教育部高职高专规划教材

# 概率与数理统计基础

杨亚非　编
曹素元　主审

化学工业出版社
教材出版中心

教育部高职高专规划教材

# 概率与数理统计基础

杨亚非　　编
曹素元　主审

化学工业出版社
教材出版中心
·北　京·

（京）新登字 039 号

**图书在版编目（CIP）数据**

概率与数理统计基础/杨亚非编．—北京：化学工业出版社，2003．7
教育部高职高专规划教材
ISBN 7-5025-4533-6

Ⅰ．概…　Ⅱ．杨…　Ⅲ．①概率论-高等学校：技术学院-教材②数理统计-高等学校：技术学院-教材　Ⅳ．021

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 042000 号

教育部高职高专规划教材

**概率与数理统计基础**

杨亚非　编
曹素元　主审
责任编辑：陈有华　张建茹
文字编辑：于　岚
责任校对：洪雅姝　王素芹
封面设计：郑小红

*

化学工业出版社
教材出版中心　出版发行
（北京市朝阳区惠新里 3 号　邮政编码 100029）
发行电话：（010）64982530
http://www.cip.com.cn

*

新华书店北京发行所经销
北京市昌平振南印刷厂印刷
三河市宇新装订厂装订
开本 850 毫米×1168 毫米　1/32　印张 4¾　字数 116 千字
2003 年 7 月第 1 版　2003 年 7 月北京第 1 次印刷
ISBN 7-5025-4533-6/G·1208
定　价：8.00 元

# 出版说明

高职高专教材建设工作是整个高职高专教学工作中的重要组成部分。改革开放以来，在各级教育行政部门、有关学校和出版社的共同努力下，各地先后出版了一些高职高专教育教材。但从整体上看，具有高职高专教育特色的教材极其匮乏，不少院校尚在借用本科或中专教材，教材建设落后于高职高专教育的发展需要。为此，1999 年教育部组织制定了《高职高专教育专门课课程基本要求》（以下简称《基本要求》）和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》（以下简称《培养规格》），通过推荐、招标及遴选，组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师，成立了“教育部高职高专规划教材”编写队伍，并在有关出版社的积极配合下，推出一批“教育部高职高专规划教材”。

“教育部高职高专规划教材”计划出版 500 种，用 5 年左右时间完成。这 500 种教材中，专门课（专业基础课、专业理论课与专业能力课）教材将占很高的比例。专门课教材建设在很大程度上影响着高职高专教学质量。专门课教材是按照《培养规格》的要求，在对有关专业的人才培养模式和教学内容体系改革进行充分调查研究和论证的基础上，充分吸取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的。这套教材充分体现了高等职业教育的应用特色和能力本位，调整了新世纪人才必须具备的文化基础和技术基础，突出了人才的创新素质和创新能力的培养。在有关课程开发委员会组织下，专门课教材建设得到了举办高职高专教育的广大院校的积极支持。我们计划先用 2～3 年的时间，在继承原有高职高专和成人高等学校教材建设成果的基础上，充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验，解决新形势下高职高专教育教

材的有无问题；然后再用2～3年的时间，在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上，通过研究、改革和建设，推出一大批教育部高职高专规划教材，从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

本套教材适用于各级各类举办高职高专教育的院校使用。希望各用书学校积极选用这批经过系统论证、严格审查、正式出版的规划教材，并组织本校教师以对事业的责任感对教材教学开展研究工作，不断推动规划教材建设工作的发展与提高。

教育部高等教育司

2001年4月3日

# 前　言

在进入21世纪之际，我国的高等教育正面临进一步发展的契机，高等职业教育是加速发展的高等教育的一个重要组成部分。为了适应高职高专教育发展的需要，急需编写既实用又有特色的教材。根据教育部《面向二十一世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划的精神，按照教育部最新制定的《高职高专教育数学基础课程教学基本要求》，结合高职高专学生的实际情况，在对数学学科的性质、特点以及现行教材进行分析的基础上，依照2003年1月审定的《概率与数理统计基础》编写大纲，编写了这本书。

本教材内容包括随机事件与概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、常用统计量的分布、参数估计、参数的假设检验、一元线性回归。建议总学时为30学时左右。

本书作为一门数学基础课教材，紧密围绕高职高专各专业的培养目标和特点，尽量保持数学学科的科学性和系统性，在不影响数学体系的前提下，以“掌握概念、强化应用、培养技能”为重点，体现以应用为目的，以必需够用为度。在编排体系上注重突出数学课程循序渐进、由浅入深的特点，不追求理论体系的完整性。许多概念、定理尽量采用学生容易理解的方式叙述，对一些问题不过分拘泥于理论上的要求，而介绍了解决一些实际问题的方法。

本书将教材与辅导融为一体，一书两用，每章前设“学习指南”，后设“本章小结”，便于自学和复习巩固。书后配有数学实验，便于学生了解和学习使用数学软件处理一些概率与数理统计

问题的基本功能、基本操作。

本教材以单行本的形式出现，便于教师和学生选用。

本教材适用于高职高专各专业、各层次的学生。

本教材由杨亚非编写，贵州工业大学曹素元教授对教材进行了认真的审阅，并提出了很多宝贵的意见。

在本教材的编写过程中，得到贵州科技工程职业学院曾悟声、袁红兰、田茂泰等领导和老师的支持和帮助，在此表示衷心感谢。

本教材在编写过程中，参考了大量的专著和资料，在此向作者一并表示感谢。

因编者水平所限，书中不妥之处在所难免，恳请读者提出批评和建议，以期再版时修正。

编　者

2003 年 5 月

# 内 容 提 要

本教材是根据教育部最新制定的《高职高专教育数学基础课程教学基本要求》编写的，主要包括了随机事件与概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、常用统计量的分布、参数估计、参数的假设检验、一元线性回归等内容.

本书将教材与辅导融为一体，一书两用，每章前设“学习指南”，后设“本章小结”，便于自学和复习巩固. 书后配有数学实验，便于学习使用数学软件处理一些概率与数理统计问题的基本功能、基本操作.

本教材适用于高职高专院校各专业.

# 目　　录

# 第一章 概率论基础知识

**学习指南**

1. 了解随机事件、必然事件、不可能事件和基本事件的概念；概率的古典定义及计算，条件概率的概念.

2. 理解事件的独立性和 $n$ 次独立实验的概率；随机变量的概念；随机变量的均值和方差的概念.

3. 掌握事件之间的关系，熟练掌握概率加法公式、乘法公式和全概率公式，并能灵活应用.

4. 掌握数学期望、方差的性质与计算，会利用概率分布列、概率密度及分布函数计算有关事件概率，熟练掌握正态分布的均值和方差，掌握均值和方差的基本性质及其使用方法.

概率论（probability theory）是近代数学的一个重要组成部分，是一门研究随机现象的数量规律性的科学，在工农业生产和科学技术研究上有着广泛的应用，是各类专业技术人员必不可少的专业基础知识，也是工科学生必不可少的专业基础课之一．本章将介绍概率论的基础知识.

## 第一节 随机事件

### 一、随机现象

在客观世界中，存在两类不同的现象：一类是在一定条件下必然产生的结果，例如，切断电源，电灯一定熄灭，上抛物体必然下落，这类现象称为确定性现象；另一类现象则是在一定条件下不能预先确定其所产生的结果，例如，在桌上抛掷一枚硬币，

可能是正面向上，也可能是正面向下，同一品牌的手机，有的使用了 3 年没有故障，而有的使用不到半年却经常出现故障，这类现象称为不确定现象或随机现象（random phenomenon）

对于随机现象，人们经过长期实践并深入研究后，发现它在个别试验中具有不确定性，但在大量重复试验或观察中，它的结果却呈现某种客观规律性. 例如，多次重复投掷一枚硬币，得到正面向上的次数占投掷总数的 1/2 左右；某品牌的手机的使用寿命大多在 10000～20000h 之内，这种规律性被称为随机现象的统计规律性，概率论与数理统计就是研究随机现象的统计规律性的一门数学学科.

任一随机现象都与某一试验或观测相联系，今后为了叙述方便，把试验或观测统一称为试验，如果一个试验在相同的条件下可以重复进行，并且试验的所有可能结果在试验前是无法预知的，这种试验称为随机试验，简称为试验（test）.

## 二、随机事件　基本事件　复合事件

在一定条件下，对随机现象进行试验得到的每一个可能的结果叫做随机事件（random event），简称事件，通常用字母 $A$、$B$、$C$ 等来表示.

每次试验中，必然会发生的事件称为必然事件（certain event），记为 $\Omega$；不可能发生的事件称为不可能事件（impossible event），记为 $\Phi$. 例如，一个口袋装有编号分别为 $1,2,\cdots,n$ 的 $n$ 个球，从这口袋中任取一个球，取得的球的号数不超过 $n$ 就是一个必然事件，取得的球的号数大于 $n$ 就是一个不可能事件.

把随机试验中，每一个可能出现的、不能再分解的最简单的结果，称为实验的基本事件（basic event）. 例如，射击环靶，若用事件 $A_i$ 表示{击中 $i$ 环}，则事件 $A_0,A_1,\cdots,A_{10}$ 都是基本事件，由若干个基本事件组合而成的事件称为复合事件. 例如在射击环靶中，若用 $B$ 表示{击中环数大于 7}，则 $B$ 是一个复合事件，它是由 $A_8$、$A_9$、$A_{10}$ 三个基本事件组合而成的.

随机试验的所有基本事件的集合叫做全集 $\Omega$.

## 三、随机事件之间的关系

因为随机事件是由基本事件或由若干个基本事件组成，所以任一随机事件都可以看成是 $\Omega$ 的一个子集，因此，可以用集合的观点来讨论事件之间的关系.

1. 事件的包含关系和相等

**定义 1-1** 如果事件 $A$ 发生，必然会导致事件 $B$ 发生，则称事件 $B$ 包含（include）事件 $A$，记为 $B\supset A$ 或 $A\subset B$. 如图 1-1 所示.

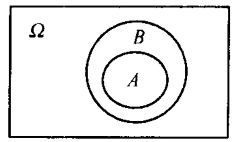

图 1-1

如果 $A\subset B$ 和 $B\subset A$ 同时成立，则称事件 $A$ 与 $B$ 相等（equality），记为 $A=B$.

**【例 1-1】** 在验收压力锅时，设 $A=\{$压阀不合格$\}$，$B=\{$产品不合格$\}$，则 $B\supset A$.

2. 事件的和

**定义 1-2** 事件 $A$ 与事件 $B$ 至少有一个发生所构成的事件 $C$，称为事件 $A$ 与 $B$ 的和（或并）（sum of events），记为 $C=A+B$ 或 $C=A\cup B$，即 $C=\{A$ 与 $B$ 至少发生一个$\}$. 如图 1-2 中阴影部分所示.

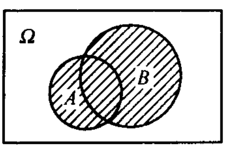

图 1-2

类似地，事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生的事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件，记为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$，简记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$.

**【例 1-2】** 在一个口袋里装有红、黄、白三种球，一次任意取两个球，设 $A=\{$两个同色球$\}$，$B=\{$至少有一个白色球$\}$，问 $A\cup B$ 由哪些基本事件组成？

**解** 因为全集 $\Omega=\{$(红黄)，(白黄)，(红白)，(白白)，(红红)，(黄黄)$\}$

$$A=\{(红红),(白白),(黄黄)\}$$

$$B=\{(白白),(红白),(黄白)\}$$

所以 $A\cup B=\{(红红),(白白),(黄黄),(红白),(黄白)\}$.

3. 事件的积

**定义 1-3** 事件 $A$ 与事件 $B$ 同时发生，构成一个事件 $C$，称为事件 $A$ 与事件 $B$ 的积（或交）（product of events），记为 $C=AB$ 或 $C=A\cap B$. 如图 1-3 中阴影部分所示.

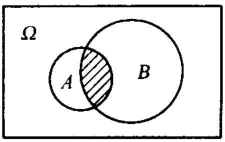


图 1-3

例如，检查某种机械零件，规定尺寸和粗糙度都合格才认为是合格品. 设 $A=$\{尺寸合格\}，$B=$\{粗糙度合格\}，$C=$\{产品合格\}，则 $C=AB$.

类似地，事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生的事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件，记为 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$，简记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$.

4. 事件的互不相容

**定义 1-4** 如果事件 $A$ 与事件 $B$ 不能同时发生，即 $AB=\Phi$，则称事件 $A$ 与事件 $B$ 互不相容 (incompatible)（或称互斥）. 如图 1-4 所示.

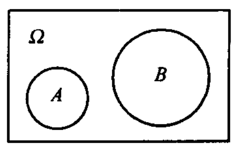


图 1-4

例如，掷一颗骰子，设 $A=$\{出现偶数点\}，$B=$\{出现奇数点\}，则事件 $A$ 与事件 $B$ 是互不相容的.

**定义 1-5** 事件 $A$ 发生而事件 $B$ 不发生，这一事件称为事件 $A$ 与事件 $B$ 的差（difference），记为 $A-B$. 如图 1-5 中的阴影部分所示.

**定义 1-6** 如果事件 $A$ 与事件 $B$ 满足 $A\cup B=\Omega$，$AB=\Phi$，则称事件 $A$ 与事件 $B$ 互逆（inverse relation），称 $A$ 是 $B$ 的互逆事件（或对立事件），记为 $A=\overline{B}$，显然，如果事件 $A$ 与 $B$ 互逆，则 $B$ 是 $A$ 的逆事件（complementary event），记为 $B=\overline{A}$，如图 1-6 中的阴影部分所示.

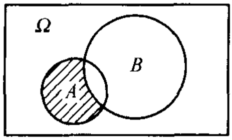

图 1-5

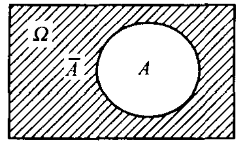

图 1-6

**【例 1-3】** 掷一颗骰子，设 $A=\{$出现奇数点$\}$，$B=\{$出现点数大于 1$\}$，$C=\{$出现 2 点，出现 5 点$\}$. 求 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 和 $\overline{C}$.

**解** 试验的基本事件全集为 $\Omega=\{$1 点，2 点，3 点，4 点，5 点，6 点$\}$；

因为 $A\overline{A}=\Phi$ 且 $A+\overline{A}=\Omega$，所以 $\overline{A}=\{$2 点，4 点，6 点$\}$；

同理 $\overline{B}=\{$1 点$\}$，$\overline{C}=\{$1 点，3 点，4 点，6 点$\}$.

**【例 1-4】** 某一随机试验的基本事件全集为 $\Omega=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，事件 $A=\{a_3\}$，$B=\{a_1,a_2,a_4\}$，$C=\{a_1,a_4\}$. 试判定 $A$、$B$、$C$ 中哪两个是互斥事件，哪两个是对立事件？

**解** 因为 $AB=\Phi$ 且 $A+B=\Omega$，所以 $A$ 和 $B$ 既是互斥事件，又是对立事件；

又因为 $AC=\Phi$ 但 $A+C\neq\Omega$，所以 $A$ 和 $C$ 是互斥事件，但不是对立事件.

显而易见，对立事件是互斥的，但互斥事件不一定是对立的.

事件的运算同集合的运算一样，具有下列运算律.

(1) 交换律 $A\cup B=B\cup A$；$AB=BA$.

(2) 结合律 $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$，$A(BC)=(AB)C$.

(3) 分配律 $A(B\cup C)=AB\cup AC$.

(4) 反演律 $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\,\overline{B}$.

此外，如果 $A\subset B$，则 $A\cup B=B$，$AB=A$；特别地，有 $A\cup\Omega=\Omega$，$A\Omega=A$，$\Phi\cup B=B$，$\Phi B=\Phi$.

## 习题 1-1

1. 下列各事件中哪些是必然事件？哪些是随机事件？哪些是不可能