

高等学校教学用书

画法几何

HUAFA JIHE

江苏师范学院数学系
几何教研组编

人民教育出版社

本书是根据画法几何为制图服务的精神编写的。读者学习本书后，能为学习制图打下良好的理论基础，并将获得的数学知识应用于生产实际，能有效地解决实际问题。

本书在内容的安排上，对密切联系生产实际的章节叙述详尽，其余部分力求精简扼要，以达到多快好省地完成教学任务的目的。在各章后面附有读图练习，以培养读者阅读工程图样的能力和空间的想象力。全书共分九章，包括绪论、点、线、面、投影改造、几何体、立体的截断与表面展开图、相贯体和轴测投影图等内容。

本书可作为高等师范院校数学系画法几何课程的教材以及中等学校数学制图教师的参考书，并可供自学者参考之用。

配合本书，另编有习题集，单印成册，供练习用。

画 法 几 何

江苏师范学院数学系几何教研组

人民教育出版社出版 高等学校数学用书编辑组
北京宣武门内大街27号

（北京南书刊出版业营业许可证出字第2号）

民族印刷厂印刷 新华书店发行

统一书号 15010·924 开本 850×1163¹/₃₂ 印张 5¹/₁₆ 插页 2

字数 119,000 印数 0001—25,000 定价（ Γ ）¥0.70

1960年8月第1版 1960年8月北京第1次印刷

序

自从教育大革命以来，生产劳动已列入了教育计划。学校与生产部门的联系日益广泛和密切，要求数学更好地为生产服务，在教学上贯彻理论联系实际的原则。为此，我系从1958年度起设置了画法几何及制图课程。师范学院开设这门课程没有现成的大纲与教材可以采用，一年半来的教学实践，使我们在这一方面积累了一些资料和經驗，这就为编写一本适合于高师数学系的画法几何学教学用书准备了条件。今春，在党总支的领导与鼓舞下，我们大破迷信，大鼓干劲，以不到两个月的时间编写出了这本书，作为向全国和全省的文教群英大会的一项献礼。

本书具有如下几个特点：

一、根据党的教育方针和师范学院培养目标，设置画法几何课程的目的应该主要是为制图服务；通过本课程的学习，使学生所学数学知识能更好地应用于生产实际，能有效地解决实际问题，促进技术革新和技术革命的深入与发展，并使将来在中学能胜任制图课的教学工作。过去这门课程片面地强调培养学生空间想象力一方面的任务是不恰当的。所以本书在内容的安排上，对生产实际关系较密切的章节叙述详尽，其他部分则从上述任务出发，选择适当教材，做到精简扼要。例如本书主要讨论了第一卦角内的点、线、面等几何元素，以及体的一般投影法则；而涉及其他各卦角的内容，由于在生产实际中并不需要，而且会给学生带来学习上的困难，所以我们就摒弃了这些材料。

二、体现教学改革的精神，对过去这门课程中所存在的对生产用处不大以及与初等几何、解析几何重复等少慢差费的现象，

予以变革；并且在学生原有数学知識的基础上，删除了某些实际意义不大的理論証明和繁瑣的討論，抓住最主要的關鍵，直綫式地上升，使學生能迅速地掌握画法几何学中最基本的内容，因而能在較短時間內完成教学任务。

三、本书在各章后配备了讀图練習。多次的教学实践証明，这是培养学生閱讀工程图样的能力和空間想象力的有效措施。此外，配合本书另編了习题集，单印成册，用作練習，既便于学生在图示法和图解法方面有足够的鍛練，而又不多費時間。

本书的編写工作是在党的领导下，以专人执笔，集体討論的方式进行的，充分發揮了集体力量。編写前在教課小組中討論了内容，并确定了各章的目的和要求；初稿完成后，复經教課小組討論修改，予以定稿。其中主要由徐志鵬、安靜华两同志执笔編写和繪图，邓庆成同志也担任了部分的編写工作，苏州工业专科学校徐文俊同志并对某些部分提供了宝贵的意見。

最后，应该声明：我們負責編写工作的几个人，多屬年青教师，虽然本着解放思想、破除迷信、鼓足干劲、敢想敢作的精神完成了这项工作，但是由于水平限制，經驗不足，加以時間比較短促，因而在各方面难免还存在着許多缺点。希望讀者多加批評指正，以便繼續改进，这是我們衷心欢迎和感謝的。

江苏师范学院数学系几何教研組

1960年4月

目 录

序	vii
第一章 緒論	1
§ 1-1. 画法几何的任务	1
§ 1-2. 画法几何的发展概述	1
§ 1-3. 投影方法的一般概念	2
§ 1-4. 正投影的基本知識	3
§ 1-5. 軸側投影的基本概念	8
复习題一	9
讀图練習一	9
第二章 点	11
§ 2-1. 点在两投影面体系中的投影	11
§ 2-2. 点在三投影面体系中的投影	14
§ 2-3. 点的坐标与投影的关系	16
复习題二	18
讀图練習二	18
第三章 直綫	20
§ 3-1. 直綫的投影	20
§ 3-2. 直綫在空間的位置	22
§ 3-3. 綫段的实长, 綫段与投影面的夹角	25
§ 3-4. 直綫的迹点	28
§ 3-5. 两直綫的相对位置	32
§ 3-6. 重影点和可見性問題	35
§ 3-7. 相交两直綫夹角的投影	37
复习題三	39
讀图練習三	39
第四章 平面	41
§ 4-1. 平面在投影图上的表示法	41
§ 4-2. 平面的迹綫	42
§ 4-3. 各种特殊位置的平面	45
§ 4-4. 在平面上取点和直綫	47

§4-5. 平面内的特殊位置直线	51
§4-6. 直线与平面平行	55
§4-7. 两平面平行	56
§4-8. 两平面相交	58
§4-9. 直线与平面相交	61
§4-10. 直线与平面垂直	65
§4-11. 两平面相垂直	67
复习题四	68
读图练习四	69
第五章 投影改造	71
§5-1. 概述	71
§5-2. 变换投影面法	72
§5-3. 旋转法	81
§5-4. 重合法	85
复习题五	89
读图练习五	89
第六章 几何体	91
§6-1. 多面体的投影	91
§6-2. 曲面体的投影	94
§6-3. 立体表面上取直线和点	95
复习题六	97
读图练习六	98
第七章 立体的截断和展开	100
§7-1. 多面体的截断和展开	100
§7-2. 曲面体的截断和展开	104
复习题七	112
读图练习七	112
第八章 相贯体	114
§8-1. 概述	114
§8-2. 直线贯穿几何体	115
§8-3. 两多面体相贯	119
§8-4. 两曲面体相贯	124
复习题八	134
读图练习八	134

第九章 轴测投影.....	136
§ 9-1. 概述.....	136
§ 9-2. 正轴测投影.....	141
§ 9-3. 斜轴测投影.....	157
§ 9-4. 选择轴测投影的原则.....	164
复习题九.....	168
读图练习九.....	168

第一章 緒論

§ 1-1. 画法几何的任务

一切工业产品和工程建設都須按照图样来进行生产和施工。图样是用来表达工业产品、建筑物等形状、大小、内部結構以及加工方法等必要資料，它是各生产部門最重要的技术語言，广泛地应用到机器制造、工程建筑、农业水利等一切經濟建設事业中。

用图样来表示各种物体，在不同的情况下，有着不同的要求：有些图样要求具有度量性，能反映出空間物体的形状、大小，在图上能准确地度量各部分的尺寸；有些图样要求具有直观性，使我們看了图样以后，能立刻感觉到有逼真的印象。

画法几何就是研究这样不同要求的两种图样的图示方法，对于平面上表示空間物体的方法提供了理論基础。通过画法几何的学习，使我們能繪制和閱讀工程图样，从图样上能研究空間物体的形状、大小、相互位置等几何性質。不仅如此，它还教給我們运用平面图形或图解方法怎样去解决三維空間各种几何問題。应用画法几何的图解法可以方便地解决空間解析几何中的某些問題；其他如力学、机械原理等也都可以利用画法几何的法則进行作图或图解。对于数学系同學們來說：为了解决生产实际問題而进行数学理論方面的研究时，画法几何的学习有着重要的意义。我們必須要掌握画法几何的基本理論，懂得怎样繪制简单的工程图样或机械零件图样以及数学教学中的直观图。

§ 1-2. 画法几何的发展概述

画法几何是从生产實踐中产生和不断地发展的。在画法几何

形成一門獨立科學之前，許多方法與法則早已在各個國家里被實際應用。直到1795年法國幾何學家蒙若首次把它有系統地發表出來，才奠定了画法幾何作為一門獨立科學的基礎。

我國制圖的發展，歷史悠久。早在春秋時代的技術經典著作“周禮考工記”中已記載着創造“規、矩、繩、墨”等制圖工具。宋代李誠所著“營造法則”中所畫圖樣已接近於現代的工程圖樣。正確地使用了正投影法和軸測投影法，與近代投影法所作圖樣基本上沒有區別。明代宋應星編著的“天工開物”一書中繪制很多圖樣，詳細地闡明了當時工農業生產所應用的各種舟車機械。以上說明我國在制圖方面的技術和理論已有很高的成就。近百餘年來，由於帝國主義的侵略，生產技術沒有得到應有的發展，制圖和画法幾何也未得到應有的重視。中華人民共和國成立後，在黨和人民政府的正確領導下，社會主義建設的突飛猛進為這門科學的發展創造了條件。因此，我們要更深入地研究画法幾何，為適應一切工程建設方面的需要，改進繪制圖樣的方法提供有利的理論基礎。

§ 1-3. 投影方法的一般概念

在平面上表示空間物體的圖形，都是該物體在這個平面上的投影。照片、圖畫、工程圖樣以及由日光、燈光照射物體所得的黑影，都是物體在平面上的投影。

當投射光綫通過空間物體上各點與一平面相交，得出許多交點，所有這些交點的集合形成了一個平面圖形，叫做空間物體在該平面上的投影。如果投射光綫(圖 1-1)，都由一點 O 出發，在平面 P 上所得空間物體的圖形叫做中心投影。如果用平行的投射光綫來照射空間物體，則在平面 P 上所得的圖形(圖 1-2)，叫做平行投影。

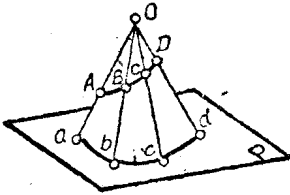


图 1-1.

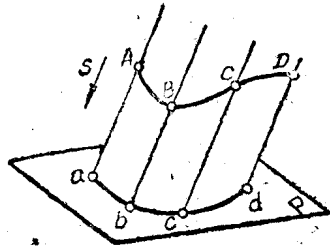


图 1-2.

平行的投射光綫可与平面 P 相交成任意傾斜的角度。这样的平行投影叫做斜角投影。如果投射光綫垂直于平面 P 时，則所得平行投影叫做直角投影，或称正投影。

在各种投影方法中，不論是中心投影或是平行投影，直角投影或是斜角投影，都是自然界中存在的实际現象。因此画法几何中所討論的各种投影法則，都是由现实世界中演化得来的，反映了物質現象的性質和規律。

§ 1-4. 正投影的基本知識

把一个空間物体放在一豎直平面 V 的前面(图 1-3)并使該物体所在空間直角坐标系中的坐标平面 $X_0O_0Z_0$ 平行于 V 面。用垂直于 V 面的平行光綫照射該物体，則在 V 面上得到的平面图形，叫做空間物体在 V 面上的正投影； a' 、 b' 、 c' 、 d' ……各点为物体上各頂点 A 、 B 、 C 、 D ……在 V 面上的正投影；直綫 $a'b'$ 、 $b'c'$ 、 $c'd'$ ……为物体上各边

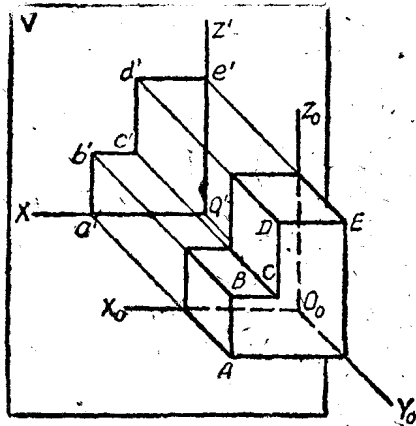


图 1-3.

棱在 V 面上的正投影。垂线 Aa' 、 Bb' 、 Cc' 、 Dd' ……叫做**投射线**，平面 V 叫做**投影面**。

在图 1-3 中可以看出坐标轴 O_0Y_0 垂直于 V 面，物体上凡平行于 O_0Y_0 方向的边棱在 V 面上的正投影都成为一点。因此空间物体在 V 面上的正投影，只能表示物体上平行于坐标平面 $X_0O_0Z_0$ 的正面形状，不可能表示其他侧面形状；只能在图上度量出该物体上平行于 O_0X_0 、 O_0Z_0 方向的各边棱的长度，不能度量出平行于 O_0Y_0

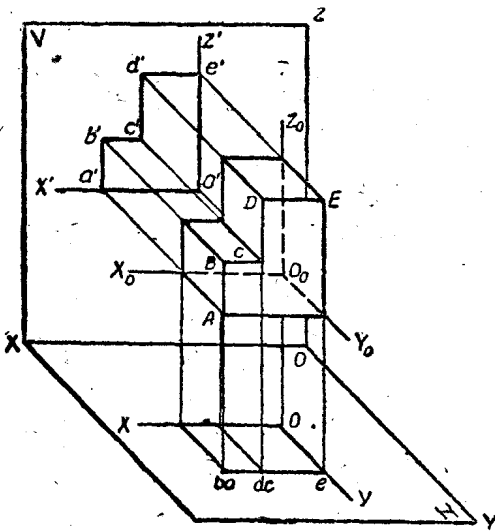


图 1-4

方向的长度。

为了在图上能同时表示出物体的其他各侧面的形状；能度量出平行于 O_0Y_0 方向的长度，在平行于坐标平面 $X_0O_0Y_0$ 的位置放着另一个水平的投影面 H （图 1-4），同样地把空间物体垂直投射到 H 面上得到另一个正

投影。这正投影只能表示空间物体水平位置的形状和度量出平行 O_0X_0 、 O_0Y_0 方向的长度。

由此知道：用一个投影面上的正投影不能完全确定空间物体的形状和全部尺寸；如果把两个正投影总合起来考虑，就可以确定该空间物体的形状和度量出沿三个坐标轴方向的尺寸。

用两个投影面上的正投影来表示空间物体我们叫它做**两投影面体系**。在这两个投影面中，竖直的一个叫做**正立投影面**（简称 V

面); 水平的一个叫做水平投影面(简称 H 面)。两投影面的交綫 OX 叫做投影軸。 OX 把 V 面、 H 面分別划分为上(V)、下(V_1)、前(H)、后(H_1)四个半平面。整个空間被 V 面、 H 面划分成四个区域, 每一个区域叫做象角(图 1-5)。

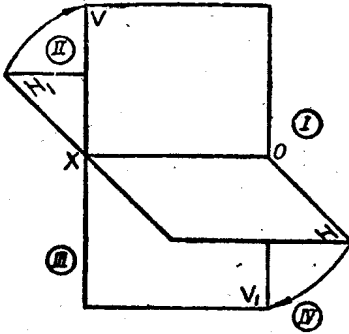


图 1-5.

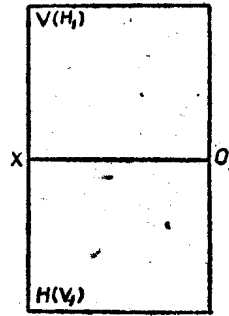


图 1-6.

在实际作图中, 我們只能用同一平面上的图形来表示空間物体, 也就是說, 要把上面所讲的两个投影面上的投影表示在一个平面上。为此, 我們把 H 面繞 OX 軸旋轉, 前半平面向下, 后半平面向上轉至与 V 面重合(图 1-6)。

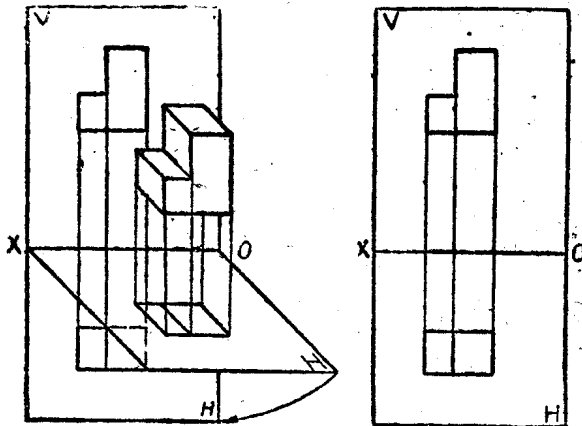


图 1-7.

这时把投影在两个投影面上的正投影重合在一个平面上，所得的图形叫做投影图(图1-7)。

如果用两投影面体系的投影图还不能明确地表示空间物体的形状和尺寸时，则须用三投影面体系的投影图来表示。三投影面体系是在两投影面体系中再加一个侧立投影面(简称 W 面)，使它同时垂直于 V 面和 H 面。 V 面与 W 面的交线叫做 OZ 轴； H 面与 W 面的交线叫做 OY 轴，三投影轴相交于原点 O (图1-8)。三个投影面把空间分成八个区域，叫做八个卦角。卦角的编号如图1-8所示。

三投影面体系的投影图是把投影面旋转两次而成(图1-8, 1-9)。 V 面不动； H 面绕 OX 轴旋转，前半平面向下，后半平面向上；

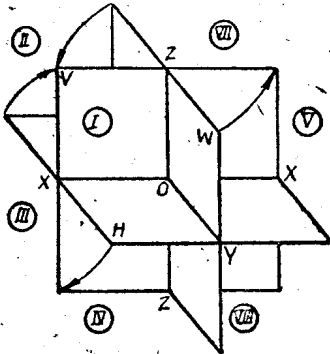


图 1-8.

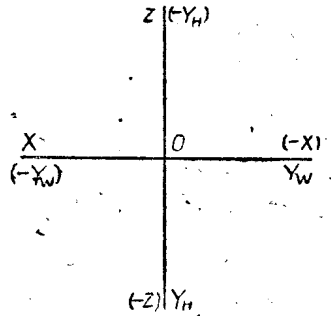


图 1-9.

W 面绕 OZ 轴旋转，前半平面向右，后半平面向左，都旋转至与 V 面重合。在两次旋转中：由于 V 面保持不动， V 面内的 OX 、 OZ 轴位置不变。 OY 轴为 H 面与 W 面的交线，当旋转 H 面时， OY 轴转至与 OZ 轴重合，在投影图上以 OY_H 表示。旋转 W 面时， OY 轴转至与 OX 轴重合，以 OY_W 表示(图1-9)。

空间形体在三投影面体系中的投影图如图1-10所示。图1-10, a)是直观图，图1-10, b)是投影图。

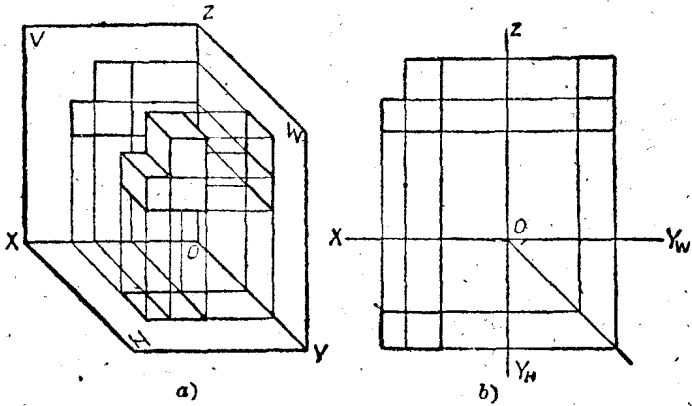


图 1-10.

应用正投影法則在三投影面体系中画出空間物体的投影图，在工程图样中叫做视图。视图的名称以及在图样上的配置一般規定如下^①(图 1-11)：

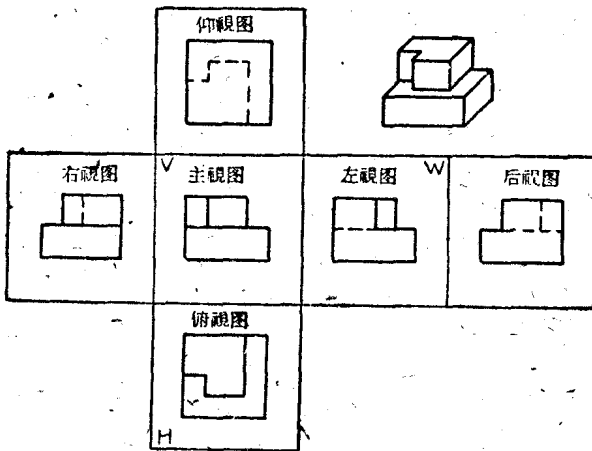


图 1-11.

主视图——物体在正立投影面上的正投影。

① 由于实际的需要，除此而外，还有后视图，仰视图，右视图等投影图。它們在图样上的配置按規定如图 1-11 所示。

俯视图——物体在水平投影面上的正投影,画在主视图下方。

左视图——物体在侧立投影面上的正投影,画在主视图右方。

§ 1-5. 軸測投影的基本概念

把一个空間物体放在平面 P 的前面(图 1-12), 并选择該物体所在的空間直角坐标系中的三坐标軸 O_0X_0 、 O_0Y_0 、 O_0Z_0 对平面 P

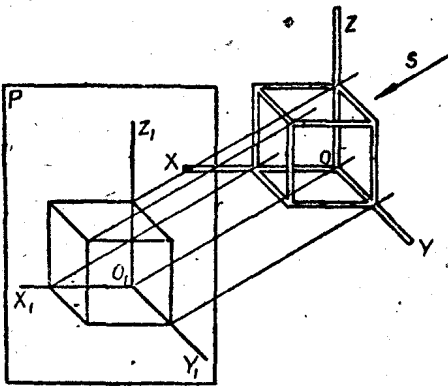


图 1-12.

处在适当的位置。选择一定的投影方向的平行投射綫把該物体与三坐标軸同时投影到平面 P 上, 而使所得的图形能同时呈现出該物体平行于三坐标軸方向的尺度。这样的图形既具有立体感, 也可以沿着平行于三坐标軸方向进行

度量。用这种方法在一个投影面上表示出有立体感的图形叫做軸測投影。

为了使所得的軸測投影都具有高度的立体感, 对于各种不同

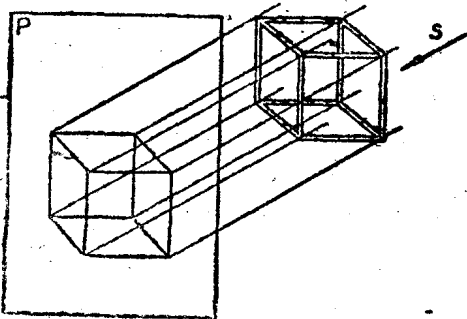


图 1-13.

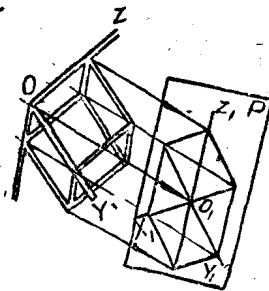


图 1-14.

形状的物体，可以選擇不同方向的投射綫。如果投射綫与平面 P 成傾斜角度时，所得图形叫做斜軸測投影(图 1-13)。如果投射綫与平面 P 垂直时，所得图形叫做正軸測投影(图 1-14)

复习題一

- 1-1. 学习画法几何的目的是什么？
- 1-2. 中心投影和平行投影有何区别？正投影和斜角投影又有何区别？
- 1-3. 为什么物体的一个投影不能决定該空間物体的形状和位置？

讀图練習一

在直观图中找出与它对应的投影图，并注明相同的号码。

<p style="text-align: center;">①</p>	<p style="text-align: center;">②</p>	<p style="text-align: center;"><input type="radio"/></p>
<p style="text-align: center;">③</p>	<p style="text-align: center;">④</p>	<p style="text-align: center;"><input type="radio"/></p>
<p style="text-align: center;">⑤</p>	<p style="text-align: center;">⑥</p>	<p style="text-align: center;"><input type="radio"/></p>
<p style="text-align: center;">⑦</p>	<p style="text-align: center;">⑧</p>	<p style="text-align: center;"><input type="radio"/></p>

