经全国中小学教材审定委员会2001年审查通过

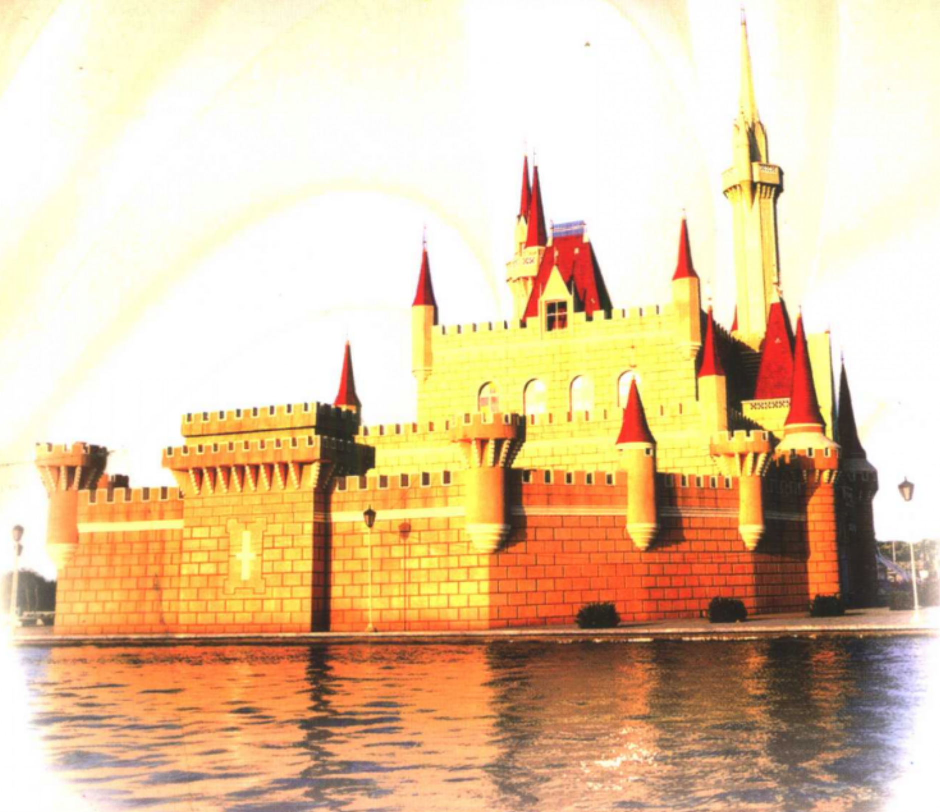
九年义务教育三年制初级中学教科书

几何

JIHE

第三册

人民教育出版社中学数学室　编著



人民教育出版社

九年义务教育三年制初级中学教科书

几　何

第三册

人民教育出版社中学数学室　编著

★

人民教育出版社 出版

（北京沙滩后街55号　邮编：100009）

网址：http://www.pep.com.cn

北 京 出 版 社 重 印

北京市新华书店发行

北京印刷三厂印刷

★

开本 890×1 240　1/32　印张 7　字数 135 000

2001 年 12 月第 1 版　2002 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—85 600

ISBN 7-107-14767-6 / G·7857(课)　定价：4.65 元

说　　明

一、《九年义务教育三年制初级中学教科书·几何》是根据教育部2000年颁发的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用修订版)》,在原《九年义务教育三年制初级中学教科书·几何》基础上修订的,并经全国中小学教材审定委员会2001年审查通过.这次修订,旨在更加有利于贯彻党和国家的教育方针,更加有利于对青少年进行素质教育,更加有利于初中学生的全面发展,培养学生的创新精神和实践能力.

二、初中几何是初中数学的重要组成部分.通过初中几何的教学,要使学生学会适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的几何基础知识与基本技能,进一步培养运算能力、思维能力和空间观念,能够运用所学知识解决简单的实际问题,培养学生的数学创新意识、良好个性品质以及初步的辩证唯物主义观点.

三、这套《九年义务教育三年制初级中学教科书·几何》分第一、二、三册,共三册.本书是《几何》第三册,供三年制初中三年级使用,每周3课时.

四、在修订中,本书的体例保持了下列特点:

1. 每章都有一段配有插图的引言,可供学生预习用,也可作为教师导入新课的材料.

2. 在课文中适当穿插了"想一想""读一读""做一做"等栏目.其中"想一想"是供学生思考的一些问题,"读一读"是供学生阅读的一些短文,"做一做"是供学生课外动手操作的一些实例.这些栏目是为扩大学生知识面、增加趣味性和实践性而设计的,这些都不

作为教学要求，只供学生课外参考.

3. 每章后面都安排有“小结与复习”，其中的“学习要求”是对学生学完全章后的要求.

4. 每章最后都配有一套“自我测验题”，供学生自己检查学完这一章后，是否达到本章的基本要求.

5. 本书的练习题分为练习、习题、复习题三类. 练习供课内用；习题供课内或课外作业用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A、B 两组，A 组属于基本要求范围，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用. 每组习题的第 1 题，都反映了这一部分知识的基本要求，可以作为预习用，也可作为课后复习用，不要求做出书面答案.

五、教科书原试用本由吕学礼、饶汉昌、蔡上鹤任主编，李慧君任副主编，参加编写的有蔡上鹤、陈汶、李慧君、许缦阁. 责任编辑为李慧君. 丁石孙、丁尔升、梅向明、张玺恩、张孝达任顾问.

参加本次修订的有饶汉昌、蔡上鹤、颜其鹏、张劲松，责任编辑为颜其鹏.

本书在编写和修订过程中，吸收了全国各地许多教师和教研人员的意见和建议，在此向他们表示衷心感谢.

人民教育出版社中学数学室
2001 年 12 月

目录

第六章 解直角三角形

一 锐角三角函数 …… 2

6.1 正弦和余弦 …… 2

6.2 正切和余切 …… 12

6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角 …… 18

二 解直角三角形 …… 21

6.4 解直角三角形 …… 21

6.5 应用举例 …… 24

6.6 实习作业 …… 35

· 小结与复习 …… 39

· 复习题六 …… 42

· 自我测验六 …… 45

第七章 圆

一 圆的有关性质 …… 49

7.1 圆 …… 49

7.2 过三点的圆 …… 57

7.3 垂直于弦的直径 …… 61

7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系 …… 71

7.5 圆周角 …… 76

7.6 圆的内接四边形 …… 82

二 直线和圆的位置关系 …… 88

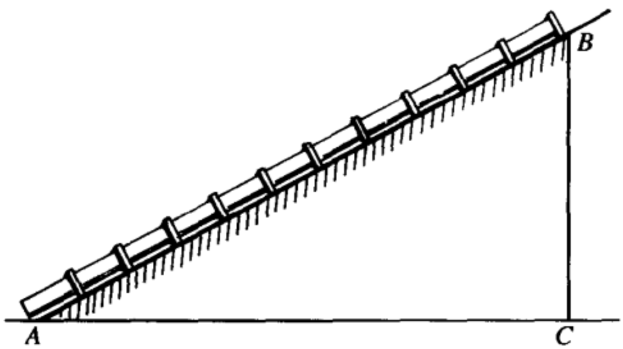
7.7 直线和圆的位置关系 …… 88

7.8 切线的判定和性质 …… 91

读一读　为什么车轮做成圆的？ …………………… 96
7.9 三角形的内切圆 ………………………………… 98
*7.10 切线长定理 ………………………………… 103
*7.11 弦切角 ……………………………………… 106
*7.12 和圆有关的比例线段 ……………………… 111
三 圆和圆的位置关系 ……………………………… 120
7.13 圆和圆的位置关系 ………………………… 120
7.14 两圆的公切线 ……………………………… 125
7.15 相切在作图中的应用 ……………………… 132
四 正多边形和圆 …………………………………… 141
7.16 正多边形和圆 ……………………………… 141
7.17 正多边形的有关计算 ……………………… 148
7.18 画正多边形 ………………………………… 152
7.19 探究性活动：镶嵌 ………………………… 160
7.20 圆周长、弧长 ……………………………… 167
7.21 圆、扇形、弓形的面积 …………………… 171
读一读　关于圆周率 π ……………………… 182
7.22 圆柱和圆锥的侧面展开图 ………………… 185
· 小结与复习 …………………………………… 194
· 复习题七 ……………………………………… 198
· 自我测验七 …………………………………… 205
附录一　三角函数表 ………………………………… 207
附录二　部分中英文词汇对照表 …………………… 216

第六章

解直角三角形



修建某扬水站时，要沿着斜坡铺设水管. 从上面的图中看到：斜坡与水平面所成的 $\angle A$ 的度数可以通过测角器测出来，水管 AB 的长度也可以直接量得，它们是两个已知数.

当水管铺到 B 处时，设 B 离水平面的高度为 BC. 由于 C 点不可到达，BC 的长度无法直接量得. 怎样利用上面的已知数求得 B 处离水平面的高度 BC 呢？

上面的问题可归结为：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 和斜边，求 $\angle A$ 的对边 BC. 学了本章知识后，这个问题就很容易解决了.

一 锐角三角函数

6.1 正弦和余弦

我们从三角尺开始来研究上一页中的问题. 在所有不等腰的那块三角尺(图 6-1(1))中, $30°$ 角所对的直角边(用 BC 表示, 其中 $\angle C$ 为直角)都等于斜边(用 AB 表示)的一半, 即

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}.$$

这就是说, 当 $\angle A=30°$ 时, 不管三角尺大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于 $\frac{1}{2}$. 根据这个比值, 已知斜边 AB 的长, 就能算出 $\angle A$ 的对边 BC 的长.

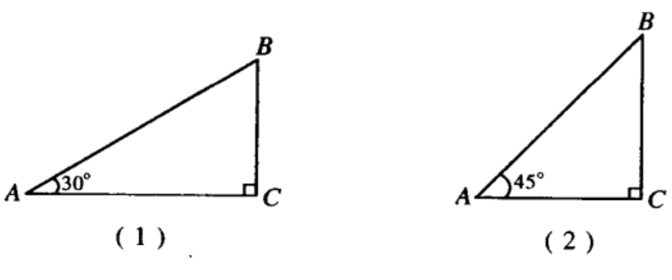


图 6-1

类似地, 在所有等腰的那块三角尺(图 6-1(2))中, 由勾股定理可得

$$\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{\sqrt{BC^2+BC^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

这就是说，当 $\angle A = 45°$ 时，$\angle A$ 的对边与斜边的比值等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 根据这个比值，已知斜边 AB 的长，就能算出 $\angle A$ 的对边 BC 的长.

那么，当锐角 A 取其他固定值时，$\angle A$ 的对边与斜边的比值能否也是一个固定值呢？

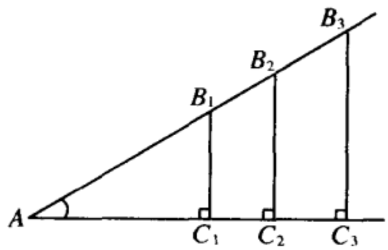


图 6-2

设锐角 A 取一个固定值，也就是说，我们有许多直角三角形 $A_1B_1C_1$，$A_2B_2C_2$，$A_3B_3C_3$，…，它们有一个锐角相等. 我们把点 A_1，A_2，A_3，… 重合在一起，记作 A，并使直角边 AC_1，AC_2，AC_3，… 落在同一条直线上，则斜边 AB_1，AB_2，AB_3，… 落在另一条直线上(图 6-2). 容易知道，

$$B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3 \parallel \cdots,$$

$$\therefore \quad \triangle AB_1C_1 \backsim \triangle AB_2C_2 \backsim \triangle AB_3C_3 \backsim \cdots.$$

$$\therefore \quad \frac{B_1C_1}{AB_1} = \frac{B_2C_2}{AB_2} = \frac{B_3C_3}{AB_3} = \cdots.$$

因此，在这些直角三角形中，$\angle A$ 的对边与斜边的比值仍是一个固定值.

练 习

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C$ 为直角. 如果 $\angle A = 60°$，那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比值是多少？

如图 6-3，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C$ 为直角，我们把锐角 A 的

对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的**正弦**，记作 $\sin A$[1]，即

$$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}.$$

如果我们把 $\angle A$ 的对边 BC 记作 a，$\angle C$ 的对边 AB 记作 c，那么

$$\sin A=\frac{a}{c}.$$

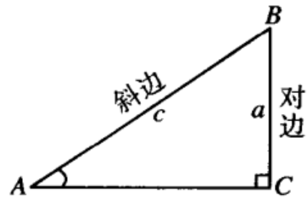


图 6-3

例如：当 $\angle A=30^\circ$ 时，我们有

$$\sin A=\sin 30^\circ=\frac{1}{2};$$

当 $\angle A=45^\circ$ 时，我们有

$$\sin A=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

由于直角三角形中斜边大于直角边，所以在图 6-3 中，可以得出

$$0<\frac{a}{c}<1.$$

$\therefore\quad 0<\sin A<1$（$\angle A$ 为锐角）.

例1 求出图 6-4 所示的 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中的 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值.

分析：求 $\sin A$ 时，要看 $\angle A$ 的对边与斜边的比；求 $\sin B$ 时，要看 $\angle B$ 的对边与斜边的比.

解：(1) $\because$ 斜边 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

---

[1] 注意，这是一个完整的记号，不能看成 $\sin\cdot A$. 记号里习惯省去角的符号“$\angle$”，第一个字母“s”要小写. 后面的 $\cos A$，$\tan A$，$\cot A$ 等也是这样.

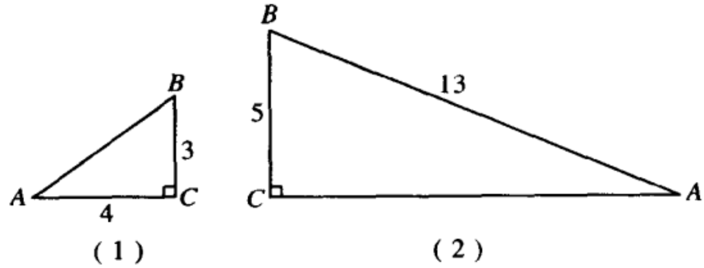


图 6-4

$\therefore \quad \sin A=\frac{3}{5}, \sin B=\frac{4}{5}.$

(2) $\sin A=\frac{5}{13}.$

$\because \quad AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{144}=12,$

$\therefore \quad \sin B=\frac{12}{13}.$

与正弦情况相似,可以证明:当锐角 A 取任意一个固定值时,$\angle A$ 的邻边与斜边的比值也是一个固定值.

如图 6-5,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C$ 为直角,我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的**余弦**,记作 $\cos A$,即

$$\cos A=\frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}.$$

如果我们把 $\angle A$ 的邻边(即 $\angle B$ 的对边)记作 b,那么

$$\cos A=\frac{b}{c}.$$

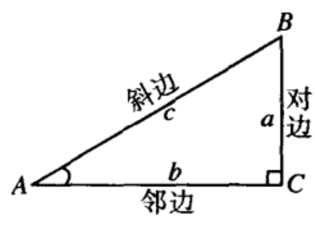


图 6-5

$\because \quad 0<b<c,$

$\therefore \quad 0 < \cos A < 1$（$\angle A$ 为锐角）.

根据图 6-1 和已经学过的知识，我们有：

（1）$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}, \sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

（2）$\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$.

例 2 求下列各式的值：

（1）$\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$;

（2）$\sqrt{2}\sin 45^\circ - \dfrac{1}{2}\cos 60^\circ$.

解：（1）$\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2};$$

（2）$\sqrt{2}\sin 45^\circ - \dfrac{1}{2}\cos 60^\circ$

$$= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4}.$$

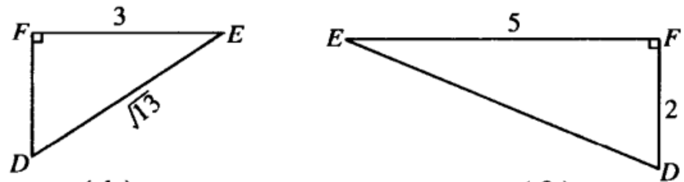
练 习

1. 求出图中 $\sin D, \sin E$ 的值.

2. （1）求出图 6-4 中 $\cos A, \cos B$ 的值；

（2）把 $\cos A, \cos B$ 的值同 $\sin A, \sin B$ 的值（见例 1 的解）进行比较，写出 $\sin A$ 与 $\cos B$ 之间的关系式，以及 $\sin B$ 与 $\cos A$

之间的关系式.



(1) (2)

(第1题)

3. (1) 求出第1题图中 $\cos D$,$\cos E$ 的值;

(2) 把 $\cos D$,$\cos E$ 的值同第1题中求得的 $\sin D$,$\sin E$ 的值进行比较,写出 $\sin D$ 与 $\cos E$ 之间的关系式,以及 $\sin E$ 与 $\cos D$ 之间的关系式.

4. 求下列各式的值:

(1) $\sin 45° + \cos 45°$;　　(2) $\sin 30° \cdot \cos 60°$;

(3) $0.5 - \sin 60°$;　　(4) $\dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$.

我们已经学习了锐角的正弦和余弦,下面再来研究锐角的正弦与余弦之间的关系.我们知道:

$$\sin 30° = \frac{1}{2}, \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60° = \frac{1}{2}.$$

由此可以看出:

$$\sin 30° = \cos 60°,$$

$$\sin 45° = \cos 45°,$$

$$\sin 60° = \cos 30°.$$

这就是说,30°,45°,60° 这三个特殊角的正弦的值,分别等

于它们的余角 60°,45°,30° 的余弦的值(反过来说,30°,45°,60° 这三个特殊角的余弦的值,分别等于它们的余角 60°,45°,30° 的正弦的值).

那么,对于任意锐角的正弦的值,是否也能等于它的余角的余弦的值呢?观察图 6-5,可知

$$\sin A = \frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c},$$

$$\cos B = \frac{\angle B\text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c},$$

$\therefore$ $\sin A = \cos B.$

同理可证 $\cos A = \sin B.$

注意到图 6-5 中,$\angle A + \angle B = 90°$,即 $\angle B = 90° - \angle A$,所以上面的关系式又可以写成

$$\boxed{\begin{aligned} \sin A &= \cos(90° - A), \\ \cos A &= \sin(90° - A). \end{aligned}}$$

这就是说,**任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值,任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值**.

例 3 (1) 已知 $\sin A = \frac{1}{2}$,且 $\angle B = 90° - \angle A$,求 $\cos B$;

(2) 已知 $\sin 35° = 0.573\,6$,求 $\cos 55°$;

(3) 已知 $\cos 47°6' = 0.680\,7$,求 $\sin 42°54'$.

解:(1) $\cos B = \cos(90° - A) = \sin A = \frac{1}{2}$;

(2) $\cos 55^\circ = \cos(90^\circ - 35^\circ) = \sin 35^\circ = 0.573\,6$;

(3) $\sin 42^\circ 54' = \sin(90^\circ - 47^\circ 6')$

$= \cos 47^\circ 6' = 0.680\,7$.

练 习

1. 已知 $\angle A$ 与 $\angle B$ 都是锐角.

(1) 把 $\cos(90^\circ - A)$ 写成 $\angle A$ 的正弦;

(2) 把 $\sin(90^\circ - B)$ 写成 $\angle B$ 的余弦.

2. (1) 已知 $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,且 $\angle B = 90^\circ - \angle A$,求 $\sin B$;

(2) 已知 $\sin 67^\circ 18' = 0.922\,5$,求 $\cos 22^\circ 42'$;

(3) 已知 $\cos 4^\circ 24' = 0.997\,1$,求 $\sin 85^\circ 36'$.

3. 在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C$ 为直角,$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 所对的边分别为 a、b、c,先根据下列条件求出 $\angle A$ 的正弦值和余弦值,然后说出 $\angle B$ 的正弦值和余弦值:

(1) $a = 2, b = 1$; (2) $a = 3, c = 4$;

(3) $b = 2, c = \sqrt{29}$; (4) $a = 4\sqrt{5}, b = 8$.

习 题 6.1

A 组

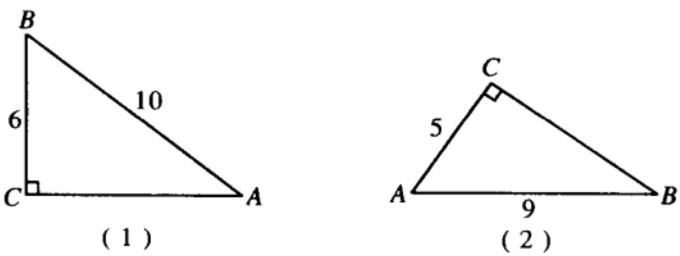
1. 阅读课文,思考下列问题:

(1) 已知 $\triangle ABC$ 中,$\angle C$ 为直角,那么什么叫做 $\angle A$ 的正弦?当 $\angle A$ 的大小确定时,它的正弦的值是否会起变化?

(2) 同第(1)小题,什么叫做 $\angle A$ 的余弦?当 $\angle A$ 的大小确定时,它的余弦的值是否会起变化?

(3) $\sin 30°$ 与 $\cos 60°$ 的值各是什么?$\sin 45°$ 与 $\cos 45°$ 呢?$\sin 60°$ 与 $\cos 30°$ 呢?设 $\angle A$ 为一个锐角,则 $\sin A$ 与 $\cos(90°-A)$ 的值之间有什么关系?

2. 分别写出图中 $\angle A$、$\angle B$ 的正弦值和余弦值:



(第 2 题)

3. 求下列各式的值:

(1) $\sin 45° + \frac{\sqrt{2}}{2}$;　　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 45°$;

(3) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45° + \sin 30°$;

(4) $\sin 45° \cdot \cos 60° + \sin 45°$;

(5) $2\cos 30° - 2\sin 60° \cdot \cos 45°$;

(6) $\dfrac{2\sin 30°}{4\cos 60° - 1}$.

4. 把下列各角的正弦(余弦)改写成它的余角的余弦(正弦):

(1) $\sin 36°$; (2) $\cos 72°$;

(3) $\sin 63°17'$; (4) $\cos 25°51'$.

5. 在$\triangle ABC$中,$\angle C$为直角,$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a、b、c. 先根据下列条件求出$\angle A$的正弦值和余弦值,然后直接写出$\angle B$的正弦值和余弦值:

(1) $a = 9, c = 15$; (2) $b = 21, c = 29$;

(3) $a = 2, b = 6$; (4) $a = 8, c = 17$.

B 组

1. 利用图 6-5 和式子 $\sin A = \dfrac{a}{c}$, $\cos A = \dfrac{b}{c}$,证明在同一个锐角 A 的正弦、余弦之间存在着以下重要关系式:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1. \text{❶}$$

2. 设 $\angle A$ 为锐角,利用上题的关系式解决下列问题:

(1) 已知 $\sin A = \dfrac{4}{5}$,求 $\cos A$ 的值(提示:当 $\angle A$ 为锐角时,$\cos A$ 不可能取负值);

(2) 已知 $\sin A = \dfrac{5}{13}$,求 $\cos A$ 的值;

(3) 已知 $\cos A = \dfrac{8}{17}$,求 $\sin A$ 的值.

❶ $\sin^2 A$ 表示$(\sin A)^2$,$\cos^2 A$ 表示$(\cos A)^2$.