机理及侵入性气孔的形成机理出发，系统地论述在低压及差压铸造的生产过程中，应该如何处理它的工艺问题，才能获得优质铸件。

写一本具有一定深度的系统介绍低压及差压铸造的书是十分必要的。为此，作者在几十年中留心收集有关材料，结合以往工作的点滴体会，以及对一些现象的深入探讨，写出了这本书。

为了保证一定的理论水平，并能适应工程技术工作者的需要，本书在内容上的鲜明特点是：对每个较为重要的问题，力求运用数学工具从机理上进行分析、研究。这不仅使读者能够弄清各种现象的本质和影响因素，而且还提供一些具体的解决办法。

本书涉及的专业领域很广泛，没有范本可以参考。许多内容是新观点、新思维，因而难免有不妥和谬误之处，期待来自各方面的批评指正。对本书引用的国内外文献的作者，表示诚挚的谢意。全书由沈阳工业学院刘姗凝老师审阅。

参考文献

- 1 S.Morimoto. Development of a low-pressure die casting process for improved soundness of aluminum castings. AFS Transaction 87~22
- 2 荷兰. H.nieswaag.Low-pressure sand casting of aluminum alloys (Metal flow and mechanical properties) . 55th International foundry congress M o c k v a C C C P .
с е м т я б р ь 11~16,1988

目 录

前言

第1章 浇注系统的设计原理及应用.....	1
1.1 浇注系统设计的传热学原理.....	1
1.1.1 概述.....	1
1.1.2 理论分析.....	1
1.1.3 应用.....	11
1.1.4 结束语.....	16
1.2 浇注系统设计的水力学原理.....	16
1.1.1 液态金属在升液管及坩埚内的流动现象.....	17
1.2.2 金属液在横浇道及内浇道中的流动.....	20
1.2.3 金属液充填型腔时的流动.....	21
1.2.4 垂直缝隙式浇注系统的计算.....	33
1.3 浇注系统的过滤净化机理.....	35
1.3.1 直接拦截.....	36
1.3.2 扩散沉积.....	36
1.3.3 惯性沉积.....	36
1.3.4 重力沉积.....	37
1.3.5 静电沉积.....	37
1.3.6 伦敦-范德华沉积.....	37
1.3.7 表面张力的作用.....	37
1.3.8 液态金属内部结构的作用.....	38
1.3.9 液态金属流经过滤介质时产生扰动的作用.....	38
1.3.10 液态金属流经过滤介质时产生真空的作用.....	38
1.4 铸件凝固过程的补缩机理.....	47
1.4.1 概述.....	47
1.4.2 铸件补缩机理的理论分析.....	48
1.4.3 通过数学模型对各种铸造方法进行比较.....	51
1.4.4 分析数学模型.....	53
1.4.5 应用.....	53
1.4.6 结论.....	54
1.5 液态金属充填成型时表面粗糙度形成机理及应用.....	54
1.5.1 概述.....	54
1.5.2 理论分析.....	55
1.5.3 降低铸件表面粗糙度值的措施.....	58

1.5.4 降低熔模铸件表面粗糙度值的方法.....	60
1.5.5 结论.....	62
1.6 侵入性气孔的形成机理及其预防.....	63
1.6.1 引言.....	63
1.6.2 理论分析.....	63
1.6.3 对数学模型进行分析.....	73
1.6.4 侵入性气孔的预防.....	74
1.6.5 结束语.....	75
1.7 实际应用.....	76
参考文献.....	79
第2章 铸造涂料的配制及应用.....	82
2.1 概述.....	82
2.2 涂料的性能指标及其测试.....	83
2.2.1 相对密度.....	83
2.2.2 固体物含量.....	83
2.2.3 pH 值.....	83
2.2.4 悬浮性.....	84
2.2.5 渗透性.....	84
2.2.6 烘干抗裂性.....	84
2.2.7 涂层透气性.....	84
2.2.8 涂刷性.....	84
2.2.9 流平性.....	84
2.2.10 流淌性.....	85
2.2.11 附着力.....	85
2.2.12 导热性.....	85
2.2.13 高温发气性.....	86
2.2.14 涂层热抗弯强度.....	86
2.2.15 抗粘砂性.....	86
2.2.16 抗渗砂性.....	86
2.2.17 高温急热抗裂性（或称激热性）.....	87
2.3 涂料的组成及其对性能的影响.....	87
2.3.1 耐火基料.....	87
2.3.2 分散剂（溶剂、载体、载液）.....	88
2.3.3 悬浮剂（悬浮稳定剂、调化剂）.....	90
2.3.4 粘结剂.....	90
2.3.5 助剂.....	91
2.4 不同功效的铸造涂料.....	91
2.4.1 铸件与铸型之间的热交换特点.....	91
2.4.2 蓄热效应型涂料.....	93

2.4.3 焙变型涂料.....	99
2.4.4 脱模(润滑)型涂料.....	103
2.4.5 表面调节剂型涂料.....	103
2.4.6 抗粘砂型涂料.....	105
2.5 几种新型铸造涂料的介绍.....	108
2.5.1 离心铸造金属型半永久型涂料.....	108
2.5.2 降低铸钢件表面粗糙度的金属型涂料.....	109
2.5.3 保证铸件尺寸精度的转移性涂料.....	110
2.6 铸造涂料的配制.....	110
2.6.1 涂料的配制过程.....	110
2.6.2 涂料配制过程中的注意事项.....	111
2.6.3 提高涂料质量的方法.....	112
2.6.4 涂料的级配机理.....	113
2.7 铸造涂料的使用.....	118
2.7.1 涂料的选择.....	118
2.7.2 涂料的喷涂方法.....	119
2.7.3 涂挂工具.....	119
参考文献.....	122
第3章 液面加压控制系统的设计及应用.....	124
3.1 充型信号形式的选择.....	124
3.1.1 概述.....	124
3.1.2 理论分析.....	124
3.1.3 实验验证.....	129
3.1.4 公式的推广.....	130
3.2 充型信号发生器的设计.....	131
3.2.1 气动线性信号发生器的设计.....	131
3.2.2 电子线性信号发生器的设计.....	137
3.2.3 实验结果及分析.....	141
3.3 低压铸造过程的数学模型.....	141
3.3.1 理论分析.....	141
3.3.2 实验装置.....	152
3.3.3 实验结果及分析.....	153
3.4 CLP-2型低压铸造液面加压控制系统的 设计及应用.....	154
3.4.1 理论分析.....	154
3.4.2 系统的特性分析.....	158
3.4.3 实验验证.....	163
3.4.4 结论.....	167
3.5 CLP-3型低压铸造液面加压控制系统的 设计及应用.....	167
3.5.1 理论分析.....	167

3.5.2 控制系统的特点.....	178
3.5.3 控制系统的结构及工作过程.....	179
3.5.4 实验验证.....	180
3.6 CLP-4 型低压铸造液面加压控制系统.....	183
3.6.1 结构及工作原理.....	183
3.6.2 数据采集电路分析.....	185
3.6.3 几个具体问题的对策.....	188
3.6.4 系统运行状况.....	191
3.7 CLP-5 型低压铸造液面加压控制系统的设计及应用.....	191
3.7.1 概述.....	191
3.7.2 理论分析.....	192
3.7.3 实际系统的设计.....	193
3.7.4 实际系统的使用.....	195
3.8 CLP-6 型低压铸造液面加压控制系统.....	197
3.8.1 气控部分.....	197
3.8.2 电器部分.....	201
3.9 低压铸造液面加压的开环控制法.....	205
3.9.1 理论分析.....	205
3.9.2 控制系统的设计.....	208
3.9.3 几点说明.....	209
3.10 差压铸造过程的数学模型.....	210
3.10.1 理论分析.....	210
3.10.2 实验装置.....	215
3.10.3 实验结果及分析.....	218
3.11 CLP-1 型差压铸造液面加压控制系统的设计及应用.....	219
3.11.1 理论分析.....	219
3.11.2 实践验证.....	224
3.11.3 结论.....	229
3.12 CLP-7 型差压铸造液面加压控制系统的设计及应用.....	230
3.12.1 概述.....	230
3.12.2 气动调节系统的设计.....	231
3.12.3 冷态性能测试.....	232
3.12.4 生产的实际应用.....	232
3.12.5 结论.....	233
参考文献	236
第4章 工艺参数的选择及应用.....	238
4.1 铸型工艺参数的选择.....	238
4.1.1 铸型种类的选择.....	238
4.1.2 铸件凝固方式（顺序）的选择和控制手段.....	238

4.1.3 铸型材料的选用及壁厚的确定.....	243
4.1.4 浇注系统的选.....	246
4.1.5 金属型分型面的选择.....	247
4.1.6 铸型的排气.....	249
4.1.7 机械加工余量的选择.....	254
4.1.8 金属型型腔尺寸的确定.....	254
4.1.9 金属型的合型力、抽芯力及开型力.....	255
4.1.10 斜销抽芯机构.....	256
4.2 浇注工艺参数的选择.....	259
4.2.1 充型压力和充型速度.....	259
4.2.2 结壳时间的确定.....	262
4.2.3 增压压力的确定.....	262
4.2.4 保压时间的确定.....	262
4.2.5 浇注温度及铸型温度的确定.....	265
参考文献	266
第5章 低压、差压各种铸造主机的形式.....	267
5.1 国内低压铸造主机的形式.....	267
5.1.1 天水低压铸造机.....	267
5.1.2 重庆低压铸造主机.....	273
5.1.3 上海工艺所可倾式低压铸造机.....	281
5.1.4 其他低压铸造主机.....	284
5.2 国外低压铸造主机的各种形式.....	287
5.2.1 日本低压铸造主机.....	288
5.2.2 英国低压铸造机.....	292
5.2.3 用焦炭炉改制简单低压铸造机.....	294
5.3 差压铸造主机的形式.....	296
5.3.1 概述.....	296
5.3.2 国内差压铸造主机形式.....	297
5.3.3 保加利亚四立柱差压铸造机.....	313
参考文献	314
第6章 铸件缺陷及故障分析.....	315
6.1 常见铸造缺陷的形成原因及其预防.....	315
6.1.1 缩孔及缩松.....	315
6.1.2 气孔.....	316
6.1.3 浇不足.....	317
6.1.4 裂纹.....	317
6.1.5 粘砂.....	318
6.1.6 铸件变形.....	318
6.1.7 飞边毛刺.....	318

6.1.8 表面粗糙.....	318
6.2 与铸件成形直接相关的故障分析及防治.....	319
6.2.1 跑火.....	319
6.2.2 升液管漏气.....	319
6.2.3 升液管冻死.....	320
6.2.4 炉体或坩埚漏气.....	320
6.2.5 工作台与升液管上沿之间漏金属液.....	321
6.2.6 模具的热疲劳损坏.....	321
6.3 差压铸造事故所对应的曲线图谱及分析.....	321
参考文献.....	327
第7章 低压及差压铸造技术的展望.....	328
7.1 低压及差压铸造的国内外应用动态.....	328
7.2 研制新型长寿模具——深制冷金属型.....	331
7.2.1 理论分析.....	332
7.2.2 实验装置的设计.....	333
7.2.3 实验结果及分析.....	334
7.2.4 结论.....	337
7.3 开发新型主机.....	337
7.3.1 向多用化、专业化方向发展.....	337
7.3.2 向标准化方向发展.....	337
7.3.3 国内目前低压铸造主机的现状.....	337
7.3.4 集各种优点于一身的新主机.....	338
7.3.5 提高生产率型主机.....	338
7.4 未来的液面加压控制系统.....	339
7.5 保温炉及升液管的未来趋向.....	346
7.5.1 保温炉与坩埚.....	346
7.5.2 升液管.....	347
7.6 定期对金属模具进行亚共振消应力可大幅度提高模具的寿命及生产效率.....	348
7.6.1 金属模具应力产生原因及危害分析.....	348
7.6.2 提高金属型疲劳强度的措施.....	349
7.6.3 亚共振消应力工艺技术.....	349
7.6.4 效果.....	350
7.6.5 结论.....	351
参考文献.....	351

第1章 浇注系统的设计原理及应用

1.1 浇注系统设计的传热学原理

1.1.1 概述

由生产实践中发现，传统的浇注系统设计理论指导、制定的工艺规程，往往会因为在内浇道与铸件相连处存在缺陷，而生产出不合格的铸件。另一方面，在生产实践中又发现，补缩通道十分狭小的压边冒口，其补缩能力却非常强。对这一现象又无法从传统理论中找到依据。这是因为传统的浇注系统是以流体静力学为依据，而冒口设计却偏重于静态传热学原理。然而实际生产中浇注系统不仅应将液态金属导入型腔，而更重要的是应把液态金属所携带的热量，按着与人们习惯思维不同的方式分配给铸型。如果铸型的热导率为零或无穷大，则传导给铸型的热量不是被“绝缘”，就是被“短路”，也就是说，铸型本身的热特性能消除这种习惯想象的不合理性。此时无需考虑传热学原理，浇注系统按传统方式设计，也不会出现问题。然而在实际生产中，无论是砂型，还是金属型，其热导率只能介于零和无穷大之间，因而必须对浇注时铸型的热量分配加以研究。

当铸件凝固时，热量分配较多的铸型部位，必然会对与之接触的铸件部位起保温作用，从而会使该部位长期处于液—固共存状态，无疑这些部位就充当了冒口的角色，于是该部位的缺陷必然会大大的增加。为消除上述铸件缺陷，并对有些生产实践中发生的现象，从理论上加以说明，完全有必要从传热学原理出发，去研究浇注系统的设计。

1.1.2 理论分析

1. 数学模型的建立

(1) 几点假设

- 1) 铸型与液态金属之间不存在接触热阻；
- 2) 液态金属和铸型的热导率、比热容、密度等均与温度无关，并视为常数；
- 3) 液态金属在流动过程中，不存在自然对流；
- 4) 液态金属流动仅限于层流。主流区内速度为常数；
- 5) 定性温度以液态金属内部的平均温度 t_f 为准，并视为常数；
- 6) 不考虑相变问题；
- 7) 设铸型为无限大平板；
- 8) 本文只研究液态金属导入铸型过程中的热量分配规律。由于浇注时间较短，因而可视铸型外壁的温度为常数。

(2) 建立数学模型

浇注系统种类繁多，但其组成不外乎为浇口环、直浇道、浇口窝、集渣包、横浇道、内浇道等几部分。虽然每一部分对铸件质量都有影响，但最终都是通过内浇道与铸型的相互作用来体现。因此，以典型的内浇道入口处以及由此流出的液态金属直接冲刷的铸型部位为研究对象。

内浇道与铸型的连接形式大体可分为三类，即平行、垂直和倾斜连接。而倾斜连接是前两种的复合，所以只需讨论平行与垂直两种情况即可。

a. 平行连接

如图 1.1 所示。当内浇道与铸件平面平行时，可以取 $M-N$ 轴线上的一断面进行研究(如图 1.2 所示)。以图 1.2 的下平面为 x 轴， y 轴与之垂直，则其速度分布如图 1.3 所示。

由参考文献[1]知：速度边界的动量微分方程为

$$\rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x (v_\infty - v_x) dy + \rho \frac{dv_x}{dx} \int_0^\delta (v_\infty - v_x) dy = \tau_{wx} \quad (1.1.1)$$

$$\text{当 } v_\infty = \text{常数, 且 } \tau_{wx} = \eta \left(\frac{dv_x}{dy} \right)_w \quad (1.1.2)$$

式中 τ_{wx} ——切应力；

ρ ——液态金属密度；

η ——动力粘度。

式(1.1.1)可写成

$$\rho \frac{d}{dx} \int_0^\delta v_x (v_\infty - v_x) dy = \eta \left(\frac{dv_x}{dy} \right)_w \quad (1.1.3)$$

$$\text{由边界条件得 } \frac{v_x}{v_\infty} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (1.1.4)$$

将式(1.1.4)等号两侧对 y 求导，并令 $y=0$ ，得：

$$\left(\frac{dv_x}{dy} \right)_w = \frac{3}{2} \frac{v_\infty}{\delta}, \text{ 因而壁面切应力为}$$

$$\tau_{wx} = \frac{3}{2} \eta \frac{v_\infty}{\delta} \quad (1.1.5)$$

将式(1.1.4)、(1.1.5)代入式(1.1.3)，并积分，得

$$\frac{39}{280} \rho v_\infty^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{3}{2} \eta \frac{v_\infty}{\delta} \quad (1.1.6)$$

将式(1.1.6)积分，并代入边界条件 $x=0, \delta=0$ 得

$$\delta = 4.64 \sqrt{\frac{vx}{v_\infty}} \quad (1.1.7)$$

式中 $v = \frac{\eta}{\rho}$ ，为运动粘度，或写成

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re}} \quad (1.1.8)$$

式中 $Re = \frac{v_\infty x}{v}$ ，为雷诺数，将式(1.1.7)代入式(1.1.5)，得

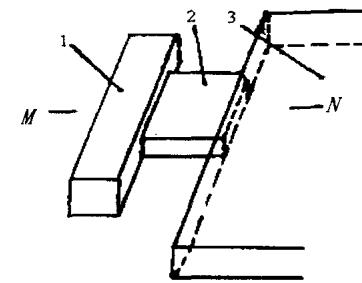


图 1.1 内浇道平行铸件平面

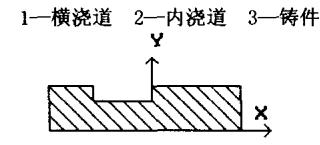


图 1.2 M-N 剖面图

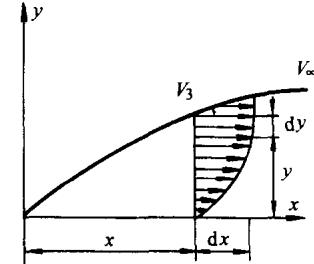


图 1.3 边界层速度分布

$$\tau_{wx} = 0.323 \frac{\eta v_w^2}{\sqrt{vx}} = C_f \frac{\rho v_w^2}{2} \quad (1.1.9)$$

式中

$$C_f = \frac{0.646}{\sqrt{\frac{\rho_x}{v}}} = 0.646 Re^{-\frac{1}{2}} \quad (1.1.10)$$

由参考文献[1]知：边界层能量积分方程为

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_x(t_f - t) dy + \frac{\eta}{\rho c_p} \int_0^{\delta} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 dy = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{dt}{dy} \right)_w \quad (1.1.11)$$

式中 c_p ——比定压热容；

λ ——热导率；

t_f ——流体内部平均温度。

在式(1.1.11)中由于液态金属导入铸型内的速度 v_x 不大，因而可以略去耗热项，得

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_x(t_f - t) dy = a_L \left(\frac{dt}{dy} \right)_w \quad (1.1.12)$$

式中 $a_L = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ ——热扩散率。

将式(1.1.12)应用到稳态平板层流换热问题时， t_f 、 t_w 、 v_∞ 均可视为常数，而 $v_x = f(y)$ 可由式(1.1.4)确定，如图 1.4 所示。

$t = f(y)$ 由热边界条件用待定系数求得

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_f} = \frac{t - t_w}{t_f - t_w} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad (1.1.13)$$

式中 ϑ ——过余温度；

t_w ——壁面温度；

δ_t ——热边界层厚度。

将式(1.1.13)对 y 微分，并代入 $y=0$ ，求得壁面温度梯度为

$$\left(\frac{dt}{dy} \right)_w = \frac{3}{2} \frac{\vartheta_f}{\delta_t} \quad (1.1.14)$$

当 $\delta_t < \delta$ 时，因为在 $\delta_t \sim \delta$ 之间的温度 $t = t_f$ ，所以式(1.1.12)在 (δ_t, δ) 区间内的被积函数为零，故式(1.1.12)可写成

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_x(t_f - t) dy = a_L \left(\frac{dt}{dy} \right)_w \quad (1.1.15)$$

当 $\delta_t > \delta$ 时，速度边界层上的温度 $t_\delta \neq t_f$ ，即不是主流区内的温度，因而式(1.1.12)中的 t_f 应换为 t_δ ，即

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} v_x(t_\delta - t) dy = a_L \left(\frac{dt}{dy} \right)_w \quad (1.1.16)$$

将式(1.1.4)、式(1.1.13)分别代入式(1.1.15)、式(1.1.16)，得

$$\nu_w \vartheta_f \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \left(\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta^3} \right) \left(1 - \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t} + \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta_t^3} \right) dy = a_L \left(\frac{dt}{dy} \right)_w \quad (1.1.17)$$

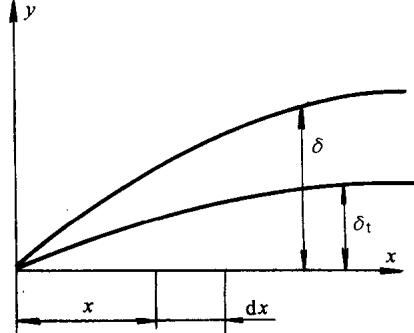


图 1.4 边界层厚度

$$\nu \frac{d^3}{dx^3} \int_0^x \left(\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta^3} \right) \left[\left(\frac{3}{2} \frac{\delta}{\delta_i} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta_i^3} \right) - \left(\frac{3}{2} \frac{y}{\delta_i} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta_i^3} \right) \right] dy = a_L \left(\frac{dt}{dy} \right) \quad (1.1.18)$$

将式(1.1.14)代入式(1.1.17)、式(1.1.18)中，积分化简得

$$\nu \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{1}{10} \xi^2 - \frac{1}{140} \xi^4 \right) \delta \right] = a_L \frac{1}{\xi} \frac{1}{\delta} \quad (1.1.19)$$

式中 $\xi = \frac{\delta_i}{\delta} \leq 1$ 。

$$v_\infty \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{9}{40} \xi - \frac{37}{280} \xi^3 \right) \delta \right] = a_L \xi \frac{1}{\delta} \quad (1.1.20)$$

式中 $\xi = \frac{\delta_i}{\delta} \leq 1$ 。

由于研究的是内浇道及铸件平面上的液态金属流动及传热问题，所以在 $0 \sim x$ 的全长上均受热。由参考文献[2]知： ξ 、 ξ' 是与 x 无关的常数。将式(1.1.7)代入式(1.1.19)及式(1.1.20)，得

$$\frac{14}{13} \xi^3 - \frac{1}{13} \xi^5 = \frac{1}{Pr} \quad (1.1.21)$$

$$\frac{63}{26} \xi - \frac{37}{26} \xi^3 = \frac{\xi'}{Pr} \quad (1.1.22)$$

式中 Pr ——普朗特数。

式(1.1.21)、式(1.1.22)中的 ξ 、 ξ' 均在 $0 \sim 1$ 的闭区间内，式(1.1.21)中的 Pr 在 $(1, \infty)$ 之间，式(1.1.22)中的 Pr 在 $(0, 1)$ 之间。

当 $\xi = 1$ 时， $\xi' = 1$ 由式(1.1.21)、式(1.1.22)得 $Pr = 1$ ，即 $\delta = \delta_i$ ，这与实际吻合；当 $\xi = 0$ 时，由式(1.1.21)得 $Pr \rightarrow \infty$ ，即 $\delta_i = 0$ ，又因 $Pr = \frac{v}{a_L}$ ，即 $a_L \rightarrow 0$ ，此时不存在热传导，这也

与实际相符；当 $\xi' = 0$ 时，将式(1.1.22)两边约去 ξ' 后得 $Pr = \frac{26}{63} = 0.4127$ ，这说明当 $Pr = \frac{26}{63}$ 时，

方程式(1.1.16)中流入的热量都散失在边界层上，使流出的液体与壁面同温，即 $\delta_i \rightarrow \infty$ 。由于流出的液体不会低于壁温，所以，当 $Pr < \frac{26}{63}$ 的情况，此时只需作为 $Pr = \frac{26}{63}$ 处理。

由此式(1.1.21)、式(1.1.22)的解分别为

$$\xi \approx \sqrt[3]{\frac{13}{14} Pr^{-\frac{1}{3}}} \approx Pr^{-\frac{1}{3}} \quad (1.1.23)$$

式中 $0 \leq \xi \leq 1$ ， $1 \leq Pr \leq \infty$ ，适用于高 Pr 值的流体，如油类、塑料等。

$$\xi' = \sqrt{\frac{63}{37} - \frac{26}{37} Pr^{-1}} \quad (1.1.24)$$

式中 $0 \leq \xi \leq 1$ ， $\frac{26}{63} \leq Pr \leq 1$ ，若 $Pr < \frac{26}{63}$ 时，则按 $Pr = \frac{26}{63}$ 计算。

式(1.1.24)的结论从理论上是正确的，但与实际不符，其原因在于计算中假定壁温 t_w 、流体内部温度 t_f 不变。然而实际上浇注过程中 t_w 在增加， t_f 在减小，因而从壁面上导出的热量是一个逐渐减小的函数，而在式(1.1.16)的计算中 t_f 却取了一个最大的初始值，因而当 $Pr < \frac{26}{63}$ 时，热量会出现“供不应求”。若令式(1.1.16)中流入流体的温度为 t_f ，虽然这在理论上不如选 t_δ 好，但流出的热量从最大的初始值计算，流入的热量以流体温度最高值时计算，

误差就会相应减小。基于这一观点，式(1.1.16)可写成

$$\nu \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{5}{8} - \frac{3}{5} \frac{\delta}{\delta_t} + \frac{4}{35} \frac{\delta^3}{\delta_t^3} \right) \delta \right] = \frac{3}{2} a \frac{\delta}{\delta_t \delta}$$

即

$$\nu \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{5}{8} - \frac{3}{5} \xi + \frac{4}{35} \xi^3 \right) \delta \right] = \frac{3}{2} a \xi$$

将式(1.1.7)代入，得

$$\xi^3 - \left(\frac{21}{4} + \frac{39}{32} \frac{1}{Pr} \right) \xi + \frac{175}{32} = 0 \quad (1.1.25)$$

当 $Pr=1$ 时，由式(1.1.25)解得 $\xi=1$ ，这是合理的。当 Pr 比较小时

$$\xi = \frac{175}{32} \cdot \frac{1}{\frac{21}{4} + \frac{39Pr^{-1}}{32}} \quad (1.1.26)$$

当 Pr 极小时

$$\xi \approx \frac{175}{39} Pr \quad (1.1.27)$$

由参考文献[1]知：局部表面传热系数 $\alpha_x = \frac{-\lambda}{t_w - t_f} \left(\frac{dt}{dy} \right)_w$ ，将式(1.1.14)代入，得 $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\delta}$ 。

当 $\delta_t < \delta$ (即 $Pr > 1$) 时，上式可写成 $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\xi \delta}$ (1.1.28)

当 $\delta_t > \delta$ (即 $Pr < 1$) 时，上式可写成 $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\xi \lambda}{\delta}$ (1.1.29)

将式(1.1.7)及(1.1.23)代入式(1.1.28)，得

$$\alpha_x = 0.332 \frac{\lambda}{x} Pr^{1/2} Re^{1/2} \quad (1.1.30)$$

将式(1.1.7)及式(1.1.26)代入式(1.1.29)，得

$$\alpha_x = 0.337 \frac{\lambda}{x} Re^{1/2} \frac{Pr}{Pr + 0.232} \quad (1.1.31)$$

式(1.1.31)适用于 Pr 值较小(即 $Pr < 1$)的情况。将式(1.1.7)、式(1.1.27)代入式(1.1.29)，得

$$\alpha_x = 1.451 \frac{\lambda}{x} Re^{1/2} Pr \quad (1.1.32)$$

式(1.1.32)适用于 $Pr \ll 1$ 的情况。将 Re 值代入式(1.1.30)、式(1.1.31)、式(1.1.32)，得

$$\alpha_x = 0.332 \frac{\lambda \sqrt{\nu/v}}{\sqrt{x}} Pr^{1/2} = B_1 \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (1.1.33)$$

$$\alpha_x = 0.337 \sqrt{\frac{\nu}{v}} \left[\frac{Pr}{Pr + 0.232} \right] \frac{\lambda}{\sqrt{x}} = B_2 \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (1.1.34)$$

$$\alpha_x = 1.451 \sqrt{\frac{\nu}{v}} Pr \frac{\lambda}{\sqrt{x}} = B_3 \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (1.1.35)$$

$$\frac{d\alpha_x}{dx} = -\frac{1}{2} B x^{-3/2} \quad (1.1.36)$$

式中 B 代表 B_1 、 B_2 、 B_3 。

由式(1.1.36)可知：无论 Pr 值多大，其表面传热系数 α_x 随 x 的增大会很快变小。当 $x \rightarrow \infty$ 时，式(1.1.36)为零，则 α_x 成为常数。

在一般铸造生产中，液态金属强制对流限制在层流范围内，而铸件尺寸不可能很大，因此 α_x 不大可能发展为一个常数。尤其是在内浇口与铸件连接部位， α_x 的变化极为剧烈，所以该处过热现象十分严重，致使许多铸件缺陷残存于此。

浇注过程中，液态金属与铸型的热作用是相互的。上文讨论的液态金属散热，仅是问题的一个方面；而铸型吸热则是另一个不容忽略的方面。现就铸型的热特性方面加以研究。如图 1.5 所示。以铸型外壁为 t 轴方向，与之垂直建立 y 轴。令与液态金属相接触的内壁坐标为 h （即铸型厚度）。由文中假设⑧知，在所讨论的时间范围内，铸型外壁温度不发生变化。因而可以假定： y 轴的负方向上有与正方向对称厚度为 $-h$ 的型壁，它同样受到液体的冲刷，而对所研究的问题没有任何影响。型壁厚度为 $2h$ 的大平板一维非稳态导热时温度场满足以下微分方程^[3]

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = \frac{\rho_w C_w}{\lambda_w} \frac{\vartheta}{\tau} = \frac{1}{a} \frac{\vartheta}{\tau} \quad (1.1.37)$$

初始条件 $\tau = 0$ ，

$$\vartheta_{y,0} = t_0 - t_f = -\vartheta_0 \quad (1.1.38)$$

边界条件 $y = h$ ，

$$-\alpha_x \dot{\vartheta} = \lambda_w \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_w \quad (1.1.39)$$

温度场对称 t 轴，则该组方程的精确解为

$$\vartheta_{y,t} = \sum_{i=1}^{\infty} \vartheta_0 \frac{-2 \sin \beta_i}{\beta_i + \sin \beta_i \cos \beta_i} \cos \left(\beta_i \frac{y}{h} \right) e^{-\beta_i^2 \alpha_x t} \quad (1.1.40)$$

式中 ρ_w 、 C_w 、 λ_w 、 a 分别为铸型的密度、比热容、热导率、热扩散率。

$$\beta_i = \cot \beta_i \cdot Bi \quad (1.1.41)$$

式中 $Bi = \alpha_x \cdot \frac{h}{\lambda_w}$ ——毕渥数。

式(1.1.40)表示温度在铸型内部随位置 y 及时间 τ 的变化规律。若求铸型表面的温度分布规律，可令 $y = h$ ，则得

$$\vartheta_{h,t} = \sum_{i=1}^{\infty} \vartheta_0 \frac{-2 \sin \beta_i \cos \beta_i}{\beta_i + \sin \beta_i \cos \beta_i} e^{-\beta_i^2 \alpha_x t} \quad (1.1.42)$$

由式(1.1.42)可看出，这是交错级数且各项之值随 τ 及 β_i 的增大急剧地变为零。因此只需取式中第一项，便可包括整个级数的主值部分。故式(1.1.42)可写成

$$\vartheta_{h,t} = -\vartheta_0 \frac{2 \sin \beta_1 \cos \beta_1}{\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1} e^{-\beta_1^2 \alpha_x t} = \frac{-2 \vartheta_0 \sin \alpha}{\alpha + \sin \alpha} e^{-\beta_1^2 \alpha_x t} \quad (1.1.43)$$

式中 $\alpha = 2\beta_1$ (1.1.44)

式(1.1.43)中的指数部分是过余温度随时间的变化规律，即随时间的衰减分量，而剩余分量为过余温度在型壁上当 $\tau = 0$ 时的幅值。由于式中含 β_1 ， β_1 中又含 α_x ，而 α_x 随 x 变化，所以剩余部分也应是对过余温度随坐标 x 变化规律的描述，即随位移的衰减分量。

液态金属凝固时的补缩与同一瞬间型壁上的温度分布直接相关。式(1.1.43)可分解为两个分量的积

$$f(h) = -\vartheta_0 \frac{2 \sin \alpha}{\alpha + \sin \alpha} \quad (1.1.45)$$

式(1.1.45)为随位移 x 衰减的分量。

$$\varphi(\tau) = e^{-\beta_1^2 \frac{\tau}{h}} \quad (1.1.46)$$

式(1.1.46)为随时间 τ 衰减的分量。因为 $f(h)$ 是 α 的函数； α 是 β_1 的函数； β_1 是 α_x 的函

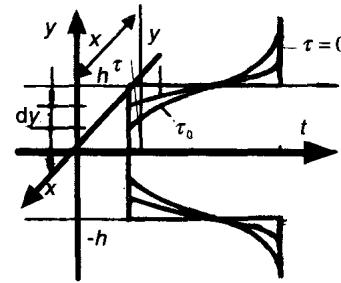


图 1.5 型壁温度分布