量子电动力学讲义

〔美〕R. P. 费曼 著

科学出版社

量子电动力学讲义

〔美〕R. P. 费曼 著

张邦固 译

朱重远 校

内 容 簡 介

著名理论物理学家 R. P. 费曼，1963 年在加利福尼亚理工学院为攻读实验物理学学位的学生开设了量子电动力学课. 本书就是根据他讲授的记录稿整理而成的. 书中较为详细地论述了微扰展开，费曼图规则，电子自能修正和真空极化等问题，可使读者学会用量子电动力学理论去计算一些实际问题. 本书对实验物理学工作者和理论物理工作者均有参考价值.

R. P. Feynman

QUANTUM ELECTRODYNAMICS

A LECTURE NOTE AND REPRINT VOLUME

W. A. Benjamin, Inc, 1962

量子电动力学讲义

[美] R. P. 费曼 著

张邦固 译

朱重远 校

责任编辑 荣毓敏

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985年 8 月第 一 版　　开本：787×1092 1/32

1985年 8 月第一次印刷　　印张：9

印数：0001—6,400　　字数：202,000

统一书号：13031 2966

本社书号：4405·13—3

定价： 2.15 元

中 译 本 前 言

本书作者 R. P. 费曼是国际著名物理学家，由于量子电动力学方面的工作，曾荣获 1965 年度诺贝尔物理奖．鉴于本书是一本名著，而且量子电动力学理论本身又是那样美妙，这点不仅表现在理论形式的和谐，更主要的是理论预言与实验事实之间有惊人的一致性，例如，目前测量电子磁矩的实验值已高达十二位有效数字，而量子电动力学的理论计算值竟能在实验误差之内与之相符合，因此，我希望把本书介绍给读者．

翻译过程中有几点需要说明：

1. 本书原是讲课笔记．公式图表均按讲课的次序编号．为了便于读者阅读，中译本将第一讲、第二讲等等补进目录中了．

2. 为了在符号上尽量一致，中译本将原附录中用黑体表示 $\mathbf{A} = A_\mu \gamma_\mu$ 的记法改成与正文一致的记号 $\not{A} = A_\mu \gamma_\mu$.

3. 对于原书中明显的印刷错误，已作更正，不再一一说明．

朱重远老师详细校订了译稿，特在此深表谢意．

张邦固

1983.12.31

序

本书的材料，基本上是 1953 年在加利福尼亚理工学院开设的三学期量子力学课程中最后一学期课堂笔记的内容. 实际上，中间一学期就讲授过一些光与物质相互作用的问题，这些内容也收集在本书中，作为前六讲. 从第七讲起，开始讲述相对论性理论.

本书的目的是，以尽可能简单易懂的方式介绍量子电动力学的主要结果和计算过程. 有许多攻读实验物理学学位的学生，并不打算继续研读更高深的理论物理研究生课程，这门课就是为他们的需要而设置的. 我希望，他们能够学会怎样计算光子过程的各种截面，这些截面对于设计高能物理实验，例如使用加利福尼亚理工学院迴旋加速器的实验，是十分重要的. 因此，本书没有涉及理论物理学家在处理更复杂的 π 介子和核子相互作用问题时要用到的许多量子电动力学内容. 也就是说，书中没有讨论量子电动力学许多不同公式化体系之间的关系，如场的算符表示，也没有明显讨论 S 矩阵性质等等. 在更高深的量子场论课程里会有这些内容的. 尽管如此，本课程仍能自成体系. 这很象讲授 Newton 定律的课程，即使删去了最小作用量原理或者 Hamilton 方程这样一些内容，但从物理学角度来讲，它仍能完整地讨论整个力学.

把初等量子力学和量子电动力学放在一门课程里只讲授一年，这是一种试验. 这样做是基于这样的想法：为了进入新的物理学领域，学生必须牢固地掌握先前教学阶段的内容. 头两个学期安排的是普通量子力学，采用 Schiff 的书作为主

要参考书(删去了同量子电动力学有关的 X, XII,XIII 和 XIV 各章).不过,为了能够顺利地讲授本课程后面的内容,我们以式(15-3)至(15-5)所表述的方式,对传播子理论和势散射作了详细介绍. 另一独特之点是将非相对论 Pauli 方程写成本书第六页中的形式.

这次试验并不成功. 全部内容要一年讲完显得过多了.因此,本书中有很多内容,现在是放在上过整整一年量子力学研究生课程以后再来讲授.

本书是根据 A. R. Hibbs 记录的原始笔记,后经 H. T. Yura 和 E. R. Huggins 编辑和修改整理而成的.

R. P. 费曼

目　　录

1. 光与物质的相互作用——量子电动力学

第　一　讲

光与物质相互作用的理论称为量子电动力学．由于表述这一理论有许多等价方法，使这一学科显得比实际情况难。最简单一种方法是 Fermi 方法．但是，我们将采用另一出发点，即仅仅假设光的发射及吸收．用这种形式，理论可以得到最直接的应用．

Fermi 方法的讨论[1]

假设整个宇宙的所有原子都装在一个盒子中．按照经典方法，这个盒子可以看作有一些本征模，这些模可用谐振子分布以及这些振子与物质之间的耦合来描述．

过渡到量子电动力学，仅需假设这些谐振子是量子力学振子，而不是经典振子．它们具有能量 $\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$，$n=0,1,2,\cdots$，零点能为 $\frac{1}{2}\hbar\omega$．于是，这个盒子看成是充满了能量分布为 $n\hbar\omega$ 的光子．光子与物质的相互作用使第 n 类光子的数目改变 ±1（发射或吸收）．

可把盒子中的波表示为平面驻波，球面波或平面行波 $\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})$．人们可以说，在所有电荷之间有瞬时库仑相互作用 e^2/r_{ij}，而且仅是横波．于是库仑力可以直接加进 Schrö-

---

1) *Revs. Modern Phys.*, **4**, 87 (1932).

dinger 方程.其它形式的表达式有 Hamiltonian 形式的 Maxwell 方程、场算符等.

Fermi 方法导致了无穷大自能项 e^2/r_{ii}. 采用适当坐标系统可以消除这一项，但这样一来，横波贡献变成无穷大(其解释更为含糊不清). 这一异常现象，是现代量子电动力学的中心问题之一.

第　二　讲

量子电动力学规则

此处不加证明地把"量子电动力学规则"叙述如下:

1. 一个原子系统在从一种状态跃迁到另一种状态的过程中，吸收一个光子的振幅准确地等于在下列势作用下作同一跃迁的振幅: 此势等于表示该光子的经典电磁波势，只要: (*a*) 该经典电磁波已归一化到其能量密度为 $\hbar\omega$ 与每立方厘米找到此光子的几率的乘积; (*b*) 将实的经典波分解成二个复波 $e^{i\omega t}$ 和 $e^{-i\omega t}$, 只取 $e^{-i\omega t}$ 部分; (*c*) 在微扰中势仅作用一次，即电磁场强度仅应保留到一级.

在规则 1 中把"吸收"一词换成"发射"时，仅需用 $\exp(i\omega t)$ 代替 $\exp(-i\omega t)$.

2. 每立方厘米可获得的具有给定极化的状态数是

$$d^3\mathbf{K}/(2\pi)^3.$$

注意，这个数精确地等于经典理论中每立方厘米的正则模数.

3. 光子服从 Bose-Einstein 统计规律. 即对全同光子的集合，其状态必须是对称的(交换光子，振幅相加). 另外，n 个全同光子状态的统计权重是 1 而不是经典的 $n!$.

于是，只要适当地归一化，一个光子总可以用经典 Maxwell 方程的解来表示.

尽管有许多表达方式都是可行的，但用平面波来描述电磁场最方便.一个平面波总可以只用一个矢量势来表示(可用适当的规范变换使标量势为零). 一个实的经典波的矢势为

$$\mathbf{A}=a\mathbf{e}\cos(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})$$

我们使 $\mathbf{A}$ 的归一化与每立方厘米找到该光子的几率为 1 这件事相对应. 因此平均能量密度是 $\hbar\omega$.

对平面波

$$\mathbf{E}=-\left(\frac{1}{c}\right)\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}\right)=\left(\frac{\omega a}{c}\right)\mathbf{e}\sin(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})$$

和

$$|\mathbf{B}|=|\mathbf{E}|$$

因此平均能量密度等于

$$\frac{1}{8\pi}\overline{(|\mathbf{E}|^2+|\mathbf{B}|^2)}=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\omega^2a^2}{c^2}\right)\overline{\sin^2(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})}$$

$$=\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\omega^2a^2}{c^2}\right).$$

令其等于 $\hbar\omega$，我们便得到

$$a=\sqrt{\frac{8\pi\hbar c^2}{\omega}}$$

于是

$$\mathbf{A}=\sqrt{\frac{8\pi\hbar c^2}{\omega}}\mathbf{e}\cos(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})$$

$$=\sqrt{\frac{4\pi\hbar c^2}{2\omega}}\mathbf{e}\{\exp[-i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})]$$

$$+\exp[+i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})]\}$$

因此，我们将一个原子系统吸收一个光子的振幅取为

$$\sqrt{\frac{4\pi\hbar c^2}{2\omega}}\exp[-i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})] \tag{2-1}$$

对于发射光子的情况，矢势除指数上是正号外与上式相同.

例：设一个原子处于能量为 E_i 的激发态 ψ_i，跃迁到能量为 E_f 的末态 ψ_f，其每秒跃迁几率与在矢势

$$a\mathbf{e}\exp[i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})]$$

作用下的跃迁几率相同，后者表示发射的光子. 按照量子力学的规则（Fermi 黄金规则）

跃迁几率/秒 $=(2\pi/\hbar)|{}_f(\text{势})_i|^2\cdot$（态密度）

态密度 $=K^2dKd\Omega/(2\pi c)^3d(\omega\hbar)=\omega^2d\Omega/(2\pi c)^3\hbar$

可以用微扰理论来计算矩阵元 $U_{fi}={}_f(\text{势})_i$. 在下一讲再更详细地解释这一点. 在此，我们首先强调给出同样的物理结果的位势选取不止一种（这就是总可以选择光子的 $\phi=0$ 的原因）.

第　三　讲

用势

$$\mathbf{A}(\mathbf{x},t)=a\mathbf{e}\exp[-i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})]$$

$$\phi=0$$

来表示平面波光子，实质上是一种“规范”选择. 存在这种选择自由的原因是 Pauli 方程在量子力学规范变换下不变.

量子力学变换是经典变换的直接推广. 这里，如果

$$\mathbf{E}=-\nabla\phi-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A}$$

且 χ 是任一标量，则代换

$$\mathbf{A}'=\mathbf{A}-c\nabla\chi$$

$$\phi'=\phi+\frac{\partial\chi}{\partial t}$$

保持 **E** 和 **B** 不变.

在量子力学中，引进了波函数的附加变换：

$$\psi = e^{-i\chi}\psi$$

Pauli 方程在此变换下不变，证明如下．因为 Pauli 方程是

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{1}{2m}\left[\boldsymbol{\sigma}\cdot\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)\right]\left[\boldsymbol{\sigma}\cdot\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)\right]\psi + e\phi\psi$$

于是有

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi' = \frac{\partial}{\partial x}e^{-i\chi}\psi = e^{-i\chi}\frac{\partial\psi}{\partial x} - i\frac{\partial\chi}{\partial x}\psi e^{-i\chi}$$

$$p(e^{-i\chi}\psi) = e^{-i\chi}(p - \hbar\nabla\chi)\psi$$

及

$$\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)e^{-i\chi}\psi = e^{-i\chi}\left(\mathbf{p}-\hbar\nabla\chi-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)\psi$$

对时间的偏微商产生 $(\partial\chi/\partial t)\psi e^{-i\chi}$ 的项，这项中有 $\phi e^{-i\chi}\psi$．因此，作

$$\psi' = e^{-i\chi}\psi$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \frac{\hbar c}{e}\nabla\chi$$

$$\phi' = \phi + \frac{\hbar}{e}\frac{\partial\chi}{\partial t}$$

代换可以保持 Pauli 方程不变.

将光子的矢势 **A** 作为由态 i 跃迁到态 f 的微扰势引入 Pauli 哈密顿量．任何可写为下式的与时间有关的微扰

$$\Delta H = e^{i\omega t}U(x, y, z)$$

产生的矩阵元 U_{fi} 为

$$U_{fi} = \int \psi_f^*\Delta H\psi_i dV$$

$$= \int \phi_f^*\exp\left(i\frac{E_f}{\hbar}t\right)e^{i\omega t}U(\mathbf{x})\exp\left(-i\frac{E_i}{\hbar}t\right)\phi_i(\mathbf{x})dV$$

此式表明，这一微扰与能量分别为 $E_i-\omega\hbar$ 和 E_f 的初态和末态之间的时间无关微扰 $U(x, y, z)$ 的效果相同. 众所周知[1],最重要的贡献来自 $E_f=E_i-\omega\hbar$ 的那些态.

使用前面的结果,每秒跃迁几率是

$$P_{fi}d\Omega=\frac{2\pi}{\hbar}|U_{fi}|^2\frac{\omega^2 d\Omega}{(2\pi c)^3\hbar}$$

为确定 U_{fi}，写出 H，

$$H=\frac{1}{2m}\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2-\frac{e\hbar}{2mc}(\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\times\mathbf{A})+eV$$

$$=\frac{1}{2m}\mathbf{p}\cdot\mathbf{p}+eV-\frac{e}{2mc}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{A}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{p})$$

$$-\frac{e\hbar}{2mc}(\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\times\mathbf{A})+\frac{\mathbf{e}^2}{2mc^2}\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}$$

按照规则,势只起一次作用,即只计及一级项, $\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}$ 项不对此问题作贡献. 利用 $\mathbf{A}=a\mathbf{e}\exp[-i(\omega t-\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})]$ 及二个算符关系式

(1) $\qquad \nabla\times\mathbf{A}=i\mathbf{K}\times\mathbf{e}a e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}e^{i\omega t}$

(2) $\qquad \mathbf{p}e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}=e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}(\mathbf{p}+\hbar\mathbf{K})$

或

$$\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}=e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}+\hbar\mathbf{K}\cdot\mathbf{e})$$

式中 $\mathbf{K}\cdot\mathbf{e}=0$（此结果来自规范的选取及 Maxwell 方程),则有

$$U_{fi}=a\int\phi_f^*[-(e/2mc)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}+e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}\mathbf{e}\cdot\mathbf{p})$$

$$+(e\hbar i/2mc)\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{K}\times\mathbf{e})e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}]\phi_i dV$$

这个结果是精确的,可用所谓“偶极”近似将其简化,为推导这一近似，考虑 $(e/2mc)(\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}})$ 项，它是原子中电子速度

1) 例如可参见 L. D. Landau 和 E. M. Lifshitz, 《量子力学；非相对性理论》§ 40.

的量级，即电流的量级．指数可按下式展开

$$\mathbf{e}^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}=1+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}+\frac{1}{2}(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x})^2+\cdots$$

$\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}$ 是 a_0/λ 的量级，这里 $a_0=$ 原子的线度，λ 是波长．如果 $a_0/\lambda\ll 1$，那么可以忽略高于 a_0/λ 一阶的所有项．要作偶极近似也必须忽略 U_{fi} 中的最后一项．这是容易做到的．因为该项可取为 $(\hbar K/mc)=(\hbar Kc/mc^2)\approx(mv^2/2mc^2)$ 的量级．尽管略去这一项，这个估计仍然是过高，更正确的估计是

$$\left(\frac{e\hbar i}{2mc}\right)\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{K}\times\mathbf{e})e^{+i\mathbf{K}\cdot\mathbf{x}}\approx\frac{V}{c}[\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{K}\times\mathbf{p})\text{ 的矩阵元}]$$

其中矩阵元是

$$\int\phi_f^*\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{K}\times\mathbf{p})\phi_i dV$$

一个好的近似可以将自旋及空间部份分开：

$$\phi_f^*=\phi_f^*(\mathbf{x})U_f\ (\text{自旋})$$

$$\phi_i=\phi_i(\mathbf{x})U_i^*\ (\text{自旋})$$

于是在这种近似精度下，由于态正交，所以积分

$$\int\phi_f^*(\mathbf{x})\phi_i(\mathbf{x})U_f^*(\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{K}\times\mathbf{p}))U_i dV=0$$

现在应用偶极近似．便有

$$U_{fi}=-a\frac{e}{c}\frac{\mathbf{p}_{fi}\cdot\mathbf{e}}{m}\qquad(3\text{-}1)$$

其中，

$$\mathbf{p}_{fi}\cdot\mathbf{e}=\int\phi_f^*(\mathbf{p}\cdot\mathbf{e})\phi_i=e\cdot\int\phi_f^*\mathbf{p}\phi_i dV$$

这样，

$$P_{fi}dr=\frac{2\pi}{\hbar}\left[\frac{e}{mc}a\right]^2(\mathbf{p}_{fi}\cdot\mathbf{e})^2d\Omega\frac{\omega^2}{(2\pi c)^3\hbar}$$

应用算符代数，$\mathbf{p}_{fi}/m=i\omega_{fi}\mathbf{x}_{fi}$．故