21世纪大学本科计算机专业系列教材

算法设计与分析

王晓东　编著

清华大学出版社

内 容 简 介

为了适应培养21世纪计算机人才的需要，结合我国高等院校教育工作的现状，立足培养学生能跟上国际计算机科学技术的发展水平，更新教学内容和教学方法，本书以算法设计策略为知识单元，系统地介绍计算机算法的设计方法与分析技巧，以期为计算机科学与技术学科的学生提供广泛而坚实的计算机算法基础知识。

本书内容丰富，观点新颖，理论联系实际。采用Java语言描述算法，简明清晰，结构紧凑，可读性强。本书可以作为高等院校计算机专业本科生和研究生学习计算机算法设计的教材，也可供广大工程技术人员和自学读者学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

算法设计与分析/王晓东编著. —北京：清华大学出版社，2002

(中国计算机学会"21世纪大学本科计算机专业系列教材")

ISBN 7-302-06186-6

Ⅰ.算… Ⅱ.王… Ⅲ.①算法设计—高等学校—教材 ②算法分析—高等学校—教材 Ⅳ.TP301.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第107112号

出 版 者：清华大学出版社（北京清华大学学研大厦，邮编100084）

http://www.tup.com.cn

责任编辑：张瑞庆

印 刷 者：清华大学印刷厂

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开　　本：787×960 1/16　**印张**：25.5　**字数**：495千字

版　　次：2003年1月第1版　2003年1月第1次印刷

书　　号：ISBN 7-302-06186-6/TP·3703

印　　数：0001～6000

定　　价：29.80元

序 言

21 世纪是知识经济的时代，是人才竞争的时代。随着 21 世纪的到来，人类已步入信息社会，信息产业正成为全球经济的主导产业。计算机科学与技术在信息产业中占据了最重要的地位，这就对培养 21 世纪高素质创新型计算机专业人才提出了迫切的要求。

为了培养高素质创新型人才，必须建立高水平的教学计划和课程体系。在 20 多年跟踪分析 ACM 和 IEEE 计算机课程体系的基础上，紧跟计算机科学与技术的发展潮流，及时制定并修正教学计划和课程体系是尤其重要的。计算机科学与技术的发展对高水平人才的要求，需要我们从总体上优化课程结构，精炼教学内容，拓宽专业基础，加强教学实践，特别注重综合素质的培养，形成“基础课程精深，专业课程宽新”的格局。

为了适应计算机科学与技术学科发展和计算机教学计划的需要，要采取多种措施鼓励长期从事计算机教学和科技前沿研究的专家教授积极参与计算机专业教材的编著和更新，在教材中及时反映学科前沿的研究成果与发展趋势，以高水平的科研促进教材建设。同时适当引进国外先进的原版教材。

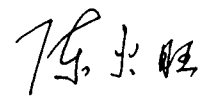
为了提高教学质量，需要不断改革教学方法与手段，倡导因材施教，强调知识的总结、梳理、推演和挖掘，通过加快教案的不断更新，使学生掌握教材中未及时反映的学科发展新动向，进一步拓广视野。教学与科研相结合是培养学生实践能力的有效途径。高水平的科研可以为教学提供最先进的高新技术平台和创造性的工作环境，使学生得以接触最先进的计算机理论、技术和环境。高水平的科研还可以为高水平人才的素质教育提供良好的物质基础。学生在课题研究中不但能了解科学研究的艰辛和科研工作者的奉献精神，而且能熏陶和培养良好的科研作风，锻炼和培养攻关能力和协作精神。

进入 21 世纪，我国高等教育进入了前所未有的大发展时期，时代的进步与发展对高等教育质量提出了更高、更新的要求。2001 年 8 月，教育部颁发了《关于加强高等学校本科教学工作，提高教学质量的若干意见》。文件指出，本科教育是高等教育的主体

和基础，抓好本科教学是提高整个高等教育质量的重点和关键。随着高等教育的普及和高等学校的扩招，在校大学本科计算机专业学生的人数将大量上升，对适合21世纪大学本科计算机科学与技术学科课程体系要求的，并且适合中国学生学习的计算机专业教材的需求量也将急剧增加。为此，中国计算机学会和清华大学出版社共同规划了面向全国高等院校计算机专业本科生的**"21世纪大学本科计算机专业系列教材"**。本系列教材借鉴美国ACM和IEEE/CS最新制定的《Computing Curricula 2001》(简称CC2001)课程体系，反映当代计算机科学与技术学科水平和计算机科学技术的新发展、新技术，并且结合中国计算机教育改革成果和中国国情。

中国计算机学会教育专业委员会和全国高等学校计算机教育研究会，在清华大学出版社的大力支持下，跟踪分析CC2001，并结合中国计算机科学与技术学科的发展现状和计算机教育的改革成果，研究出了《中国计算机科学与技术学科教程2002》(China Computing Curricula 2002，简称CCC2002)，该项研究成果对中国高等学校计算机科学与技术学科教育的改革和发展具有重要的参考价值和积极的推动作用。

"21世纪大学本科计算机专业系列教材"正是借鉴美国ACM和IEEE/CS CC2001课程体系，依据CCC2002基本要求组织编写的计算机专业教材。相信通过这套教材的编写和出版，能够在内容和形式上显著地提高我国计算机专业教材的整体水平，继而提高我国大学本科计算机专业的教学质量，培养出符合时代发展要求的具有较强国际竞争力的高素质创新型计算机人才。



中国工程院院士
国防科学技术大学教授
21世纪大学本科计算机专业系列教材编委会名誉主任
2002年7月

前　言

以最少的成本、最快的速度、最好的质量开发出适合各种应用需求的软件，必须遵循软件工程的原则，设计出高效率的程序。一个高效率的程序不仅需要“编程小技巧”，更需要合理的数据组织和清晰高效的算法。这正是计算机科学领域里数据结构与算法设计所研究的主要内容。一些著名的计算机科学家在有关计算机科学教育的论述中指出，计算机科学是一种创造性思维活动，其教育必须面向设计。算法设计与分析正是一门面向设计，处于计算机科学与技术学科核心地位的教育课程。通过对计算机算法系统的学习与研究，理解和掌握算法设计的主要方法，培养对算法的计算复杂性进行正确分析的能力，为独立地设计算法和对给定算法进行复杂性分析奠定坚实的理论基础。这些对从事计算机系统结构、系统软件和应用软件研究与开发的科技工作者都是非常重要和必不可少的。为了适应培养21世纪计算机人才的需要，结合我国高等院校教育工作的现状，立足培养学生能跟上国际计算机科学技术的发展水平，更新教学内容和教学方法，本书以算法设计策略为知识单元，系统地介绍计算机算法的设计方法与分析技巧，以期为计算机学科的学生提供广泛坚实的计算机算法基础知识。

全书共分10章。首先在第1章中介绍了算法的基本概念，接着对算法的计算复杂性和算法的描述作了简要的阐述。然后围绕设计算法常用的基本设计策略组织了第2章至第10章的内容。

第2章介绍递归与分治策略，这是设计有效算法最常用的策略，必须掌握的方法。

第3章介绍动态规划算法，以具体实例详述动态规划算法的设计思想、适用性以及算法的设计要点。

第4章介绍贪心算法，这也是一种重要的算法设计策略，它与动态规划算法的设计思想有一定的联系，但其效率更高。按贪心算法设计出的许多算法能产生最优解。其中有许多典型问题和典型算法可供学习和使用。

第5章和第6章分别介绍了回溯法和分支限界法。这两章所介绍的算法适合于处

理难解问题，其解题的思想各具特色，值得学习和掌握。

第7章介绍了概率算法，对许多难解问题提供了高效的解决途径，是有很高实用价值的算法设计策略。

第8章介绍NP完全性理论。首先介绍了计算模型，确定性和非确定性图灵机。然后进一步深入介绍NP完全性理论。这一章是全书理论性最强的一章，难度较大，适合于高年级本科生或研究生学习。

第9章介绍了解NP难问题的近似算法，这是当前计算机算法领域的热门研究课题，具有很高的实用价值。

第10章通过实例介绍算法设计中常用的算法优化策略。

在本书各章的论述中，首先介绍一种算法设计策略的基本思想，然后从解决计算机科学与应用中出现的实际问题入手，由简到繁地描述几个精典的精巧算法，同时对每个算法所需要的时间和空间进行分析。这样使读者既能学到常用的精巧算法，又能通过对算法设计策略的反复应用，牢固掌握这些算法设计的基本策略，以期收到融会贯通之效。在为各种算法设计策略选择用于展示其设计思想与技巧的具体应用问题时，本书有意重复选择某些经典问题，使读者能深刻地体会到一个问题可以用多种设计策略求解。同时通过对解同一问题的不同算法的比较，更容易体会到每一个具体算法的设计要点。随着本书内容的逐步展开，读者也将进一步感受到综合应用多种设计策略可以更有效地解决问题。

本书采用面向对象的Java语言作为表述手段，在保持Java优点的同时，尽量使算法的描述简明、清晰。为了加深对知识的理解，各章配有难易适当的习题，以适应不同程度读者练习的需要。

福州大学“211工程”计算机与信息工程重点学科实验室为本书的写作提供了优良的设备与工作环境。南京大学宋方敏教授和福州大学傅清祥教授在百忙之中认真审阅了全书，提出了许多宝贵的改进意见。在此，谨向每一位曾经关心和支持本书编写工作的各方面人士表示衷心的谢意！

由于作者的知识和写作水平有限，书稿虽几经修改，仍难免有缺点和错误。热忱欢迎同行专家和读者的批评指正，使本书在使用中不断改进，日臻完善。

作　者

2003年1月

目　录

第 1 章 算法引论

1.1 算法与程序

对于计算机科学来说，算法(algorithm)的概念至关重要。通俗地讲，算法是指解决问题的方法或过程。严格地讲，算法是满足下述性质的指令序列：

(1) 输入：有零个或多个外部量作为算法的输入。

(2) 输出：算法产生至少一个量作为输出。

(3) 确定性：组成算法的每条指令是清晰的，无歧义的。

(4) 有限性：算法中每条指令的执行次数有限，执行每条指令的时间也有限。

程序(program)与算法不同。程序是算法用某种程序设计语言的具体实现。程序可以不满足算法的性质(4)即有限性。例如操作系统，它是在无限循环中执行的程序，因而不是算法。然而可把操作系统的各种任务看成一些单独的问题，每一个问题由操作系统中的一个子程序通过特定的算法实现。该子程序得到输出结果后便终止。

1.2 表达算法的抽象机制

算法层出不穷，变化万千，其对象数据和结果数据名目繁多，不胜枚举。最基本的有布尔值数据、字符数据、整数和实数等；稍复杂的有向量、矩阵、记录等；更复杂的有集合、树和图，还有声音、图形、图像等数据。

算法的运算种类五花八门、多姿多彩。最基本的有赋值运算、算术运算、逻辑运算和关系运算等；稍复杂的有算术表达式和逻辑表达式等；更复杂的有函数值计算、向量运算、矩阵运算、集合运算，以及表、栈、队列、树和图上的运算等；此外，还可能有以上列举的运算的复合和嵌套。

高级程序设计语言在数据、运算和控制三方面的表达中引入许多使之十分接近算法语言的概念和工具，具有抽象表达算法的能力。高级程序设计语言的主要好处是：

(1) 高级语言更接近算法语言，易学、易掌握，一般工程技术人员只需要几周时间的培训就可以胜任程序员的工作；

(2) 高级语言为程序员提供了结构化程序设计的环境和工具，使得设计出来的程序可读性好，可维护性强，可靠性高；

(3) 高级语言不依赖于机器语言，与具体的计算机硬件关系不大，因而所写出来的程序可植性好、重用率高；

(4) 把繁杂琐碎的事务交给编译程序，所以自动化程度高，开发周期短，程序员可以集中时间和精力从事更重要的创造性劳动，提高程序质量。

算法从非形式的自然语言表达形式转换为形式化的高级语言是一个复杂的过程，仍然要做很多繁杂琐碎的事情，因而需要进一步抽象。

对于一个明确的数学问题，设计它的算法，总是先选用该问题的一个数据模型。接着，弄清该问题数据模型在已知条件下的初始状态和要求的结果状态，以及这两个状态之间的隐含关系。然后探索从数据模型的已知初始状态到达要求的结果状态所需的运算步骤。这些运算步骤就是求解该问题的算法。

按照自顶向下逐步求精的原则，在探索运算步骤时，首先应该考虑算法顶层的运算步骤，然后再考虑底层的运算步骤。所谓顶层运算步骤是指定义在数据模型级上的运算步骤，或称宏观步骤。它们组成算法的主干部分。这部分算法通常用非形式的自然语言表达。其中，涉及的数据是数据模型中的变量，暂时不关心它的数据结构；涉及的运算以数据模型中的数据变量作为运算对象，或作为运算结果，或二者兼而为之，简称为定义在数据模型上的运算。由于暂时不关心变量的数据结构，这些运算都带有抽象性质，不含运算细节。所谓底层运算步骤是指顶层抽象运算的具体实现。它们依赖于数据模型的结构，依赖于数据模型结构的具体表示。因此，底层运算步骤包括两部分：一是数据模型的具体表示；二是定义在该数据模型上的运算的具体实现。底层运算可以理解为微观运算。底层运算是顶层运算的细化；底层运算为顶层运算服务。为了将顶层算法与底层算法隔开，使二者在设计时不互相牵制、互相影响，必须对二者的接口进行抽象。让底层只通过接口为顶层服务，顶层也只通过接口调用底层运算。这个接口就是抽象数据类型，其英文术语是 abstract data types，简记 ADT。

抽象数据类型是算法设计的重要概念。严格地说，它是算法的一个数据模型连同定义在该模型上并作为算法构件的一组运算。这个概念明确地把数据模型与该模型上的运算紧密地联系起来。事实正是如此，一方面，数据模型上的运算依赖于数据模型的具体表示，数据模型上的运算以数据模型中的数据变量为运算对象，或作为运算结果，

或二者兼而为之；另一方面，有了数据模型的具体表示，有了数据模型上运算的具体实现，运算的效率随之确定。如何选择数据模型的具体表示使该模型上各种运算的效率都尽可能高？很明显，对于不同的运算组，为使该运算组中所有运算的效率都尽可能高，其相应的数据模型的具体表示将不同。在这个意义下，数据模型的具体表示又反过来依赖于数据模型上定义的运算。特别是当不同运算的效率互相制约时，还须事先将所有的运算相应的使用频度排序，让所选择的数据模型的具体表示优先保证使用频度较高的运算有较高的效率。数据模型与定义在该模型上的运算之间存在的这种密不可分的联系是抽象数据类型概念产生的背景和依据。

使用抽象数据类型带给算法设计的好处主要有：

(1) 算法顶层设计与底层实现分离，使得在进行顶层设计时不考虑它所用到的数据，运算表示和实现；反过来，在表示数据和实现底层运算时，只要定义清楚抽象数据类型而不必考虑在什么场合引用它。这样做使算法设计的复杂性降低了，条理性增强了。既有助于迅速开发出程序原型，又使开发过程少出差错，程序可靠性高。

(2) 算法设计与数据结构设计隔开，允许数据结构自由选择，从中比较，优化算法效率。

(3) 数据模型和该模型上的运算统一在抽象数据类型中，反映它们之间内在的互相依赖和互相制约的关系，便于空间和时间耗费的折衷，灵活地满足用户要求。

(4) 由于顶层设计和底层实现局部化，在设计中出现的差错也是局部的，因而容易查找也容易纠正。在设计中常常要做的增、删、改也都是局部的，因而也都容易进行。因此，用抽象数据类型表述的算法具有很好的可维护性。

(5) 算法自然呈现模块化，抽象数据类型的表示和实现可以封装，便于移植和重用。

(6) 为自顶向下逐步求精和模块化提供有效途径和工具。

(7) 算法结构清晰，层次分明，便于算法正确性的证明和复杂性的分析。

1.3 描述算法

描述算法可以有多种方式，如自然语言方式、表格方式等。在本书中，采用 Java 语言描述算法。Java 语言的优点是类型丰富、语句精炼，具有面向过程和面向对象的双重特点，可以充分利用抽象数据类型这一有力工具表述算法。用 Java 描述算法可使整个算法结构紧凑，可读性强。在本书中，有时为了更好地阐明算法的思路，还采用 Java 与自然语言相结合的方式描述算法。本节对 Java 语言的若干重要特性作简要概述。

1. Java 程序结构

(1) 应用程序和 applet

Java 程序有两种类型:应用程序(stand-alone program)和 applet。Java 应用程序一定有一个主方法 main,而 applet 的主方法名为 init。

Java 应用程序可在命令行中用命令语句

java programName

来执行,其中 programName 是应用程序名。在执行 Java 应用程序时,系统自动调用应用程序的主方法 main。

Java 的 applet 必须嵌入 HTML 文件,由 Web 浏览器或 applet 阅读器来执行。在执行 applet 时,系统自动调用 applet 的主方法 init。

Java 程序必须先编译后执行。系统在编译时将 Java 源程序转化为 Java 字节码(bytecode)。Java 源程序文件的后缀为.java,编译后字节码文件的后缀为.class。

Java 字节码可以看作是在一台虚拟计算机即 Java 虚拟机(JVM)上运行的语言。本地计算机通过 Java 虚拟机解释运行 Java 程序。

(2) 包

Java 程序和类可以包(packages)的形式组织管理。Java 自带的包有 java.awt,java.io,java.lang,java.util 等。Java 用户可根据需要将自己的程序组织成适合各种应用的包。

(3) import 语句

在 Java 程序中可以用 import 语句加载所需的包。例如,import java.io.*;语句加载 java.io 包。语句 import java.io.PrintStream;则加载 java.io 包中的 PrintStream 类。

2. Java 数据类型

Java 的基本数据类型如表 1-1 所示。

除了基本数据类型,Java 还提供一些经过包装的非基本数据类型,如 Byte, Integer, Boolean, String 等。

Java 处理基本数据类型和非基本数据类型的方式大不相同。在声明一个具有基本数据类型的变量时,自动建立该数据类型的对象(或称实例)。例如,语句 int k;建立一个数据类型为 int 的对象 k,其缺省值为 0。对非基本数据类型,情况则不一样。语句 String s;并不建立具有数据类型 String 的对象,而是建立一个类型 String 的引用对象(内存地址)。该引用对象的名字是 s,其初始值为 null。数据类型为 String 的对象可用下面的 new 语句建立。

表 1-1 Java 基本数据类型

类型	缺省值	分配空间(位)	取值范围
boolean	false	1	true,false
byte	0	8	-128～+127
char	\u0000	16	\u0000～\uFFFF
double	0.0	64	$\pm 4.9\times10^{-324}$～$\pm 1.8\times10^{308}$
float	0.0	32	$\pm 1.4\times10^{-45}$～$\pm 3.4\times10^{38}$
int	0	32	-2147483648～2147483647
long	0	64	-9.2×10^{17}～$+9.2\times10^{17}$
short	0	16	-32768～32767

```
s=new String("Welcome");
String s=new String("Welcome");
```

其中,第一个语句假设 s 已经声明过。第二个语句声明变量 s,并用 new 语句建立对象。

其他非基本数据类型对象的声明和建立方式是类似的。

3. 方法

在 Java 语言中,执行特定任务的函数或过程统称为方法(methods)。例如,Java 的 Math 类给出的常见数学计算的方法如表 1-2 所示。

表 1-2 常见数学方法

方 法	功 能	方 法	功 能
abs(x)	x 的绝对值	max(x,y)	x 和 y 中较大者
ceil(x)	不小于 x 的最小整数	min(x,y)	x 和 y 中较小者
cos(x)	x 的余弦	pow(x,y)	x^y
exp(x)	e^x	sin(x)	x 的正弦
floor(x)	不大于 x 的最大整数	sqrt(x)	x 的平方根
log(x)	x 的自然对数	tan(x)	x 的正切