

21 世纪工程应用计算机技术丛书

模糊控制

及其MATLAB应用

张国良 曾 静
柯熙政 邓方林

 西安交通大学出版社

21 世纪工程应用计算机技术丛书

模糊控制

及其MATLAB应用

张国良 曾 静
柯熙政 邓方林



西安交通大学出版社

· 西 安 ·

内容提要

本书从工程应用与实践的角度,对模糊推理与模糊控制系统作了深入浅出的介绍,并以多个实例详细地介绍了模糊推理的学习及其在 MATLAB 模糊逻辑工具箱中的实现,使得读者可以尽快地掌握模糊逻辑的内容与模糊控制的实现和使用。全书内容结构清晰,简明易懂,便于查找,可作为大学高年级学生自学模糊控制和智能控制的自学教材,也可作为大学教师教授相关课程的参考书,尤其可作为工程技术人员学习和实现模糊控制与智能控制的工具书。

图书在版编目(CIP)数据

模糊控制及其 MATLAB 应用 / 张国良,曾静,柯熙政,
邓方林著. — 西安:西安交通大学出版社,2002.11
(21 世纪工程应用计算机技术丛书)
ISBN 7-5605-1067-1

I. 模… II. ①张…②曾…③柯…④邓…
III. 模糊逻辑—计算机辅助计算—软件包, MATLAB
IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 005598 号

书 名:模糊控制及其 MATLAB 应用
著 者:张国良 曾 静 柯熙政 邓方林
责任编辑:屈晓燕 贺峰涛
标准书号:ISBN 7-5605-1067-1
出 版 者:西安交通大学出版社
地 址:西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
网 址:<http://unit.xjtu.edu.cn/unit/jtupress>
电 话:(029) 2668357、2667874(发行部)
(029) 2668315, 2669096(总编办)
电子信箱:eibooks@163.com
印 刷 者:陕西宝石兰印务有限责任公司
经 销 者:各地新华书店
版 次:2002 年 11 月第 1 版 2002 年 11 月第 1 次印刷
开 本:787mm×1 092mm 1/16
印 张:10.125
字 数:206 千字
定 价:15.00 元

版权所有,翻版必究!

前 言

近年来,模糊逻辑的应用迅速发展,其应用范围从照相机、便携式摄像机、洗衣机和微波炉等日用消费品,直到工业控制、医疗器械、决策支持系统和人力资源管理等领域。尤其在家用电器领域,无论对专家还是对普通消费者,模糊逻辑都给人以深刻的印象。我国已经加入世界贸易组织,各种工业产品尤其是家电产品越来越向着智能化、人性化的方向发展。从在校大学生到从事科研、生产的工程技术人员,都对模糊逻辑产生了浓厚的兴趣。但由于对模糊逻辑的学习或研究具有一定的困难,而且难于方便地对模糊推理系统进行实验和验证。因此,许多人都对模糊逻辑既有兴趣又望而却步。

本书的出版可以解决这个问题。本书在第1章中对模糊推理与模糊控制系统作了深入浅出的介绍,既可使从未接触过模糊逻辑的读者了解模糊逻辑,也可使学习过模糊逻辑的读者对模糊逻辑与模糊推理以及模糊控制系统有更深入的理解,并了解其现状及发展动态。在第2章中简要介绍了MATLAB模糊逻辑工具箱。MATLAB是一个功能强大的应用软件,模糊逻辑工具箱是其中的一个工具箱。在MATLAB上可采用两种方式,即用户交互式界面和命令行方式,进行模糊逻辑的学习与研究,并对各种从简单到复杂的模糊推理系统进行实验和验证。在第3章和第4章中结合实例,对基于MATLAB语言的模糊逻辑应用和模糊逻辑工具箱的使用作了详细的介绍,并给出了使用的详细步骤及大量的应用实例。本书的特点是力求避开大而全的数学理论和繁琐的数学推导,而尽量从工程应用与实践的角度来阐述模糊推理的学习及其在MATLAB模糊逻辑工具箱中的实现,使得读者可以尽快地掌握模糊逻辑的内容与模糊控制的实现和使用。本书既可作为大学高年级学生自学模糊控制和智能控制的自学教材,又可作为大学教师教授相关课程的参考书,尤其可作为工程技术人员学习和实现模糊控制与智能控制的工具书。全书内容结构清晰,简明易懂,便于查找。

在本书的写作过程中,得到了西安交通大学出版社的热情支持,同时沈永福、张翼飞、梁勇等计算了本书的部分例子,在此一并致谢。

由于模糊控制理论是一个新颖的领域,目前仍处于发展阶段,许多理论还不够完善,加之作者水平有限,在模糊控制方面的工程实践尚不够丰富,所以对书中不妥之处,恳请读者予以批评指正。

作者

2002年2月

目 录

前言

第 1 章 模糊控制系统

1.1 模糊逻辑的历史	1
1.2 模糊集	2
1.3 隶属函数	6
1.3.1 隶属函数的几种确定方法	7
1.3.2 几种常用的隶属函数	8
1.3.3 模糊逻辑工具箱内置的隶属函数	11
1.4 模糊运算与模糊推理	14
1.4.1 模糊运算	14
1.4.2 模糊规则与模糊推理	19
1.4.3 Mamdani 型推理与 Sugeno 型推理	22
1.5 模糊系统	24
1.5.1 模糊系统的结构	24
1.5.2 模糊控制器的设计	25
1.5.3 神经-模糊系统	28
1.5.4 自适应模糊模型	31
1.5.5 自适应模糊控制系统	36
1.6 常用的专业词汇	40

第 2 章 MATLAB 模糊逻辑工具箱

2.1 模糊推理过程	43
2.2 模糊逻辑工具箱的图形界面工具	46
2.2.1 FIS 编辑器	47
2.2.2 隶属函数编辑器	49
2.2.3 模糊规则编辑器	50
2.2.4 模糊规则观察器	52
2.2.5 输出曲面观察器	53
2.2.6 自定义模糊推理系统	55
2.3 模糊逻辑工具箱的命令行工作方式	56
2.3.1 系统结构函数	56
2.3.2 系统显示函数	57

2.3.3 在命令行中建立系统	58
2.3.4 FIS 求解	59
2.3.5 FIS 结构	60
2.4 模糊推理系统类型的转换	61
2.5 神经-模糊推理编辑器 ANFIS	61
2.5.1 神经-模糊推理	62
2.5.2 ANFIS 编辑器	63
2.5.3 应用 ANFIS 编辑器的步骤	64
第 3 章 模糊 PID 控制	
3.1 几种自适应 PID 控制	70
3.1.1 参数自适应 PID 控制	70
3.1.2 非参数自适应 PID 控制器	71
3.2 两种类型的模糊 PID 控制器	73
3.2.1 调整系统控制量的模糊 PID 控制器	73
3.2.2 模糊增益调整 PID 控制器	79
第 4 章 模糊控制应用实例	
4.1 模糊控制器与 Simulink 的连接	85
4.2 模糊 PD 控制器	88
4.2.1 用模糊逻辑工具箱设计模糊控制器	89
4.2.2 Simulink 仿真及参数的调整	95
4.2.3 仿真结果	96
4.3 火电机组主汽温模糊控制系统	98
4.4 单隶属度函数模糊控制器	103
4.5 水温模糊控制系统	108
4.6 电液伺服模糊控制系统	113
附录 模糊逻辑工具箱函数详解	
A 图形界面工具	117
B 隶属函数	122
C FIS 数据结构管理	134
D 高级技术	146
E 仿真模块	153
F 演示程序	155
主要参考文献	

1.1 模糊逻辑的历史

L. A. Zadeh 于 20 世纪 60 年代引入模糊逻辑,以表示并利用模糊的和不确定性的知识。在他的《不相容原理》一书中,有如下的论述:

随着系统的复杂程度不断提高,人们对其精确而有意义地描述的能力不断地降低,以至在达到某一个阈值之后,系统的精确性和复杂性之间呈现出几乎是相互完全排斥的性质。

因此他认为,应当引入一种新的方法,使新开发的日趋复杂的系统能够具有“人情味”。1965 年,他首次提出了“模糊集合”的概念;1973 年,他又进一步研究了模糊语言处理,提出了用模糊语言进行系统描述的方法,给出了模糊推理的理论基础,并为模糊控制的实施提供了有效的手段。1974 年, A. Mamdani 和他的学生在 Queen Mary 学院首次应用模糊逻辑,实现了蒸汽发动机的模糊控制实验。自此,模糊逻辑在控制工程中的应用有了一个飞速发展的历史。

模糊逻辑是对模糊的、自然语言的表达和描述进行操作与利用。它允许在模糊系统中纳入常识和自学习规则,并意味着一个学习模块能够用一个模糊规则集合来解释其行为。因此模糊系统对使用者来说是透明的(transparent),这与许多人工神经网络(ANNs, Artificial Neural Networks)形成直接的对比。

同许多人工智能(AI, Artificial Intelligence)算法一样(模糊逻辑也可被视为一种人工智能技术),模糊逻辑最初应用到那些由人执行显然毫不费力,但对基于传统算法的方法而言却很困难的课题上,例如语音识别、部分模式匹配、视觉数据分析等等。模糊逻辑的发展是由于人们需要一种对不完全、不精确信息做出决定的方法而被激发的,但模糊产品应用得最多的领域则是工程系统。这大概是由于对许多的模糊建模和控制系统,只需要使用少量的、易于理解的模糊信息处理技术就可以完成,因此获得这些算法的学习和归纳能力的内在信息是有可能的。

20 世纪 70 年代,大量的静态模糊控制器被开发出来,并生产出第一个能够改变其规则以提高性能的自组织模糊控制器。1980 年开始了模糊控制在应用领域的研究。20 世纪 80 年代初,日本和东亚许多主要的电子和自动化公司开始对模糊控制感兴趣,在此后及 90 年代早期,大量的基于模糊控制的消费产品问世,例如洗衣机、空调器、驾驶操作系统等。这些家电产品在节约资源、方便使用以及使用效果方面更富有“人情味”,也更符合人的实际生活。与此同时,各种各样的工业模糊控制系统也被研制成功。如各种熔炉、电气炉以及水泥生成炉的控制系统、核能发电供水系统、金属板成形控制系统、汽车的控制系统、机器人控制系统,以及航空、通讯领域的专家系统等。这些系统中的大部分是静态的,而且这些模糊系统的成功主要源于模糊逻辑在表示和操作上的模糊性。在这当中,专家知识被用以生成复杂的非线性控制界面。在被预置了一组庞大的模糊规则之后,用一个反复迭代的程序开发这类系统。其中重要的一点是,当前开发和应用的模糊系统主要是静态的。模糊逻辑最重要的性质之一,即是静态模糊系统同启发式规则相结合,从而具备了解决不确定性问题的能力。

模糊理论于 20 世纪 70 年代后期才引入我国。1981 年,我国创办了当时世界上第二个专门刊物《模糊数学》,即后来的《模糊系统与数学》。1982 年,我国成立了全国模糊系统与数学学会。目前许多高等院校已开设了模糊数学课程,相继建立了硕士点、博士点。Zadeh 不止一次地评价中国的模糊理论与应用研究队伍属于国际四支劲旅之一。

对许多难于建模和控制的系统,模糊逻辑以及应用模糊逻辑的模糊系统是非常有用的。本书将力求简单地讨论这些问题,并说明应用这些技术可能存在的问题以及克服这些困难的解决方案。

1.2 模糊集

要理解模糊逻辑与模糊控制系统,首先需要了解模糊集的概念。

模糊集的概念与古典集的概念相对应。模糊集既区别于古典集,又与古典集有密切的联系。古典集用于描述“非此即彼”的清晰概念。对于一个古典集合,一个给定的元素要么属于它,要么不属于它。而模糊集用于描述一个没有明确、清楚地定义界线的集合,即它包含的元素可以部分地隶属于这个集合。

例如,“所有高于 1.6 米的人”,这是一个清晰的概念。它表明凡是高于 1.6 米的人都是该集合的成员。尽管其元素无法一一列举,但其范围是可完全确定的。但是,若将上述概念改为“所有比 1.6 米高得多的人”,这就变成一个模糊概念了。因为无法划出严格分明的界限,使得在此界限内的人都属于“比 1.6 米高得多的人”,否则都不属于。而只能说某个人属于“比 1.6 米高得多的人”这个集合的程度高,另一个入属于它的程度低。因此,对于模糊概念而言,不能仿照清晰概念用“属于或不属于”来表述。

模糊概念来源于自然界中客观存在的模糊现象。人们在了解、掌握和处理自然现象时,大脑中所形成的概念往往是模糊的。这些概念的类属边界是不清晰的。由此产生的划分、判断与推理也都具有模糊性。人类的大脑具有很高的模糊划分、模糊判断和模糊推理的能力。人们的自然语言是为了表达和传递知识,在其中已巧妙地渗透着模糊性,并用尽可能少的词汇表达尽可能多的意思。事实上,人们大多数的推理和概念的形成是与使用模糊逻辑和模糊规则联系在一起的。在这个意义上,模糊逻辑既是旧的又是新的,因为,尽管模糊逻辑作为一门现代系统科学的时间还很短,但模糊逻辑的概念其实早就存在于我们的生活中了。

Zadeh 指出:“在模糊逻辑语言变量的基本概念中,其变量的值是一个‘词’而非‘数’。实际上,模糊逻辑的大部分内容都可以作为一种用‘词’而非‘数’来进行计算的方法学来看待。虽然在内涵上,‘词’不如‘数’精确,但它更接近人的直觉。而且,用‘词’来计算放宽了对不精确量的容许限,从而降低了解算所需的花费。”为了表示例如“小”这样的“词”(在后面我们按使用惯例统称为“语言值”),Zadeh 提出了模糊集的概念。一个典型的古典集是与一个特征函数(characteristic function)相联系的。当一个元素属于该集合时,特征函数的值为 1,否则特征函数的值为 0。因此,要描述一个集合,可以明确地写出其元素,也可以由定义其特征函数来说明。Zadeh 扩展了这种二值特征函数的思想,提出了隶属函数的概念,使元素可以部分地属于一个集合,而隶属函数(membership function)返回一个处于单位区间 $[0,1]$ 的值。因此输入可以是部分地属于一个集合的元素。

更正式的说法是,模糊集 A 是定义在一个在输入 ξ 之上并由其隶属函数 $\mu_A(\cdot): \xi \rightarrow [0,1]$ 表征的集合。输入域可以是离散的也可能是连续的,但对许多的建模与控制应用问题而言,连续表示更合适一些。

一般地,可以用 3 种方法来表示一个模糊集。

方法 1 Zadeh 记法

假设 ξ 是一个普通集合,称为论域。从 ξ 到区间 $[0,1]$ 的映射 A 称为 ξ 上的一个模糊集合。 μ_A 表示 ξ 隶属于模糊集合 A 的程度,称为隶属度。 $\mu_A(\cdot)$ 称为隶属函数。若 ξ 为离散集合,则可表示为

$$\mu_A = \sum (\mu_A(\cdot), \xi)$$

若 ξ 不是离散集合,则可表示为

$$\mu_A = \int (\mu_A(\cdot), \xi)$$

在此的积分与累加符号与其通常意义不同,它表示的是各个元素与其隶属度对应关系的一个总括。

方法 2 序偶集合记法

将 μ_A 写成序偶的集合

$$\mu_A = \{(\xi_1, \mu_A(\xi_1)), (\xi_2, \mu_A(\xi_2)), \dots, (\xi_n, \mu_A(\xi_n))\}$$

其中的每一元素是个序偶 $(\xi_i, \mu_A(\xi_i))$ 。第一分量表示论域中的元素,第二分量为相应元素的隶属度。

方法 3 模糊向量记法

将 μ_A 写成向量的形式,称之为模糊向量

$$\mu_A = (\mu_A(\xi_1), \mu_A(\xi_2), \dots, \mu_A(\xi_n))$$

要理解模糊逻辑的基本含义,需要记住的是,在模糊逻辑中,任何的表述在实质上都是一个度量。

下面我们来看两个例子。

例 1.1 关于一周中的每一天属于“周末”的度量。

考虑用图 1-1 对“周末”进行分级。

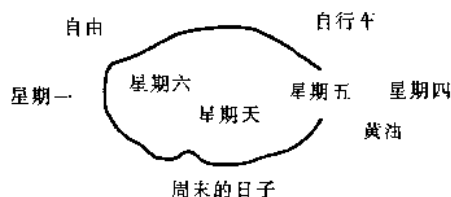


图 1-1 “周末”的集合

任何人都会将星期六和星期天划到“周末”的范畴,但对星期五则难以划分。它似乎应当属于周末的,但在某种程度上,从技术上又似乎应当将它从周末中排除。因此在图中星期五处于“骑墙”的位置。

在这种情况下,简单边界的二值(YES-NO)逻辑不再适用。生活中,人们往往用一个不太肯定的数字来做判断。例如

问:星期六是周末吗?

答:1(是,或真)

问:星期二是周末吗?

答:0(不,或假)

问:星期五是周末吗?

答:0.8(差不多是,但不完全是)

问:星期天是周末吗?

答:0.95(是,但和星期六还不完全一样)

如果我们必须绝对地说“是”或“非”,则在图 1-2(a)的两值逻辑的周末图中表现了关于

“周末度量”的真实值:如果我们可以用模糊的中间值来回答,则在图1-2(b)的多值逻辑的周末图中表现了关于“周末度量”的真实值。

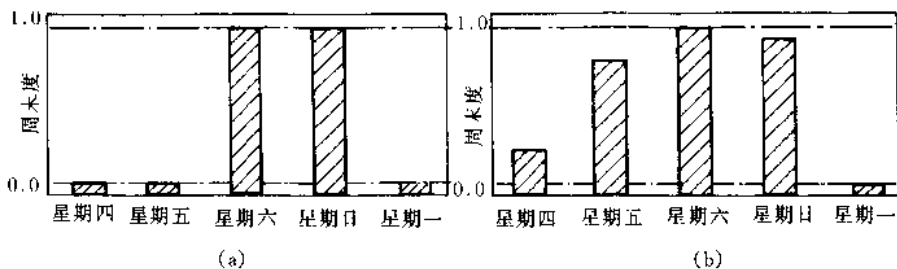


图1-2 离散论域下的“周末度”

(a) 两值逻辑的“周末”; (b) 多值逻辑的“周末”

在上图中,我们实质上给出的是输入域为离散时、各天属于周末的度量。在图1-3中我们给出输入域为连续时的周末度量。

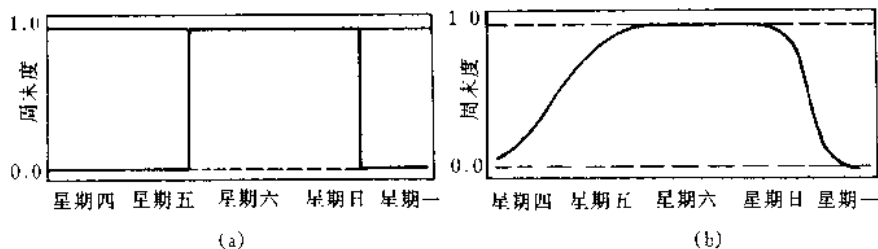


图1-3 连续论域下的“周末度”

(a) 两值逻辑的“周末”; (b) 多值逻辑的“周末”

由于图形是连续的,我们现在定义了每一时刻(而不是一整天)隶属于周末的度量。在两值逻辑周末度的图中,注意在星期五的半夜,只要一过12点,周末值就立即非连续地从0跳转到1。从统计学的观点而言,这种定义周末的方法是非常有用的,但它与我们在真实世界中的周末概念却没有确切的联系。在多值逻辑周末度的图中,我们看到的是一条平滑变化的曲线,它当中含有星期五的一整天,在某个较小的程度上,星期五的一部分属于星期四,另一部分属于周末。因此它应当是周末模糊集的部分成员。

例1.2 关于一年中的每一天属于某个“季节”的度量。

在北半球,夏季正式开始的准确时刻是在每年的6月底。用天文学来定义季节,我们得到如图1-4(a)有明显边界的图形。但是,我们对季节变化的经验却是如图1-4(b)中所示的连续图形(按北半球气候的温度划分)。

现在,我们已经可以更清楚地理解到前面所讨论过的,即模糊集是一个没有明确、清楚的

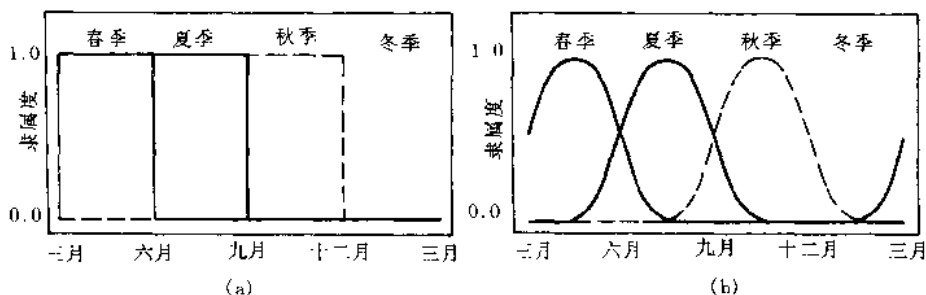


图 1-4 两值逻辑与多值逻辑的“季节”

(a) 两值逻辑的“季节”; (b) 多值逻辑的“季节”

定义界线的集合。对一个模糊集而言,它包含的元素可以部分地隶属于这个集合。例如,正如前面所说,在模糊逻辑中,任何表述在实质上都变成一个度量。星期四属于周末的度量大约是 0.3,星期五属于周末的度量则大约是 0.7;而六月份属于春季的度量大约是 0.5,属于夏季的度量大约也是 0.5,而它属于秋季的度量则为 0。

在前面所说的定义一周中任一时刻的周末度的曲线,是一个映射输入空间(一周中的时间)到输出空间(周末)的函数;而定义一年中的任一天属于某一个季节的曲线,同样是一个映射输入空间(一年中的任一天)到输出空间(季节)的函数。具体地说,曲线上的任一点都表示一个隶属度,而描述这条曲线的函数则称为隶属函数。模糊集是定义在一个输入空间之上并由其隶属函数表征的集合。

“模糊集”与“隶属函数”之间的关系非常紧密。在许多场合,“模糊集”与“隶属函数”两个词的意义是统一的,甚至可以互换使用。但在应用中,关于隶属函数的意义及其确定仍须进行大量的具体工作。因此下面我们进行关于隶属函数的详细说明。

1.3 隶属函数

隶属函数(MF, Membership Function)是一条曲线,它定义了怎样将输入空间(又称“论域”)上的每一点映射到一个 0 到 1 之间的隶属度。

比如,定义周末度的曲线和定义季节的曲线,都可用隶属函数进行描述。输出轴上的值在 0 到 1 之间,称为隶属度。输出曲线则称为隶属函数曲线(或简称隶属函数)。

隶属函数常由指定的 μ 给出。隶属函数惟一的必须满足的条件,是它的值必须在 0 到 1 之间变化。函数本身可以是一条任意的曲线,曲线的形状应当满足在某种角度下,我们可以简单、方便、快速、高效地将其定义为一个函数。

1.3.1 隶属函数的几种确定方法

从表面上看,隶属度似乎是主观的。实际上,模糊性的根源在于客观事物差异之间存在着中间过渡,存在着亦此亦彼的现象。但是,在亦此亦彼中依然存在着差异,依然可以相互比较,在上一个层次中是亦此亦彼的东西,在下一个层次中又可能是非此即彼的东西。这样,在客观上对隶属度进行了某种限定,使得不能主观任意地捏造隶属度。因此,隶属函数也是具有客观规律的东西,不能由主观任意确定。一般地,确定隶属函数主要有以下几种方法。

1. 模糊统计法

在某些场合下,隶属度可用模糊统计的方法来确定。模糊统计试验的目的,是用确定性的手段去研究隶属度的不确定性。

模糊统计的特点,是在每次试验中,元素 ξ 是固定的,而集合 A' 是可变的。记 A' 为论域中一个可变的普通集合。 A' 按照某种条件与一个模糊集合 A 相联系。模糊统计试验的基本要求,是在每一次试验下,要对论域中的一个固定元素 ξ 是否属于集合 A' 作出一个确切的判断。更深入的模糊统计试验要求在更深入的层次上作出确切的判断。这就要求,在每一次试验之下, A' 必须是一个取定的普通集合。

做 n 次试验,计算 ξ 对模糊集合 A 的隶属频率:

$$\xi \text{ 对 } A \text{ 的隶属频率} = \frac{\text{"}\xi \in A'\text{" 的次数}}{n}$$

许多试验表明,随着 n 的增大,隶属频率也会呈现稳定性,称之为隶属频率的稳定性。频率稳定所在的数值,就称为元素 ξ 对模糊集合 A 的隶属度。

例如,有人曾做过抽样试验,取年龄论域为 $[0, 100]$, A 为论域上表示“青年人”的模糊集。选取年龄 $\xi=27$ 。用模糊统计来确定 ξ 对模糊集 A 的隶属度。选择129位合适的人选,在他们独自认真地考虑了“青年人”的含义之后,投出了他们认为的“青年人”的最适宜的年限,这个年限的上下限即为集合 A' 。如果“27岁”在这个上下限之内,则计一次“ $\xi \in A'$ ”的次数。最后得到的结果是,27岁对于“青年人”年限的隶属频率大致稳定在0.78附近。因此,可以取

$$\mu_A(\xi) = \mu_A(27) = 0.78$$

同样,按此方法不难求出“青年人”模糊集 A 的隶属函数。例如,将论域 $[0, 100]$ 分为 m 组,每组以中值为代表,统计每一组的隶属频率并将其作为该组属于集合 A 的隶属度。连续地描出其图形,即得到隶属函数 $\mu_A(\xi)$ 的曲线。

2. 三分法

三分法也是用随机区间的思想处理模糊性的试验模型。例如建立“矮个子” A_1 、“中等个子” A_2 与“高个子” A_3 这三个模糊集合的隶属函数。取论域为 $[0, 3]$ (单位:米)。每一次模糊试验确定论域的一次划分,每次划分确定一对数 (α, β) , α 是矮个子与中等个子的分界点, β 是中等个子与高个子的分界点。这样便把该模糊试验转化为如下的随机试验:

视 (α, β) 为二维随机变量, 通过抽样调查, 求得 α 与 β 的概率分布 $p_\alpha(\xi)$ 与 $p_\beta(\xi)$ 。则 A_1, A_2, A_3 的隶属函数为:

$$\mu_{A_1}(\xi) = \int_{\xi}^{-\infty} p_\alpha(\xi) d\xi$$

$$\mu_{A_3}(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} p_\beta(\xi) d\xi$$

$$\mu_{A_2}(\xi) = 1 - \mu_{A_1}(\xi) - \mu_{A_3}(\xi)$$

通常 α 与 β 都服从正态分布。设 $\alpha: N(a_1, \sigma_1), \beta: N(a_2, \sigma_2)$, 则有

$$\mu_{A_1}(\xi) = 1 - \varphi\left(\frac{\xi - a_1}{\sigma_1}\right)$$

$$\mu_{A_3}(\xi) = \varphi\left(\frac{\xi - a_2}{\sigma_2}\right)$$

$$\mu_{A_2}(\xi) = \varphi\left(\frac{\xi - a_1}{\sigma_1}\right) - \varphi\left(\frac{\xi - a_2}{\sigma_2}\right)$$

$$\text{其中, } \varphi(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

3. 增量法

同样, 以前面关于年龄划分的例子来说明用“增量法”求隶属函数。例如求关于“老年”的模糊集 A 的隶属函数 $\mu_A(\xi)$ 。任给 ξ 一个增量 $\Delta\xi$, 相应地 μ 有一个增量 $\Delta\mu$ 。作为简化条件, 可以认为 $\Delta\mu$ 与 $\Delta\xi$ 成正比。另一方面, 对于同样大的增量 $\Delta\xi$, 若 ξ 越大, 则 $\Delta\mu$ 也应越大。再有, 因为 μ 的值不能超过 1, 故当 μ 越接近 1, $\Delta\mu$ 应越小。因此有

$$\Delta\mu = k \cdot \Delta\xi \cdot \xi(1 - \mu)$$

其中 k 为比例常数。将 $\Delta\xi$ 移至左边, 并令 $\Delta\xi \rightarrow 0$, 则得到微分方程:

$$\frac{d\mu}{d\xi} = k \cdot \xi(1 - \mu)$$

解此微分方程, 有

$$\mu(\xi) = 1 - ce^{\frac{k\xi^2}{2}}$$

其中 c 为积分常数。选择适当的 k 和 c , 即确定了 $\mu(\xi)$, 也就是确定隶属函数 $\mu_A(\xi)$ 。

1.3.2 几种常用的隶属函数

1. B 样条隶属函数(B-spline membership functions)

B 样条基函数形式如下

$$\phi_{i,k,j}(\xi_i) = \left(\frac{\xi_i - \lambda_{i,j-k}}{\lambda_{i,j-1} - \lambda_{i,j-k}} \right) \phi_{i,k,j-1}(\xi_i) +$$

$$\phi_{i,j}(\xi_i) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda_{i,j} - \xi_i}{\lambda_{i,j} - \lambda_{i,j-1}} \right) \phi_{i,j-1,j}(\xi_i) & \text{if } \xi_i \in I_{i,j-1} \\ 1 & \text{if } \xi_i \in I_{i,j} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

B样条基函数是一个简单的分段多项式映射,它被广泛地用于曲线拟合。关于B样条函数的详细情况请参见相关的书籍。B样条函数可用于表示一个模糊隶属函数集合,求属函数的形状由一组称为“节点向量”(knot vector)的参数决定。许多模糊设计者在使用三角形隶属函数实现其语言值时,隐含地使用了2阶B样条基函数,如图1-5所示。结点集 $\{\lambda_i\}$ 决定了这些三角模糊集的宽度与位置(每一个唯一地定义在 $k+1$ 个连续值上),并影响模糊系统的建模与学习能力。结点集形成一个简便的参数集合,以存储模糊集的定义,这在输出计算中是极为有用的。就如同一个简单的多项式可以用于决定对一个特定的输入而言,哪一个输入集是非零一样。

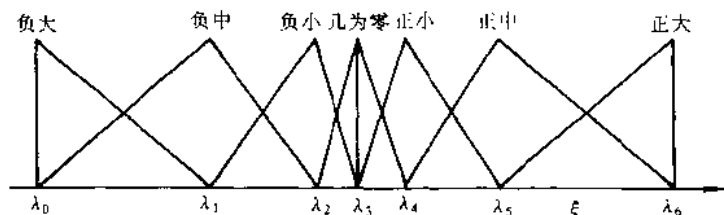


图 1-5 含有 7 个三角隶属函数语言值的模糊集合

更一般地, k 阶B样条基函数可以对一个明确的非模糊的表述($k=1$)建模,如果应用3阶或4阶B样条基函数时,则能生成更平滑的2阶或3阶映射,如图1-6和1-7所示。当用加法算于表示逻辑并(OR),将集合连结到一起时,就形成普遍使用的梯形模糊隶属函数和 π 形模糊隶属函数。B样条基函数 $\phi_{k,i}(\xi)$ 还具有如下的特性:

- (1) 它们是 k 阶分段多项式;
- (2) 它们定义在紧支集上,其输出只在 k 区间上是非零的;
- (3) 它们构成一个单位分解,即: $\sum_{i=1}^k \phi_{k,i}(\xi) = 1$;
- (4) 它们的估计运算规则稳定且有效。

B样条模糊隶属函数是分段多项式这一事实,意味着其应用极具灵活性,而且可以证明,一个基于B样条的模糊系统是泛逼近的,就是说,它们可以在一个紧域上任意逼近任何的连续非线性系统。紧支集性质意味着只有少数的模糊规则起作用当只有少数的隶属值非零时。它还将网络稳定度引入学习算法中,因为训练输入空间的一部分对于存储在一个不相似区域

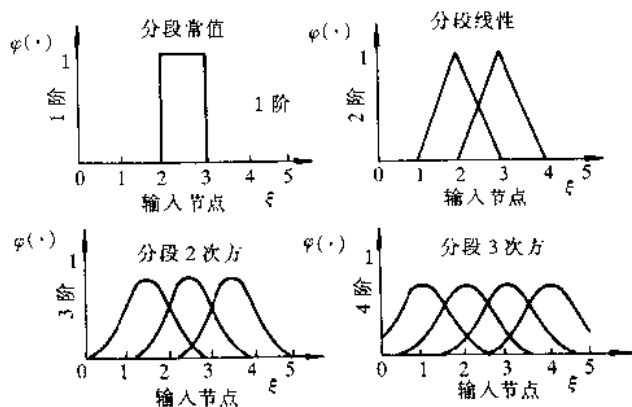


图 1-6 1 阶到 4 阶 B 样条函数

的知识没有显著的影响。一个单位分解的基函数集合是自标准化的。可以证明,模糊系统的反模糊化过程隐含地在网络上加上单位分解,这将显著地影响模糊隶属函数的构成。这种周期性的用以计算函数输出的关系如下式所示:

$$\phi_{i,j}(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi \in I_{i,j} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

适当地选择节点的位置,就可以设计基函数,使其在期望函数快速变化的区域显著地改变。同时,在同一位置指定产生多个节点,就可以对数据中的不连续性建模。

普通 B 样条模糊隶属函数一个可能的限制,是其阶数与其支撑尺度相等。当要求较宽的基函数时,就意味着要使用高阶的、极为灵活的集合。当所要求的支撑尺度是一个基函数阶数的整数倍时,加宽的 B 样条减弱了这种关系。与普通 B 样条基函数一样,其加宽的相应部分应当满足前面提到的四个期望性质。

2. 高斯隶属函数

另一个常用来表示模糊隶属函数的集合是如下定义的高斯函数:

$$\mu_A(\xi) = \exp\left(-\frac{(c_i - \xi)^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

高斯基函数易于实现,其中心(c_i)和宽度(σ_i)构成了一个简便的参数集合以进行初始化(并可用于自适应模糊系统的训练)。适当地选择中心和宽度,则高斯函数也同样极具灵活性。与 sigmoidal 型(sigmoidal-type)映射一样,网络输出可以逼近局部线性函数。高斯函数也是局部定义的,但严格地说它们不具有紧支集。在其它文献中提出过具有紧支集的修正高斯型隶属函数,其定义如下:

$$\mu_{A'}(\xi) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^2/4}{(\xi - \lambda_1)(\lambda_2 - \xi)}\right) & \xi \in (\lambda_1, \lambda_2) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

当模糊集的支撑为 (λ_1, λ_2) 时, 函数在 $\xi = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ 处具有最大值, 此时其值为 $\exp(-1)$, 如图 1-7 所示。

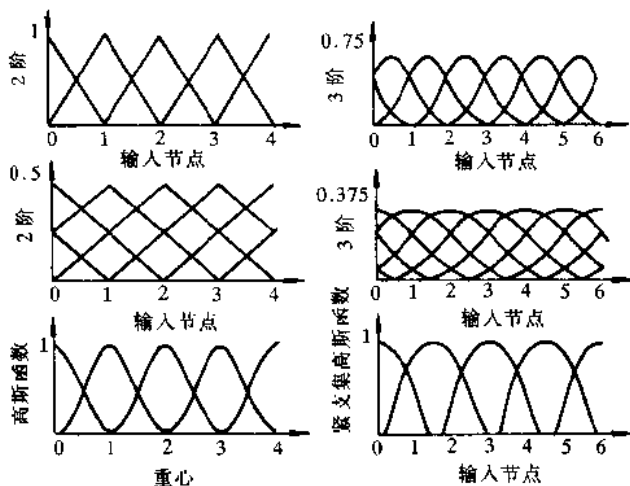


图 1-7 6 种不同的连续隶属函数(上部为 B 样条隶属函数, 中部为扩展 B 样条隶属函数, 底部为高斯和紧支集高斯隶属函数)

由图 1-7 可见, 存在许多看起来不同的模糊集形式, 且每一个模糊集都由一组参数决定集合的中心和宽度。

在数学上, 两个最常用的隶属函数是 B 样条函数和高斯函数; 而在工程应用中, 其计算和推导显得过于麻烦。为了达到设计简便及实时计算的要求, 在工程中往往采用形式上更简单的隶属函数, 其中使用最多的是三角隶属函数。在 MATLAB 模糊逻辑工具箱中, 内置了 11 种隶属函数以方便用户。下面对 MATLAB 模糊逻辑工具箱内置的隶属函数作一简单介绍。

1.3.3 模糊逻辑工具箱内置的隶属函数

模糊逻辑工具箱中包含了 11 个内置的隶属函数类型。这 11 个函数又由几个基函数构成: 分段线性函数, 高斯分布函数, S 形曲线, 二次和三次多项式曲线。关于下面介绍的隶属函数的详细情况, 请查阅附录“模糊逻辑工具箱函数详解”。按照 MATLAB 的惯例, 所有隶属函数最后的两个字母都是“mf”。