



双博士系列

高等学校数学教材配套辅导用书

高等数学 双博士课堂

- ◎ 考点精要
- ◎ 重点难点剖析
- ◎ 题型归纳
- ◎ 课后习题详解
- ◎ 应试技巧
- ◎ 知识网络图解

同济五版 · 基础版

(适合于课堂同步学习或初学者使用)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双 博 士 数 学 课 题 组
总策划 胡东华



机械工业出版社
China machine Press



双博士精品系列

高等数学双博士课堂

同济五版·基础版

(上下册合订本配套用书)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士数学课题组
总策划 胡东华



机械工业出版社

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标
(见右图);该图标已由国家商标局注册登记
未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

高等数学双博士课堂:同济5版:基础版/邹本腾等主编. —北京:机械工业出版社,
2003.9

ISBN 7-111-11958-4

I. 高... II. 邹... III. 高等数学—高等学校—教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第023718号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮编:100037)

责任编辑:荆宏智 郝峥嵘 责任校对:刘鑫

封面设计:蒲菊祥 责任印制:何全君

三河市三佳印刷装订有限公司 新华书店北京发行所发行

2003年8月第1版 第1次印刷

850mm×1168mm 1/32 印张23.5 字数931千字

定价:25元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:(010)62534708(著作权者)

<http://www.bbdd.cc>(中国教育考试双博士网站)

<http://www.cmpbook.com>(机械工业出版社网站)

如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

“大学英语四、六级考试押题讲座” 免费授课计划

<http://www.bbdd.cc>

一、内容:大学英语四、六级考试考前两个月押题讲座

二、讲座总策划:胡东华

三、主讲:

“双博士品牌”大学英语课题组

四、网站:中国教育考试双博士网站:<http://www.bbdd.cc>

五、时间:2003 年 11 月 ~12 月 2004 年 4 月 ~5 月

六、大学英语四、六级考试考前 2 个月押题讲座课程表

时 间 科 目	4月或11月 第1周	4月或11月 第2周	4月或11月 第3周	4月或11月 第4周	5月或12月 第1周	5月或12月 第2周	5月或12月 第3周	5月或12月 第4周
四 级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	翻译	写作	模拟题
六 级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	改错	写作	模拟题
分值	20 分	40 分		15 分	10 分		15 分	总分 100 分

以上讲座将结合本教材。

七、信息发布:网站将随时发布大学英语教学和四、六级考试方面的最新消息。

八、其他服务:本网站每月将不定期举办免费的词汇讲座及提供课外时文选读。

双博士品牌 真爱大奉献

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士:

首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助!师恩难忘,北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一,是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一,不忘北大莘莘学子和传道授业的老师,其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人,双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜,曾带给我们无数个明示和启发,当然也带给我们今天的成功。

特致此信,向双博士表达我们内心长久以来的感激之情,并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

郑州某大学学生的来信

双博士:

我曾购买了“双博士”的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册,并且我认为质量很好,因为我在准备2001年6月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料,仅是每天背《辅导》上的知识点,另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇,而我却考出了94.5分的骄人成绩,真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。我信赖双博士,也相信考研中借助双博士的力量,会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下,如果可以的话,我想得到代号为“RB12”的《考研应试教程(英语分册)》,或者是代号为“B18A”的《研究生入学考试英语词汇·考点·记忆法·用法详解》。两本书中的任何一本,我都相信会给我带来好运!

李 XX

2001年11月22日

天津某高校学生的来信

双博士:

我们都知道,英语学习中,口语是非常重要的,而《英美流行口语》正是我们所需要的,是一场及时雨。五一、五四前后,我校将举办一次口语演讲比赛,我们将把这几本书作为奖品赠送给口语出色的同学,相信他们会很意外,也会很高兴的。双博士为我们着想,我们也希望能以微小之力量,给她的工作以支持和回报。其实,我想,只要我们真正为爱好英语的同学做了事,使他们从中受了益,英语有了提高,就是对“双博士”最好的回报了,对不对?

还有,我校对购买“双博士”图书比较困难,到书店买,常被抢购一空,由老师订购又“姗姗来迟”,所以,我想与你们联系,能否帮同学们统一订购?如可以,请将你们的订购时间、办法等以传真方式告诉我。

英语俱乐部部长:于 XX

2002年4月24日

前 言

双博士品牌《高等数学》辅导系列丛书,自出版问世以来,以高品质低价位引爆高校数学教辅图书市场。该书在全国最大的新华书店——北京西单图书大厦连续三年销量居数理类图书排行榜榜首。在同类书中更是一枝独秀,深受读者欢迎和认可。

《高等数学双博士课堂·基础版》,作为与同济版经典教材《高等数学》第五版的完全配套参考书,在章节安排上完全遵循同济五版的严密逻辑,严格地区分于同济四版。该书讲解透彻,如师在侧。基础版适合于高等数学初学者使用,如低年级大学生课堂学习同步使用,也方便自学者使用。另外,还有提高版可适合数学基础较好、层次更高的学生使用。

本书独特的品质内涵为:在每一节的开头,用表格的形式分类列出该节的主要内容,对于例题作者按分类的方式编排,把各种解题的技巧、方法、思路归纳出来详细介绍给读者。总结出知识卡片,便于考生提炼记忆,从容通过考试。对于典型例题、考题的解题方法归纳出了技巧总结,便于读者举一反三,掌握解题方法、技巧。

本书用 60 克特制的防盗版纸印刷,双色排版,印装精美,故称之为双博士精品系列。

双博士全体同仁非常感谢考生对双博士品牌的厚爱,并衷心希望广大考生对双博士图书内容和质量的改进提出具体意见,可以发电子邮件进行交流(shuangboshi@sina.com),来函必复。针对考生意见采用情况,适当给予双博士图书奖励。因成书较急,如有错误,敬请谅解,或发电子邮件交流指正。

中国教育考试双博士网站 <http://www.bbdt.cc>,举行考前两个月免费四、六级押题讲座。届时敬请轰炸!(双博士网上押题讲座已进行了三次,好评如潮,详见背面)

“双博士”网站留言选登

自从2001年双博士网站举办免费的考研及四、六级讲座以来,每天都有大量读者留言,交流考试心得和对双博士丛书的观感。现将部分留言选登如下:

	作者: 秋秋 来自: 重庆 2003-5-27,10:11:31 留言内容: 我是买了一本双博士的书才知道双博士的网站的,总之无论是书或网站感觉都很不错. 斑竹的真诚和无私也值得赞赏! 但愿这次在双博士的帮助下能顺利通过六级!!
	作者: liutancai 来自: 广东 2003-5-25,13:37:51 留言内容: 我购买了双博士的书觉得非常不错,现在上到她的网站,看到这么多对我等有用的东西,而且免费,更喜欢双博士了,感谢双博士!
	作者: 小林 来自: 广东 2003-7-13, 22:58:32 留言内容: 贵网页提供的内容非常丰富,对我们广大学生有很大的帮助。我经常浏览您们的网页,对我的帮助极大,可以说我能过六级、并考上研究生少不了您们的功劳。在此,想对您们说:谢谢!!!
	作者: 考研人 来自: 湖北 2003-2-16,23:31:04 留言内容: 今天上网把你们的考研网上押题讲座和你们上传的真题对比来看,押中的题还真不少来! 希望双博士在2004年考研政治理论方面继续给广大考生押题!!
	作者: 奋斗 来自: 福建 2003-2-16,23:40:00 留言内容: 是的,我认为政治理论做的最好的部分是形势与政策部分,其中有关16大的考题共8分全部押中了;毛概部分押中了中国共产党的最低纲领和最高纲领部分;当代部分即最后的两个选作题,都能从押题的相关部分找到答案,这对我特别有用,因为我是一名理科生,对当代部分的内容不熟悉。谢谢双博士!!!

目 录

第一章 函数与极限	(1)
本章知识网络图	(1)
知识卡片	(2)
§ 1.1 映射与函数	(3)
§ 1.2 数列的极限	(18)
§ 1.3 函数的极限	(23)
§ 1.4 无穷小与无穷大	(28)
§ 1.5 极限运算法则	(31)
§ 1.6 极限存在准则 两个重要极限	(36)
§ 1.7 无穷小的比较	(42)
§ 1.8 函数的连续性与间断点	(46)
§ 1.9 连续函数的运算与初等函数的连续性	(52)
§ 1.10 闭区间上连续函数的性质	(58)
总习题一部分习题选解	(61)
小 结	(65)
第二章 导数与微分	(67)
本章知识网络图	(67)
知识卡片	(68)
§ 2.1 导数概念	(69)
§ 2.2 函数的求导法则	(77)
§ 2.3 高阶导数	(90)
§ 2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率	(94)
§ 2.5 函数的微分	(103)
总习题二部分习题选解	(110)

小 结	(113)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(115)
本章知识网络图	(115)
知识卡片	(116)
§ 3.1 微分中值定理	(117)
§ 3.2 洛必达法则	(125)
§ 3.3 泰勒公式	(136)
§ 3.4 函数的单调性与曲线的凹凸性	(145)
§ 3.5 函数的极值与最大值最小值	(153)
§ 3.6 函数图形的描绘	(162)
§ 3.7 曲率	(167)
§ 3.8 方程的近似解	(172)
总习题三部分习题选解	(177)
小 结	(182)
第四章 不定积分	(184)
本章知识网络图	(184)
知识卡片	(185)
§ 4.1 不定积分的概念与性质	(186)
§ 4.2 换元积分法	(191)
§ 4.3 分部积分法	(200)
§ 4.4 有理函数的积分	(208)
总习题四部分习题选解	(219)
小 结	(225)
第五章 定积分	(226)
本章知识网络图	(226)
知识卡片	(227)
§ 5.1 定积分的概念与性质	(228)
§ 5.2 微积分基本公式	(238)
§ 5.3 定积分的换元法和分部积分法	(245)
§ 5.4 反常积分	(258)
§ 5.5 反常积分的审敛法 Γ 函数	(265)

总习题五部分习题选解	(272)
小 结	(277)
第六章 定积分的应用	(279)
本章知识网络图	(279)
知识卡片	(279)
§ 6.1 定积分的元素法	(280)
§ 6.2 定积分在几何学上的应用	(281)
§ 6.3 定积分在物理学上的应用	(291)
总习题六部分习题选解	(296)
小 结	(299)
第七章 空间解析几何与向量代数	(390)
本章知识网络图	(300)
知识卡片	(301)
§ 7.1 向量及其线性运算	(303)
§ 7.2 数量积 向量积 * 混合积	(309)
§ 7.3 曲面及其方程	(315)
§ 7.4 空间曲线及其方程	(324)
§ 7.5 平面及其方程	(328)
§ 7.6 空间直线及其方程	(335)
总习题七部分习题选解	(346)
小 结	(351)
第八章 多元函数微分法及其应用	(354)
本章知识网络图	(354)
知识卡片	(355)
§ 8.1 多元函数的基本概念	(357)
§ 8.2 偏导数	(366)
§ 8.3 全微分	(371)
§ 8.4 多元复合函数的求导法则	(375)
§ 8.5 隐函数的求导公式	(382)
§ 8.6 多元函数微分学的几何应用	(388)
§ 8.7 方向导数与梯度	(393)

§ 8.8 多元函数的极值及其求法	(397)
§ 8.9 二元函数的泰勒公式	(403)
§ 8.10 最小二乘法(略)	(407)
总习题八部分习题选解	(407)
小 结	(411)
第九章 重积分	(412)
本章知识网络图	(412)
知识卡片	(413)
§ 9.1 二重积分的概念与性质	(414)
§ 9.2 二重积分的计算方法	(421)
§ 9.3 三重积分	(435)
§ 9.4 重积分的应用	(442)
§ 9.5 含参变量的积分(略)	(449)
总习题九部分习题选解	(449)
小 结	(451)
第十章 曲线积分与曲面积分	(453)
本章知识网络图	(453)
知识卡片	(454)
§ 10.1 对弧长的曲线积分	(456)
§ 10.2 对坐标的曲线积分	(467)
§ 10.3 格林公式及其应用	(479)
§ 10.4 对面积的曲面积分	(491)
§ 10.5 对坐标的曲面积分	(502)
§ 10.6 高斯公式 通量与散度	(512)
§ 10.7 斯托克斯公式 环流量与旋度	(520)
总习题十部分习题选解	(529)
小 结	(538)
第十一章 无穷级数	(541)
本章知识网络图	(541)
知识卡片	(542)
§ 11.1 常数项级数的概念和性质	(544)

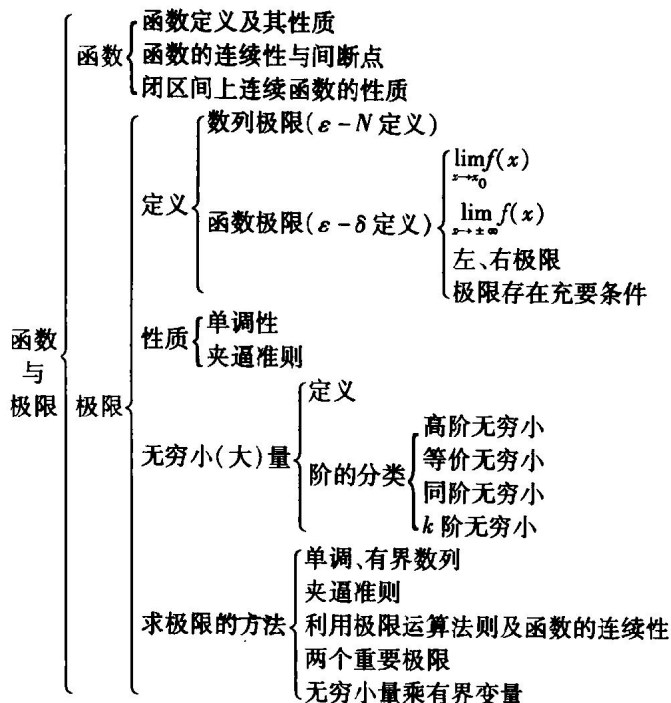
§ 11.2	常数项级数的审敛法	(553)
§ 11.3	幂级数	(569)
§ 11.4	函数展开成幂级数	(578)
§ 11.5	函数的幂级数展开式的应用(略)	(586)
§ 11.6	函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的基本性质	(586)
§ 11.7	傅里叶级数	(596)
§ 11.8	一般周期函数的傅里叶级数	(611)
总习题十一 部分习题选解		(618)
小 结		(626)
第十二章	微分方程	(628)
本章知识网络图		(628)
知识卡片		(629)
§ 12.1	微分方程的基本概念	(630)
§ 12.2	可分离变量的微分方程	(635)
§ 12.3	齐次方程	(642)
§ 12.4	一阶线性微分方程	(650)
§ 12.5	全微分方程	(663)
§ 12.6	可降阶的高阶微分方程	(675)
§ 12.7	高阶线性微分方程	(683)
§ 12.8	常系数齐次线性微分方程	(691)
§ 12.9	常系数非齐次线性微分方程	(696)
§ 12.10	欧拉方程	(706)
§ 12.11	微分方程的幂级数解法(略)	(712)
§ 12.12	常系数线性微分方程组解法举例	(712)
总习题十二 部分习题选解		(729)
小 结		(739)

第一章

函数与极限

在这一章里,我们首先简单复习一下函数的定义、性质和几个常用的初等函数(我们省略了映射部分的内容).然后研究序列、函数的极限,这其中包括它们几种情况下的不同定义形式和例题.最后我们讨论函数的连续性,以及如何利用函数的连续性的一些性质证明一些命题.

本章知识网络图



知识卡片

1. 初等函数的三个恒等式

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$

2. 常用极限公式

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arccot} x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arccot} x = \pi \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$$

3. 两个重要极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

4. 常见等价无穷小量($x \rightarrow 0$)

$$\sin x \sim x$$

$$\tan x \sim x$$

$$1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$$

$$e^x - 1 \sim x$$

$$\ln(1+x) \sim x$$

$$\sqrt{1+x} - 1 \sim \frac{1}{2}x$$

$$(1+x)^{\frac{1}{n}} - 1 \sim \frac{1}{n}x$$

$$\arcsin x \sim x$$

$$\arctan x \sim x$$

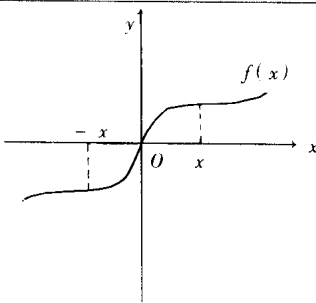
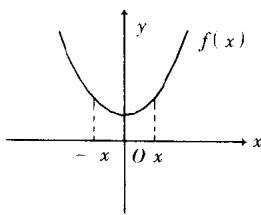
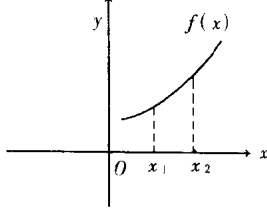
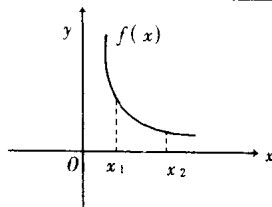
§ 1.1 映射与函数

1.1.1 基本概念及理解记忆方法

表 1.1-1 函数及相关的定义

名称	定 义	要点	补充说明
函数	给定集合 X , 若存在某种对应法则 f , 对于 $\forall x \in X$, 存在惟一 $y \in R$ 与之对应, 称 f 是从 X 到 R 的一个函数, 记作 $y = f(x)$; X 称为定义域, x 称为自变量, y 为因变量. $\{f(x) x \in X\}$ 为值域	对应法则、定义域	
函数的图形	平面上点集 $\{[x, f(x)] x \in X\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		
复合函数	设函数 $y = f(u)$ 的定义域包含 $u = g(x)$ 的值域, 则在函数 $g(x)$ 的定义域 X 上可以确定一个函数 $y = f[g(x)]$, 称 g 与 f 的复合函数. 记作 $y = f[g(x)]$ 或 $y = f \circ g$	对应法则、定义域、值域	结合律成立, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$, 但没有交换律, 即 $f \circ g \neq g \circ f$
一一对应	设 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或者由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的		一一对应的函数把不同的 x 变成不同的 y
反函数	设 $y = f(x)$ 在 X 上是一一对应的, 值域为 Y , $\forall y \in Y$, 用满足 $f(x) = y$ 的惟一确定的 $x \in X$ 与之对应, 由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$f: X \rightarrow Y$ $f^{-1}: Y \rightarrow X$ $f^{-1}(f) = I_X: X \rightarrow X$ $f \circ f^{-1} = I_Y: Y \rightarrow Y$ $(f^{-1})^{-1} = f: X \rightarrow Y$ I_X 表 X 上恒同变换
初等函数	基本初等函数经过有限次的四则运算及复合运算后所得到的函数	有限次复合	

表 1.1 -2 函数的几种特性

性质	定 义	图例或说明
奇 偶 性	奇函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	
	偶函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	
单 调 性	单调上升(单调递增) 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	
	单调下降(单调递减) 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	
若严格不等号成立,则称严格单调上升(下降)		

(续)

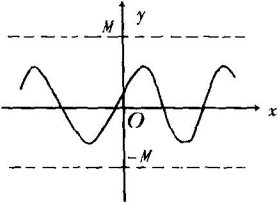
性质	定 义	图例或说明
有界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X$, 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数	 即函数的图形位于 $y=M$ 与 $y=-M$ 之间
无界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X$, 使得 $ f(x') > M$, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界	例: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M > 0$, 取 $x' = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x') = 3M > M$
周期性	函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上定义, 若 $\exists T > 0, \forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数. 若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T , 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期	若 T 是 $f(x)$ 的周期, 则 (1) $f(x+kT) = f(x)$, (k 为整数); (2) $f(ax+b)$ ($a \neq 0, b \in \mathbb{R}$) 是一个以 $\left \frac{T}{a} \right$ 为周期的函数

表 1.1-3 基本初等函数

名称	定义式及性质	图 例
常数函数	$y(x) = c, (-\infty < x < +\infty)$. 平行于 x 轴, 过 $(0, c)$ 点的直线	