

列寧學的几个問題

Д. П. 基爾諾斯



22
410

科学出版社

測震學的幾個問題

Д.П.基爾諾斯著

錢驥 張奕麟譯

傅承義 李宗元校

科学出版社

1959

Д. П. КИРНОС

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ
СЕЙСМОЛОГИИ ИЗДАТЕЛЬСТВО

Изд. АН СССР
МОСКВА

1955

內 容 簡 介

本書詳細地闡述了正確設計記錄地位移、速度和加速度值的地震儀器。這不但對地震學，同時對測量工程建築和機器振動的儀器也適用。所以本書不但可供地震工作者參考也可供研究振動的工程技術人員參考。

本書的作者是蘇聯著名的地震學家，有極其豐富的實驗知識。作者通過長期的實踐，寫就了這本系統而精闢的理論著作，它在國際地震學界上的評價是極高的。

測 地 學 的 几 个 问 题

Д. П. 基爾諾斯 著
錢 獻 張英麟 譯

科学出版社出版 (北京朝陽門大街 117號)
北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 號

科学出版社上海印刷廠印刷 新華書店總經售

1959年1月第一版 著號：1592 字數：140,000
1959年1月第一次印刷 開本：850×1168 1/82
(函) 0001—2,610 印張：5 7/16

定價：(10) 0.90 元

序

地震研究牽涉到要解決許多方面的問題，這些問題構成了地殼物理學中一個極重大的部門——地震學——的研究對象。其中包括工程性質的問題，如研究地震時地和建築物的振動，及確定抗震建築的物理依據；為研究地震區域劃分和解決某些地質問題所必需的地震活動性的研究；探索強震的前兆；用地震法研究地球內部及地殼的構造等等。近幾十年來地震學的方法還應用在解決海上風暴途徑的追索問題上。

解決這些問題的基本資料是地震台的觀測記錄。所以，只有當建立起足夠完善的地震觀測服務工作，特別是創製出觀測工具即地震儀器以後，這些問題才能解決。

系統地用儀器觀測地震時地的振動，不算很早，開始於 19 世紀下半葉，地震活動性很强的國家中（意大利、日本）。觀測的目的是尋找預防地震的途徑。但是由於那時這些國家的工業還不發達，以及用儀器研究地震所必需的物理實驗工具還不完善，這些研究並沒有得到應有的發展和廣泛的運用。

在 19 世紀末 20 世紀初，用儀器記錄遠震的條件成熟了，地震學的發展受到很大的推動。從此就可以開始用地震學的方法研究地球的內部構造。這個問題具有極重大的意義，而且在解這個問題時可廣泛運用數學物理方法，這就引起了許多學者的注意，並在短短的時期裏出現了探討這個問題的解的大量著作。它們已都成為經典著作，並使地震學樹立在堅實的數理基礎上。

系統地觀測遠震的結果，找到了用儀器記錄來測定震中位置的方法，於是就出現了當時地震學的第二個問題——用儀器研究全地球的地震活動性。伽利清（Б. Б. Голицын）院士的工作對地震學在這幾方面的發展有特殊的貢獻。

利用那時的觀測儀器如維謝爾特式、米爾那式等地震儀，不能

充分有效地發展上述地震學的幾個新方面。所以伽利清爲了解決當時地震學的基本問題，先從創製新型觀測儀器(電流計記錄地震儀)開始。這種新的極爲完善的儀器，使伽利清創造出利用地震射線的方位角和出射角研究全球地震活動性和地球深處構造的新方法。

偉大的十月社會主義革命以後，由於在蘇聯地震活動區中發展工業和建立城市，就產生了詳細研究這些地區地震活動性的必要性。爲此建立了專門爲研究近震和地方性地震的台站網。這些台站稱爲區域地震台，裝備着蘇聯科學院通訊院士尼基福洛夫(П. М. Никифоров)設計的地震儀。

在解決上述大部分問題中，主要的是要能確定彈性波到達地震台的時刻。

但是要完全解決近代地震學的問題，這些工具(儀器)和觀測組織(台站網)顯得還不够。爲了發展工程地震、地震機制、地震波物理的研究和解決其他一系列問題，除了記錄圖上須有明晰的地震波的初至之外，還必須獲得地震波通過時地的正確位移、速度和加速度值。因此，創製能記錄地面運動的某一運動要素，特別是地的位移的儀器成爲迫不及待的了。

蘇聯對地震預報問題的地震活動性的研究，要求比目前定出的地震震源位置更要準確和可靠，以便與地質資料配合使用，因而不僅要更可靠更準確地確定到達時刻，而且還要更可靠更準確地確定震中的方位角。

對地球內部構造的研究，促使伽利清所提出利用地震射線出射角的方法進一步的發展。準確地確定方位角和出射角以及發展追索風暴途徑的方法，對地震台上儀器的一致性的要求特別嚴格。

爲了觀測強震時地的振動(旨在解決抗震建築問題)，必須創製到目前爲止蘇聯台站上還沒有的專門儀器。詳細地研究區域地震活動性需要創製特別靈敏的儀器；它們要能記錄極微弱的近震，但可避免如第一種脈動之類的干擾。

解決這些問題的必要性以及爲了工程建築和機器振動的研究

提出了下列問題，這些問題現已成爲地震儀器學中的一些基本問題：

1. 創製能足夠正確地記錄研究對象的某一運動要素的儀器；
2. 實現地震儀器的高度一致性；
3. 創製特別靈敏的儀器，並對給定頻率區間內的振動有足夠顯著的選擇性；
4. 創製能記錄研究對象在位移值很大時的某種運動要素的儀器。

本書是作者主要爲了裝備地震台而設計許多新型地震儀器時的研究結果的總結。本書中敘述了理論問題及台站觀測用的最完善 的直接記錄和電流計記錄地震儀器的計算方法和結構的依據。敘述普遍性問題時，還以三種新型地震儀的計算與結構概要、常數測定法和試驗結果等爲例來作說明。這三種地震儀是作者爲改進蘇聯地震工作而設計的。

目 錄

序.....	iii
--------	-----

第一 篇

直接記錄及電流計記錄地震儀概論及基本計算原理

第一章 地震儀器概論.....	1
§1. 概述.....	1
§2. 擺的運動微分方程.....	4
§3. 擥的自由運動.....	5
§4. 鉛直向地震儀概論.....	7
§5. 擆的強迫運動. 正演問題.....	16
§6. 擆運動的直接記錄法.....	19
§7. 直接記錄儀器的幾種可能性.....	22
§8. 電流計記錄. 電流計記錄的電動法.....	27
§9. 關於電流計記錄儀器的頻率特性及其各種可能性.....	30
§10. 關於“耦合”對頻率特性的影響.....	52
§11. 關於電磁式電流計記錄法.....	57
第二章 地震儀器設計計算概述.....	63
§1. 折合擺長.....	63
§2. 擆及電流計的固有振動週期.....	64
§3. 關於擺及電流計阻尼的計算.....	67
§4. 關於放大率及靈敏度的估算.....	69
§5. 關於用電流計記錄時放大率的調節方法.....	75
§6. 關於直接記錄和電流計記錄地震儀的設計程序.....	81

第二 篇

一般地震台所用的地震儀

第一章 通用地震儀的構造和計算概要及說明.....	85
§1. 概述.....	85

§2. 常數值及頻率特性.....	86
§3. 儀器的結構、計算和說明.....	88
§4. 關於通用地震儀的幾種改裝.....	102
第二章 常數測定的方法。儀器研究的結果.....	106
§1. 幾個通用公式.....	106
§2. 電流計 TK-VI 的常數測定研究	108
§3. 折合擺長的測定.....	111
§4. CTK 及 CBK 摆固有振動的研究	112
§5. 在微小振幅下擺週期的測定.....	115
§6. 摆阻尼常數的測定.....	119
§7. 放大率的測定.....	121
§8. 放大率調節及常數測定板.....	124
§9. 試驗結果.....	125

第三篇 記錄強震及破壞震的儀器

第一章 概論.....	131
§1. 基本問題.....	131
§2. 強震時地的運動.....	134
§3. 關於記錄強震的儀器.....	143
§4. 儀器基礎振動振幅較大時擺的性能.....	146
第二章 記錄強震的地震儀.....	152
§1. 記中強震的 CMP-II 地震儀.....	152
§2. 記強震和破壞震的 CP3-I 地震儀.....	158
參考文獻.....	165

第一篇

直接記錄及電流計記錄地震儀概論 及基本計算原理

第一章

地震儀器概論

§ 1. 概述

地震觀測的基本原則和地震儀器(直接記錄)的一般原理，在1875—1890年間，已在尤溫(Ewing)，格雷(Gray)，米恩(Milne)，里白爾-巴什維茨(von Rebeur-Paschwitz)，普恩加萊(Poincaré)，李柏曼(Lippmann)等人的論著中建立了。到1900—1902年間，這些研究在B. B. 伽利清院士和維謝爾特的論著中，又加以發展和綜合。

1902年，B. B. 伽利清提出了電流計記錄法，使地震觀測提高到新的更高的階段，並且有力地促使地震學進一步的發展。B. B. 伽利清在1902—1908年間奠定電流計記錄的理論^[1-4]。他的理論，沒有考慮電流計的反作用，但對於B. B. 伽利清式地震儀和許多用電流計記錄的其他型式的地震儀來說，已足夠精確的了。此後，在1929—1939年間，電流計記錄的理論(考慮到反作用)主要在溫納爾(F. Wenner)^[5]，庫倫(J. Coulomb)和格倫特(G. Grenet)^[6]，什梅爾維茨(G. Schmerwitz)^[7]和里伯內爾(J. Rybner)^[8,9]等人的論著中得到發展。

根據機電模擬的方法，Г. А. 甘布爾采夫(Гамбурцев)^[10]在1935—1937年間創立了新的地震儀器理論。1945—1947年間，Н. В. 維什揚可夫(Вешняков)和作者^[11-13]製出了一種電流計記

錄系統，當地震波通過時，這種系統可以記錄位移，而只有很小的畸變。

應當指出，從大量的，各種不同的測量和記錄微小位移的方法中，地震台上的實際觀測，只採用直接記錄法（機械的和光學的）和電流計記錄法。這樣做，有兩個原因：第一，地震台工作的特點是要很長時間（數十年）的持續記錄和常常遠離文化中心，因此要求採用非常穩定和簡單的方法。所有要求附加電源（除供記錄燈用的電源外）的方法，迄今為止，實際上不能得到廣泛的應用。而機械的、光學的和電流計記錄的方法則能充分滿足這些要求。第二，除去儀器本身不甚簡單以外，電流計記錄法無論在放大上、以及在目前各站地震儀器和觀測方法上所需要的儀器性能上，都能滿足要求。

通常，地震儀器記錄所要研究的地球表面（或簡稱為“地面”）運動的運動學元量，總是有畸變的。假若 $F = F(t)$ 為所要研究的“地面”運動的運動學元量的時間函數， $y = y(t)$ 為儀器記錄的相應形式，則

$$y = \Phi(F).$$

函數 $\Phi(F)$ ，也就是畸變的特性，取決於儀器的參數，其形式可用儀器的運動方程的解來求出。這一問題可稱為測震學的正演問題。

地震儀器常被視為線性系統；當這樣認定時，它的運動方程就是常係數線性微分方程。

因此儀器的運動方程可以下列符號表示：

$$Z(p)y = Cp^kF, \quad (I.1.1)$$

式中 p 為微分算子； $Z(p)$ 為由方程結構所決定的微分算子的多項式； C 為取決於儀器參數的常數。設 $t < 0$ 時，函數 $F(t)$ 及其所有導數等於 0，並且 $t \leq 0$ 時， $y(t) = 0$ 。當 $t \geq 0$ 時，解完全為函數 $F(t)$ 的形式所決定。

因而，像在所有物理問題中所常作的那樣，可用近似法代替原有的函數。因此，為了理論與實際儀器相符，必須有儀器線性良好

與否的檢驗標準，或按所要求的精確度來確定所得結果的適用範圍。

綫性問題的解，也就是儀器運動方程的解，可用通常的、典型的微分方程求積分法、微分算子運算法或用福里哀積分法來求得。用第一種方法求解，就要求知道方程右邊的函數（取決於時間），亦即 $F(t)$ 的解析式。因此為了研究地震儀的一般性質，當 $F(t)$ 的解析式為未知時，這些方法就很不方便。用福里哀積分的方法就較為方便，因為在顯函數中不含有 $F(t)$ 本身，而是其譜 S ，即正弦振動的振幅和相差按頻率的分佈，其和組成函數 $F(t)$ （按福里哀積分公式）：

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (I.1.2)$$

式中 $S(i\omega)$ 為函數 $F(t)$ 的譜：

$$S(i\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = S(\omega) e^{i\varphi}.$$

如所熟知，此時方程(I.1.1)的解，因為是綫性的，可以下式表示：

$$y(t) = C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(i\omega)^k}{Z(i\omega)} S(i\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (I.1.3)$$

此處 $\frac{(i\omega)^k}{Z(i\omega)}$ 即所謂儀器的複頻率特性，為自變數——頻率 ω 和參數（運動方程的係數，也就是儀器的常數）的函數。比較(I.1.3)和(I.1.2)可以看出，用儀器描繪出 $F(t)$ （即記錄）所引起的畸變取決於儀器的複頻率特性的形式。

因此，若知道所要研究的運動可限制在某一頻率 ω 區間內，並知道儀器的複頻率特性，則 $F(t)$ 的形式雖不知道，仍可導出因儀器而引起畸變的特性的一般結論。反之，確定了運動方程必需的係數值，也就是儀器的常數，則所得的儀器，其特性使在已知的地震波頻率 ω 區間內具有完全確定的性能（畸變）。

此外，福氏積分法在測震學中較為適用，還由於下述原因。地震儀器常放在特製的振動台上進行實驗研究，儀器在振動台上受

到某數種、可以疊加成任何複雜運動(“地面”運動)的簡單運動的作用。當研究地震儀器時，這種簡單運動就是振動台的正弦運動。使振動台作各種頻率的振動，就能由實驗測得儀器的複頻率特性。因此，儀器運動方程的解法和實驗測定法相對應。所以當闡明地震儀器的理論問題和設計的基本原則時要應用福氏積分法。

§ 2. 擺的運動微分方程

如所周知，每種地震儀的基本部分是所謂準彈性系統，即由重錘(慣性體)組成的機械系統離開其一定的平衡位置時，彈力將使之恢復。這種形式的系統就是物理擺，擺的底座(支架)與所要研究的對象作牢固的連結。所要研究的對象簡稱為“地面”。我們所要研究的是在與其基座(支架)有關的 $oxyz$ 坐標系中擺的位移。

在這種坐標系中，擺的位置由其離開平衡位置的偏轉角所決定。若 θ 角很小，可認為 $\sin \theta = \tan \theta = \theta$ 和 $\cos \theta = 1$ ，若地面的位移遠較折合擺長為小；則如所周知，擺的運動方程可以下式表示：

$$\ddot{\theta} + 2\epsilon_1\dot{\theta} + n_1^2\theta = -\frac{\ddot{X}}{l}. \quad (I.1.4)$$

或以擺的振動中心的位移 x_c (在 $oxyz$ 坐標系中) 為變數，則運動方程為：

$$\ddot{x}_c + 2\epsilon_1\dot{x}_c + n_1^2x_c = -\ddot{X}, \quad (I.1.5)$$

式中 l 為折合擺長， \ddot{X} 為地面加速度在擺的轉動平面上且與由擺的重心至其轉動軸的垂綫相垂直的方向上的分量， n_1 為圓頻率， ϵ_1 為擺自由振動的阻尼係數。

同時已知

$$l = \frac{K_1}{MR_0}, \quad (I.1.6)$$

這裏 K_1 為擺對轉動軸的轉動慣量， M 為擺的質量， R_0 為擺的重心至其轉動軸的距離；

$$2\epsilon_1 = \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \right|_{\dot{\theta}=0} \frac{1}{K_1}, \quad (I.1.7)$$

這裏 $F(\theta)$ 為擺自由振動時的阻尼力矩(對擺的轉動軸);

$$n_1^2 = - \frac{\left. \frac{\partial f}{\partial \theta} \right|_{\theta=0}}{K_1}, \quad (\text{I.1.8})$$

$f(\theta)$ 為使擺恢復其平衡位置的力矩。

對於鉛直向單擺，其重心在轉動軸之下且與轉動軸在同一鉛直面內，則可有

$$f(\theta) = -(MR_0g\theta + C_{10}\theta),$$

式中 $C_{10}\theta$ 為由彈力產生的擺對支架的恢復力矩， g 為重力加速度。

因而此時可有

$$n_1^2 = \frac{g}{l} + \frac{C_{10}}{K_1}. \quad (\text{I.1.9})$$

對於轉動軸為水平的無定向擺，其重心在轉動軸之上且與轉動軸在同一鉛直面內，則

$$n_1^2 = \frac{C_{10}}{K_1} - \frac{g}{l}. \quad (\text{I.1.10})$$

而對於轉動軸和鉛直綫常成一不大的角的水平擺，則為

$$n_1^2 = \frac{g}{l} \sin i + \frac{C_{10}}{K_1}. \quad (\text{I.1.11})$$

§ 3. 摆的自由運動

如所周知，擺的自由運動方程

$$\ddot{\theta} + 2\varepsilon_1\dot{\theta} + n_1^2\theta = 0,$$

其解可有下列三種情況(以後需用到這些公式):

1) 假若 $n_1 > \varepsilon_1$ ，則

$$\begin{aligned} \theta &= Ce^{-\varepsilon_1 t} \sin(\nu_1 t + \varphi_1); \\ \nu_1 &= \sqrt{n_1^2 - \varepsilon_1^2}; \\ C &= \sqrt{\left(\frac{\theta_0 + \varepsilon_1\theta_0}{\nu_1}\right)^2 + \theta_0^2}; \end{aligned} \quad (\text{I.1.12})$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\theta_0 \nu_1}{\dot{\theta}_0 + \varepsilon_1 \theta_0};$$

即擺的自由運動為隨時間衰減的諧和振動，其週期為

$$T = \frac{2\pi}{v_1} = \frac{2\pi}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\epsilon_1}{n_1}\right)^2}}.$$

取

$$D_1 = \frac{\epsilon_1}{n_1} \quad (\text{I.1.13})$$

為擺的阻尼常數，則

$$T = \frac{T_1}{\sqrt{1 - D_1^2}},$$

式中

$$T_1 = \frac{2\pi}{n_1}$$

為無阻尼時即 $D_1 = 0$ 時，擺的固有振動週期。

從(I.1.12)中，很容易得到所謂固有振動振幅比 v_1 的公式， v_1 為在時間 $\frac{T}{2}$ 中相鄰的兩個振幅之比：

$$v_1 = \frac{\theta_{mk}}{\theta_{m(k+1)}} = e^{\frac{\pi \frac{\epsilon_1}{v_1}}{\sqrt{1 - D_1^2}}} = e^{\frac{\pi D_1}{\sqrt{1 - D_1^2}}} = \text{const.} \quad (\text{I.1.14})$$

因而 v_1 為常數是線性系的條件之一。

振幅比 v_1 為阻尼常數 D_1 所完全確定。自(I.1.14)式可得

$$D_1 = \frac{A_1}{\sqrt{\pi^2 + A^2}} = \frac{0.733 A_{10}}{\sqrt{1 + (0.733 A_{10})^2}}, \quad (\text{I.1.15})$$

式中

$$A_1 = \ln v_1; \quad A_{10} = \lg_{10} v_1.$$

擺的自振特性（當 $\epsilon_1 < n_1$ ，即 $D_1 < 1$ 時），也可用來確定地震儀器的基本部分（擺）線性是否好的標準。顯然，這一標準就是擺的自振週期 T_1 和阻尼比 v_1 與振幅無關。

2) $\epsilon_1 > n_1; D_1 > 1$. 此時

$$\theta = e^{-\epsilon_1 t} (C_1 \sin \bar{v}_1 t + C_2 \cos \bar{v}_1 t); \quad (\text{I.1.16})$$

$$\bar{v}_1 = \sqrt{\epsilon_1^2 - n_1^2}; \quad C_1 = \frac{\theta_0 + \epsilon_1 \theta_0}{\bar{v}_1}; \quad C_2 = \theta_0.$$

擺的運動是非週期的。 D_1 值愈大，則擺恢復其平衡位置就愈慢。

3) $\epsilon_1 = n_1$; $D_1 = 1$. 這是非週期的邊界情況。此時

$$\theta_1 = (C_1 + C_2 t) e^{-n_1 t}, \quad (I.1.17)$$

式中

$$C_1 = \theta_0, \quad C_2 = \dot{\theta}_0 + n_1 \theta_0.$$

因此，擺的自由運動特性，完全為阻尼常數所決定（表 1）。

表 1

擺的自由運動特性	D_1 值
無阻尼振動	$D_1=0$
阻尼振動	$0 < D_1 < 1$
非週期邊界	$D_1=1$
非週期運動	$D_1 > 1$

§ 4. 鉛直向地震儀概論

圖 1 表示鉛直向地震儀擺系的基本型式。

擺的轉動軸為水平向，其重心與轉動軸在同一水平面上。

設彈簧 P 與擺在點 1、與支架在點 2 以無彈力和無摩擦的銳

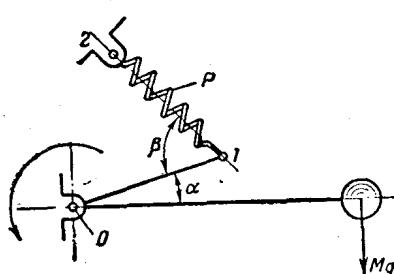


圖 1

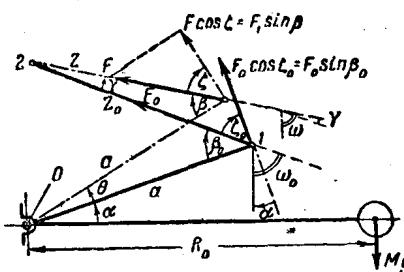


圖 2

鏈相連接，而 α 角為固定的，試求 α 與 β 角為任意值時 n_1 的表示式（設擺在水平平衡位置）。

作用於擺的力如圖 2 所示。以 θ 表示擺離開水平平衡位置

(振動時)的偏轉角。若 F_0 為 $\theta = 0$ 時彈簧上的張力，則擺在水平位置的靜力平衡條件(當 $\theta = 0$ 時)為：

$$M_c(0) = -MR_0g + F_0a \sin \beta_0 = 0, \quad (I.1.18)$$

$$F_0 = \frac{MR_0g}{a \sin \beta_0}.$$

當擺偏轉一微小角度 θ 時，則

$$\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1,$$

作用於擺的力矩等於：

$$M_c(\theta) = -MR_0g + Fa \cos \zeta - C_0\theta,$$

此處 $C_0\theta$ 為懸掛簧片等附加彈性力矩。且從圖 2 可看到：

$$\zeta = \omega - (\alpha + \theta), \quad \omega = \omega_0 + r,$$

$$\zeta_0 = \omega_0 - \alpha = \frac{\pi}{2} - \beta_0,$$

因而

$$\zeta = \frac{\pi}{2} - \beta_0 + (r - \theta).$$

不難證明

$$r \approx \frac{a}{Z_0} \cos \left(\beta_0 + \frac{\theta}{2} \right) \theta \approx \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0 \theta,$$

式中 Z_0 為 $\theta = 0$ 時彈簧的全長，即

$$\zeta = \left(\frac{\pi}{2} - \beta_0 \right) - \left(1 - \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0 \right) \theta, \quad (I.1.19)$$

因而

$$M_c(\theta) = -MR_0g + Fa \sin \beta_0 +$$

$$+ Fa \left(1 - \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0 \right) \cos \beta_0 \theta - C_0\theta.$$

彈簧的張力為

$$F = F_0 + C_p \Delta Z,$$

式中 C_p 為彈簧的剛性係數， $\Delta Z = Z - Z_0$ 為擺自水平平衡位置偏轉 θ 角時彈簧長度的變量。設角 θ 以逆時針方向為正，並注意

$$\Delta Z = -a\theta \cos \delta \approx a \sin \beta_0 \theta,$$

則得

$$F \approx F_0 - C_p a \sin \beta_0 \theta.$$

考慮到 $\theta = 0$ 時擺的靜力平衡條件(I.1.18)式，則得

$$\begin{aligned} M_c(\theta) &\approx - [C_p a^2 \sin^2 \beta_0 - \\ &- F_0 a \left(1 - \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0\right) \cos \beta_0] \theta - C_0 \theta, \end{aligned} \quad (\text{I.1.20})$$

略去附加的彈簧力矩 $C_0 \theta$ 和彈簧的質量 P ，可得擺在水平平衡位置附近自由振動的圓頻率表示式：

$$n_1^2 = \frac{C_p a^2 \sin^2 \beta_0}{K_1} - \frac{g}{l} \left(1 - \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0\right) \operatorname{ctg} \beta_0, \quad (\text{I.1.21})$$

式

$$\begin{aligned} n_1^2 &= \frac{g}{l} \left[\frac{C_p a^2 \sin^2 \beta_0}{M R_0 g} - \left(1 - \frac{a}{Z_0} \cos \beta_0\right) \operatorname{ctg} \beta_0 \right] = \\ &= \frac{g}{l} (\xi - \eta). \end{aligned} \quad (\text{I.1.21a})$$

在此式中，沒有含角 α 的項，即 n_1 與 α 無關，因而只要保持 $\beta_0 = \text{常數}$ ，懸掛彈簧和支架可繞擺的轉動軸轉動至任何位置而 n_1 不變（圖 3）。臂 a 的位置，即 α 角的值，僅取決於結構上的理由。作為一例，從(I.1.21)式很容易得到 B. B. 伽利清式鉛直向地震儀 n_1^2 的表示式^[14,1]。

所以，可用下述幾個方法來減小 n_1^2 或增大 T_1 ：(1)增加 l ，(2)

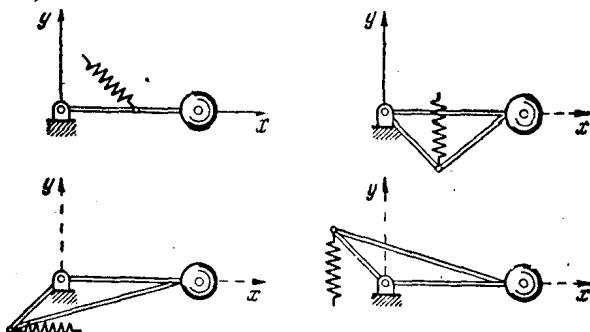


圖 3