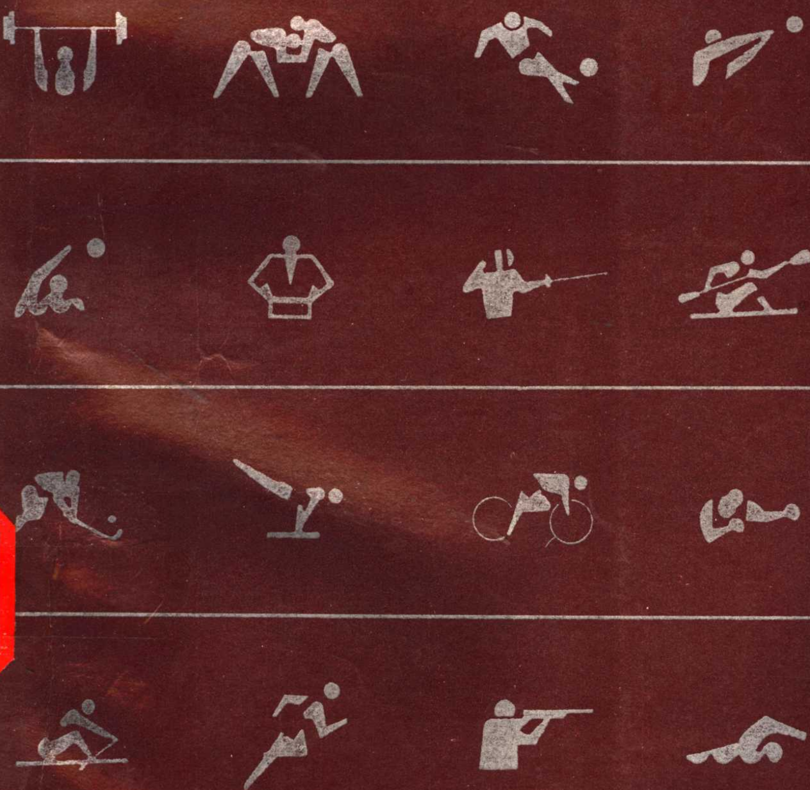
TI YU KONG ZHI LI LUN

体育控制理论

黄香伯



体育控制理论

——体育数学模型与电算程序

黄 香 伯

湖南科学技术出版社

湘新登字004号

体 育 控 制 理 论

黄香伯

责任编辑：陈一心

*

湖南科学技术出版社出版发行
（长沙市展览馆路8号）
湖南省新华书店经销　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1992年12月第1版第1次印刷
开本：787×1092毫米 1/32 印张：11.25 字数：259,000
印数：1——7,000

ISBN 7—5357—1052—2

G·53　　定价：5.30元

地科104—044

前　言

体育运动已经历了自然发展阶段、创新技术阶段与大运动量阶段，现在已进入多学科综合利用阶段，与之相应的体育科研方法，已从直观研究过渡到分析综合研究；从单一因素过渡到多因素整体研究；从回顾性调查的被动研究过渡到预测性研究；从静态研究到动态研究；从白色系统研究过渡到灰色系统黑色系研究；从个体研究过渡到对群体进行研究；从点的研究过渡到纵横交错的超空间研究；从定性研究过渡到定量研究，体育科研方法演化至今，已须臾不能离开数学。

运用数学模型进行定量分析，对于科学选材，对于运动技术的改进，对于运动员身体机能的评定、对于运动成绩的预测，对于体育管理中的决策都起了重要作用，特别是把人体与体育系统作为一个开放巨系统来进行研究时，人们把系统论、控制论、信息论、耗散结构论、协同论引入了体育界，这些理论与方法推动了体育科学的发展。目前，人们已不满足于用这些理论的术语和一般原理对体育作出的定性解释，系统理论的方法是系统综合与系统分析相结合的方法，它以现代数学和电子计算机为工具，为解决复杂系统的问题提供了有力的定量研究手段，运用现代数学和电子计算机建立体育数学模型，是实现体育优化控制的必由之路，美国游泳教练达兰德说："高级的、基层的或新教练之间的最大区别之一是数学问题。没有经验的教

练并不知道这点。”

在体育的定量化研究中，已经比较成功地运用了初等数学与高等数学中的微分方程描述人体运动状态的变化，如运动生物力学中的各种数学模型，体育统计学对体育领域中或然事物的研究，促进了体育事业的发展。近十年来模糊数学引入我国体育界，模糊综合评判、聚类与控制得到了广泛的应用，然而，作为体育控制基础理论的重要组成部分，运筹学与某些系统分析的数学模型却未能在体育中广泛应用。近些年来笔者在这方面进行了有益的尝试，现将必备的数学基础，体育数学模型与电算程序编写成册，以期抛砖引玉。

在编写过程中，力求着重介绍在体育控制过程中常用的运筹分析模型和系统分析模型，并以体育实例说明之。第一章模型概述，简要介绍系统理论中的模型方法。第二章至第四章为线性代数基础，它是建立复杂系统数学模型必不可少的基础知识。第五章至第十二章均为实用的体育数学模型，各章自成一体，读者可按需选读。这些模型在体育教学、训练、科研与管理中具有较大的实用性。本书所述数学模型的计算，一般非人工手算可为。为了增强数学模型的实用性，均用BASIC语言为每个数学模型与线性代数中的运算编写了相应的电算程序。为了免除读者输入、调试程序的繁琐劳动，编制了与本书配套的专用软件包。读者只需输入自己采集的原始数据，便可立即得到模型运算结果。本书可供广大体育工作者参考。

由于笔者水平有限，疏漏之处在所难免，诚请读者赐教不吝。

笔　者

1991年5月

目 录

第一章　模型概述

模型（或称建模）的狭义理解是：对实物结构、尺寸按比例、表现形态、时间分配或其它特征制成的仿真体，运动解剖学的人体及其各器官的仿真体是典型的按比例缩小的物理模型，控制理论中的模型则是广义的，它是对一切可控系统按其最本质的特征，依据系统整体的优化目标采用物理抽象和数学抽象的结果。例如，制定训练计划时对运动员训练强度与训练量提出一系列明确的要求，其中有由概念组成的概念模型；有计算运动负荷的数学模型；有绘制成曲线的几何模型。本章将简述模型方法的特点、模型的种类、模型的建立与应用。

§1　模型方法的特点

体育控制理论研究的对象一般是较为复杂的系统，对这些系统进行分析、评价和控制时，要涉及到本身和系统所处环境的许多因素。应用模型方法描述系统具有下列特点：

一、用模型方法来研究复杂的实体系统，可以解决系统设计和系统分析各个阶段所产生的一系列问题，并可预测系统运行的可行性与可靠性。如大型运动会工作计划的网络分析模型群，各部门分工明确，工程进度一目了然，电脑及时反映工程的关键路线与关键工序，及其关键路线工序的变异，并能指出

哪些工序必须完成，哪些工序可稍稍滞后。

二、对某些实体系统的研究，由于客观条件的限制，不能实地进行试验，通过建模可以弥补。例如，若要研究人体在不同风速下以不同姿势跳跃时，人体所遇到阻力的大小，以寻求跳跃的最佳姿势。这样的实验数据无论在比赛时还是训练时都不可能获得。如果用装有力敏传感器的人体模型在风洞中进行实验，便有可能获得所需要的数据。又如，多人赛艇两侧划水的力量是否均衡，是保证赛艇直线前进的关键。划手如何配对，可借助带水池的船模，并在水池出口的“瓶颈”处安装电测力敏元件，水流对元件压力的大小就能反映划手合力的大小。

三、有些变量在现实中要经历很长时间才能看出变化结果，如果用模型方法可以很快看出变化结果与规律，从而迅速抓住事物的本质特征。模型给人们提供了一个实验室，不仅可以在相当短的时间内预测出系统在一定条件下的功能特性，还可以研究单个变量或参数的变化对系统整体功能的影响。如灰色线性规划模型，用灰色预测方法确定限制系数的范围，调整系数值，尽量使目标函数值落入灰靶。这个过程远远小于系统的实际运行过程。又如，用白鼠的运动来研究耐力变化的规律及其对肌纤维结构的影响。控制白鼠的被动运动，可获得不同参量对耐力训练的影响。

四、模型为人们提供了形象思维的工具。在科学发展的过程中，人们经常要以客观事实为依据，突出事物发展变化过程的特征，使研究对象得到简明扼要的表达，以便进行逻辑思维。研究者的形象思维常常是逻辑思维的先导和归宿，模型则是形象思维的工具。在未知领域被肯定或否定之前，往往在研究者的头脑中以客观现实为依据构想出研究对象的理想模型。当构想的模型被定性地定量地得到证实之时，未知领域也就变为已

知，成为科学上的新发现．如福斯伯里构想的背越式跳高，就是抓住了跳高的本质特征，即人体总重心起跳后沿抛物线越过横杆．俯卧式是起跳后人体沿纵轴旋转，腹部朝横竿腾越，如果起跳后旋转成背朝横竿，可获得更高的腾起高度．背越的模型成为发现者形象思维的工具．经过实验，这种跳高姿势确实具有较大的优越性，成为普遍采用的姿势．

总之，模型是对客观事物的模仿与抽象，它由与研究对象有关的因素构成，它能体现出有关因素之间的关系，有助于解决实际问题．

§2 模型的种类

按照模型与现实事物的关系可分为形象模型与抽象模型．

一、形象模型 在建立模型的初级阶段往往比较接近事物及其发展过程本身，带有事物具体特征的痕迹，亦称为物理模型．它把现实物体的尺寸加以改变(缩小或放大)，看起来和实际的东西基本相似，如人体模型、物理模型常常导致新的发现．1912年德国学者韦格纳设想，若把五大洲陆地拼合，其结果如何？科学家在电子计算机的帮助下，找到了各大洲沿海1000米深处的陆地轮廓线极为吻合，由此而拼合成的“原始大陆块”形状极为规则．这是典型的物理模型．

二、抽象模型 用符号、图表等来描述客观事物所建立起来的模型．抽象模型又分为三类：

(一)模拟模型 通过对客观事物结构或功能的模拟了解事物变化的规律，并对事物的变化发展进行控制．控制理论中常用功能模拟模型．有些系统结构大相庭径，其功能极为相似，如肌肉在一定限度内的形变（舒张与收缩）Δl 与肌力F成正比；

生物电流大小与刺激的大小成正比。两者结构迥然不同，其功能都可用公式 $x_2=kx_1$ 模拟。人的大脑活动用二进制开关网络模拟；排球拦网机、乒乓球对练机、垒球发球机；游泳动作对水生动物的模拟都属于功能模拟。

（二）概念模型　这类模型广泛存在于体育界。体育各门各类学科，体育教学、科研、训练、管理中各种概念，由各种概念组成的教学、训练、管理、科研体系及其具体程序均可列入概念模型。

（三）数学模型　用字母、数字及其它数学符号建立起来的等式或不等式以及图表、图象及框图等描述客观事物特征及其内在联系的模型称为数学模型。数学模型具有下列优越性：

1.高度的抽象性　数学模型摒弃事物和过程的具体特征，突出主要变量的逻辑关系，可用简洁而严密的逻辑语言——公理、定理、定律、公式对事物进行描述。如人体跑动时空气阻力的大小可用公式

$$f=kAv^2$$

表示。其中k为待定常数；A为迎风面积大小；v为风与跑动的合成速度。

2.精确的可解性　数学模型可以通过运算规则进行计算或模拟求解，并且可以从计算结果中获得某些难以直观得到的认识。特别是对于变量多而关系复杂的事物和过程，只有借助数学模型的处理与实际经验结合才能得到比较满意的结果。依据训练理论与实践而制订的训练模式常常列举一系列模式指标。这些指标值是否协调，怎样才能协调，多元的灰色协调模型能提供满意解。又如，运动员赛前情绪量表测试的计算结果可作为教练员选择主力队员与替补队员的参考数据。

3.灵活的适应性　一种数学模型可以适用几种不同领域。

如线性规划模型既可用于体育管理又可用于运动训练。层次分析模型可用于计划管理、选材、教学训练评估等多种领域。

4.优良的经济性　性能优良价格便宜的微机问世之后，求解计算过程复杂的数学模型成为现实，并为体育的实时控制提供了有利条件。如灰色数列预测运动成绩其相对误差可控制在3%以下。线性规划的最优解可节省人力、物资与经费，具有优良的经济性。

在体育控制的实际过程中，人们总是综合使用物理模型、数学模型与概念模型。如图1—1所示：

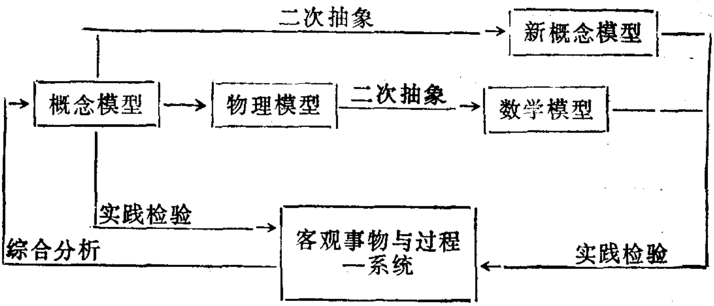


图1—1

§3　数学模型的建立

一、建模的基本要求

(一)应有足够的精度　模型去掉非本质部分后，一般能反映问题的本质，其计算精确度应与体育实践相符合。如短跑成绩的预测其精确度应达到1/100秒，否则不具有实用价值。精确度不仅与研究对象有关，而且与它所处的时间、状态和条件有关，所以在不同情况下可以对同一研究对象提出不同精度的要

求。例如用同类数学模型评价运动员状态，对于不同等级运动员可提出不同精度的要求。

（二）简单 复杂的模型难以求解，特别是变量太多的模型，对样本数量的要求随之增大，若样本数量达不到要求，模型就失去了存在的意义。因此，在建模前尽量用向量的相关性，主成分分析等方法简化变量。

（三）尽量借鉴标准函数 在模拟某些实际对象时，如果数据已趋近某种标准的分布与函数，其模型尽量采用标准函数。如灰色分析模型，先将原始累加生成，生成数列一般接近指数函数，再以此为基础建立微分方程模型，因而能获得较为满意的计算结果。

（四）计算结果应与实际经验相结合 体育是一门实践性极强的科学，参与体育活动的人具有很多不可控因素，无法抽象为数学模型。来源于感性认识的经验对体育运动的作用永远不会消除。因此计算结果应与实际经验相结合，体育数学模型的计算结果由专家评审能使结论更加符合实际。

二、建模的一般步骤

（一）明确目标；

（二）对系统进行周密调查，找出主要因素，确定主要变量；

（三）建立系统的语言模型，或框架流程图，明确各种关系；

（四）明确系统的约束条件；

（五）规定符号与代号；

（六）根据有关学科的知识，用数字符号、数学公式表达所有关系。

三、模型求解注意事项

（一）判断模型是否有解；

（二）尽量找到全部可能得到的解；

（三）从全部可能解中寻找一个最佳解，至少接近最佳解；

（四）找出一个具有平均意义的解，使其具有代表性；

（五）先以较为粗疏的数据代入模型，观察其解是否符合原先假设。例如，为预测尚未召开的世界大型运动会的成绩，可用已知数据“预测”刚刚结束的运动会的成绩，以检验模型的可靠性；

（六）依据实况对解进行补充和修正；

（七）模型的灵敏度试验，观察当数据发生变化时，解的变化幅度。

（八）说明解的适应范围及扩展使用的可能性。

四、模型的修正和近似

由于体育运动的复杂性，即使是一些简单的模型也必须修正。例如，跳远的远度公式就不能完全照搬斜抛的距离公式，需要进行修正。修正模型的常用方法有：

（一）去掉一些变量；

（二）将变量合并或分细；

（三）改变变量的性质，如将灰色量白化；将变量改为常量；将连续变量看成是离散变量。

（四）改变变量之间的函数关系，如摆动数列生成为递增数列；非线性函数近似为线性函数。

（五）改变约束条件 在线性规划求解时，增加或减少约束条件，仍能得到满意解，当然增加或减少应以实况为依据。

应当指出，对一个具体问题建立一个比较切合实际的模型，一般来说不是一件容易的事，它是一项艰苦的创造性劳动，唯有实践是检验模型正确与否的标准。

第二章 行 列 式

§1 n阶行列式

一、n阶行列式的定义

在初等代数中，解二元、三元线性方程组时，引出了二阶、三阶行列式。

如求解下述方程组：

$$\begin{cases}5x+4y=10,\\2x+2y=2.\end{cases}$$

$$x=\begin{vmatrix}10 & 4\\2 & 2\end{vmatrix}\Big/\begin{vmatrix}5 & 4\\2 & 2\end{vmatrix}=6,$$

$$y=\begin{vmatrix}5 & 10\\2 & 2\end{vmatrix}\Big/\begin{vmatrix}5 & 4\\2 & 2\end{vmatrix}=-5.$$

上式中的分子分母皆为行列式。横排的数字组成行；竖排的数字组成列。行列式的行数与列数相等。一般行列式的元素用a_{ij}表示。i表示该元素所在的行，j表示所在的列。

在三阶行列式

$$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}$$

中，划去a_{ij}所在的行和列的元素，余下的元素按原来的次序构成一个二阶行列式，称为a_{ij}的余子式，记作M_{ij}。考虑到符号，$(-1)^{i+j}M_{ij}$为元素a_{ij}的代数余子式，记作A_{ij}，即

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$$

例如，三阶行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

a_{11}的余子式为$\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$；

a_{21}的余子式为$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$；

a_{31}的余子式为$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$。

单独一个元素a组成的行列式看成是a本身，并称之为一阶行列式，即$|a|=a$。二阶行列式，由两个相应的一阶行列式组成。

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}\cdot|a_{22}|-a_{21}|a_{12}|$$

$$=a_{11}\cdot a_{22}-a_{21}\cdot a_{12}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}.$$

二阶行列式等于第一行元素与之对应的代数余子式之积之和。

仿此，一个三阶行列式可以表示成第一行的元素与之对应的代数余子式之积之和。或者说，一个三阶行列式可以由相应的三个二阶行列式表示。

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$+a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}.$$

依此类推，一般地，可用n个$n-1$阶行列式来定义n阶行列式。

定义 设$n-1$阶行列式已经定义，则规定n阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\equiv a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots a_{1n}A_{1n}=\sum_{j=1}^{n}a_{1j}A_{1j}. \qquad (1)$$

(1) 式称为n阶行列式的展开式。

根据行列式的定义，展开式可以计算某些行列式。

例1 计算 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

解 按照第一行展开

$$D=1\times\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}-0\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$+(-2)\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}-2\times\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$