

数学游戏新编

Shuxue Youxi Xinbian



数学游戏新编

唐世兴 唐方

明

请在下列时间内

上海教育出版社

数学游戏新编

唐世兴 唐 方

苏 正 沙 颀

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

(邮政编码: 200031)

各地新华书店 经销 上海商务联西印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 10 插页 5 字数 246,000

1997 年 5 月第 1 版 1999 年 11 月第 4 次印刷

印数 9191 - 12240 本

ISBN 7 - 5320 - 4889 - 6/G · 4859 定价: (软精) 13.20 元

编 者 的 话

本书原名《数学游戏》，初版于1979年6月，先后发行近30万册。在这期间，编者在《小学数学教师》、《小学生数学报》、《科学24小时》等报刊杂志上发表了不少介绍数学游戏的文章，同时也搜集了不少趣题和名题，深感有将原书加以增补、丰富的必要。这次增修，保留了原书约三分之一的内容，增加了大量富有思考性和趣味性的材料，改名为《数学游戏新编》。借修订再版之际，说明下面几点。

1. 本书的宗旨在于智力的锻炼与发展。书中各种游戏所要求的数学知识并不高，基本上是在小学内所学到的。但要顺利解答每道趣题，更多需要的是分析判断、归纳推理，以及多思熟虑、灵活机智。也就是说，需要具有一定的智力水平。所以人们常说，经常做数学游戏，会使你变得更聪明。

2. 本书力求做到：内容上有趣，形式上新颖，解法上巧妙。努力扩大读者的视野，培养学习数学的兴趣；拓宽解答问题的思路，使数学真正起到思维的磨刀石的作用。

3. 在编写过程中参阅了大量的有关书刊，这里不一一列举了，谨向这些作者致谢。这次本书得以增补问世，得到上海教育出版社的领导和同志们的大力支持，特别是周正魁同志进行了具体指导和帮助，在此一并表示感谢。

编 者

1996.5

目 录

一、从计算开始.....	1
1. 月历上的算题[1]	
2. 数表上的算题[4]	
3. 看表计算[5]	
4. 巧算数列和[6]	
5. 六边形数的规律[9]	
6. 有趣的乘法三角形[10]	
7. 锻炼思维的24[12]	
8. 特殊的运算[13]	
9. 先算后拼[14]	
10. 找规律填数[17]	
11. 城市旅游游戏[18]	
12. 带分数与假分数的互化游戏[19]	
答案[23]	
二、计算器游戏	28
1. 长龙回头[28]	
2. 一机两用[29]	
3. 避开三键[29]	
4. 最大和最小[30]	
5. 火眼金睛[31]	
6. 数字与拼音[31]	
7. 数字与英文[32]	
8. 最后是零[33]	
9. 抢占蜂窝[34]	
10. 走向 98 号[36]	
11. 足球冠军[37]	
12. 奔向 2000 年[38]	
13. 计算器与 198[40]	
答案[41]	
三、拼板游戏	44
1. 七巧板[44]	
2. 益智图[47]	
3. 多功能数学拼板[49]	
4. 多元方格连[54]	
5. 四巧板[57]	
6. 几何活动板[59]	
7. 不规则图形拼板[64]	
8. 立体七巧板[65]	
答案[68]	
四、神奇的数	78
1. 自守数[78]	
2. 完全数[80]	
3. 亲和数[82]	
4. 回文数[83]	
5. 神奇的加数与平方数[84]	
6. 陷阱数 123[85]	
7. 魔数 153[85]	
8. 角谷猜想[86]	
9. 趣味平方数[87]	
10. 神奇的缺 8 数[88]	
11. 有趣的六位数[90]	
12. 奇妙的 6174[93]	
13. 美妙的	

- 0.618[94] 14. 修正数的魔力[96] 15. 奇特的等式
[97] 16. 难得的数对[100] 答案[101]
- 五、有趣的图 104
1. 当眼睛欺骗你[104] 2. 纸条搭图形[105] 3. 对称图形[107] 4. 图形拼图案[108] 5. 数图形[109]
6. 火柴趣题[112] 7. 面积变换[113] 8. 剪拼正方形[114] 9. 巧分图形[117] 10. 图形与分数[119]
11. 画画、算算[120] 答案[122]
- 六、猜数的秘密 131
1. 猜奇数、偶数[131] 2. 猜年龄[132] 3. 猜数
[134] 4. 猜一组数的和[137] 5. 把数还给你[138]
6. 不变的结果[139] 答案[140]
- 七、图形填数 148
1. 填正方形[148] 2. 填三角形、圆及其他平面图形
[152] 3. 填立体图形[155] 4. 填树图[156] 答案
[157]
- 八、数学谜语和算式谜 166
1. 数学谜语[166] 2. 算式谜[170] 答案[175]
- 九、数学魔术 183
1. 巧取叫牌[183] 2. 牌还原主[184] 3. 智猜圆圈上的牌[185] 4. 拼成 13[186] 5. 配对的牌[186] 6. 巧猜棋子数[187] 7. 棋子布阵[188] 8. 乘积早知道[189] 9. 奇异的骰子[190] 10. 猜姓[190] 11. 转盘猜字[192] 12. 巧猜藏物[193] 13. 猜牌[193]
答案[195]
- 十、一笔画和迷宫 202
1. 一笔画[202] 2. 迷宫[205] 答案[214]
- 十一、斗智的策略 220
1. 抢数游戏[220] 2. 火柴游戏[221] 3. 取、摆棋子
[222] 4. 计数斗智[223] 5. 棋类斗智[225] 6. 生

活、生产中的对策[228] 答案[229]

十二、数学推理 237

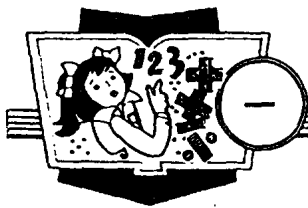
1. 选数[237] 2. 选图形[240] 3. 我是哪个[242]
4. 简单的推理问题[246] 5. 较复杂的推理问题[248]
答案[254]

十三、空间想象 260

1. 数一数[260] 2. 立体与平面图的对应[261] 3. 平面
旋转[263] 4. 折纸[263] 5. 展开图[265] 6. 圆
环与火柴[268] 7. 表面积和体积[268] 8. 截面
[270] 9. 长方体积木[270] 10. 动手做一做[272]
答案[273]

十四、有趣的数学名题 278

1. 两鼠穿垣[278] 2. 二马三牛四羊[279] 3. 百羊问
题[279] 4. 以谷换米[280] 5. 物不知数[281] 6.
花灯几盏[282] 7. 直田长阔共几何[283] 8. 甲乙怀
银[285] 9. 李白买酒[285] 10. 诸葛摆棋[286]
11. 八卦与二进制[287] 12. 高龄几何[290] 13. 杨
辉三角与弹子游戏[290] 14. 奔跑的狗[293] 15. 毕
达哥拉斯有多少学生[293] 16. 驴子与骡子[294] 17.
斐波那契问题[294] 18. 巧解工作问题[295] 19. 农
妇卖蛋[296] 20. 转动的骰子[296] 21. 米勒智断项
链[297] 22. 会船问题[297] 23. 多少个点[298]
24. 偶数与自然数的“个数”哪个多[300] 25. 尴尬的理
发师[300] 26. 涂色解题[301] 27. 完美正方形
[302] 答案[303]



从计算开始

1. 月历上的算题

请你准备一份月历,任何年份、任何月份的都可以。例如下面是一份 1995 年 5 月份的月历,我们就在这份月历上进行以下种种有趣的计算。



1995 年 5 月

日	一	二	三	四	五	六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

(1) 闪电式回答 3 个日期数

请你在月历上用笔任意圈出排列在一竖列上的 3 个日期数,我是不知道的。把这 3 个数的和告

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

诉我,我能马上告诉你这3天各是几,其速度之快就像闪电一样!

例如你圈出如上那样的3个日期数,只告诉我和是60,我马上能说出,这是13、20、27。

想一想,我是怎样能迅速得出结果的?

当你掌握了它的规律后,算一算,在这份月历上,和是33,72的竖列3个数各是几?现在你也可以向你的同学去表演了。

(2) 4个数的情况 如果你
在月历上任意圈出一竖列上的4
个数,只告诉我这4个数的和,我
同样能很快地讲出这4个数各是
多少。

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

例如你告诉我所圈出4个数的和是54,我马上能说出你圈的是3,10,17,24。想一想,这又是什么道理?

现在请你算一算,在这份月历上,和是46,70的一列4个数各是几?

(3) 用正方形框架套出4个数 请你用一个正方形的框架,在月历上套出 2×2 共4个数,我是不知道的。告诉我这4个数的和,我能很快地说出这4个数。

例如你套出如右图中的4个数,并告诉我这4个数的和是48,我就能告诉你这4个数是8,9,15,16。

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

想一想,其中有什么奥秘?

请算一算,在这份月历上, 2×2 的4个数的和是36,108,这4个数分别是几?

(4) 用正方形框架套出9个数 请你用一个正方形的框架,在月历上套出 3×3 共9个数,我是不知道的。计算这9个数的和并告诉我,我能很快地说出你所套出的9个是什么数。

例如你套出如右图的9个数,求得其和是162,我马上能说出这9个数是10,11,12,17,18,19,24,25,26。

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

想一想,我是怎样算出来的?

当你知道了其中的原理后,请算一算,已知9个数的和分别是135,167,180,能不能在这份月历上找到 3×3 的9个数?如果能的话请写出9个数,如果不能的话,请说明道理。

(5) 未选数先知和 请你用正方形框架在月历上圈出 4×4 共16个数,例如下图那样,这是我也看到的。这时我已暗暗写下“56”这个数。然后请你在第一行中任选一个数(例如3),划去这个数所在行与列的其余各数;再在第二行剩下的数中任选一个数(例如9),同样划去这个数所在行与列的其余各数;再在第三行、第四行做同样的活动(例如选出19,25)。这样你共选出了4个数。请你把这4个数相加求和($3 + 9 + 19 + 25 = 56$)。于是我把写好的“56”拿出来给你看。你一定会惊

	1	2	③	4	5	6
7	8	⑨	10	11	12	13
14	15	16	17	18	⑪	20
21	22	23	24	⑫	26	27
28	29	30	31			

奇得发呆,怎么我还能未卜先知啊!

请说一说,其中的奥妙在哪里?

在下面的月历上,已圈出两个 4×4 的16个数(一实线,一虚线),请你先写下两个数,然后按上面的方法选出4个数,看这4个数的和与你写下的两个数是不是分别相等。这两个数分别是几?

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

2. 数表上的算题

下面是从 1 开始的自然数数表,每行有 8 个数。

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64
...	...	...	...	...	...	...	...
801	802	803	804	805	806	807	808
809	810	811	812	813	814	815	816
817	818	819	820	821	822	823	824
825	826	827	828	829	830	831	832
833	834	835	836	837	838	839	840
841	842	843	844	845	846	847	848
...	...	...	...	...	...	...	...

仔细观察数表可知,第 1 列数是 $8n+1$,第 2 列数是 $8n+2$,... 最后一列数是 $8n+8$ ($n=0,1,2,\dots$)。

现在我用正方形框架套出 3×3 共 9 个数,它们的和是 333,请问这 9 个是什么数?

如果你已掌握了前面“月历上的算题(4)”的原理后,就可以知道,这样套出的 9 个数的和一定能被____整除,且中间一个数是____。于是可得这个中间数的上、下两个数是____;____(这里要注意的是,这张数表每行是 8 个数)。所以这 9 个数是____,请在上表中画出来。

如果我要用正方形框架套出 3×3 的 9 个数的和是 7416,你认

为能不能做到？为什么？

$7416 \div 9 = 824$ ，即中间一个数是 824。那么这 9 个数应该是_____。但由 $824 \div 8 = 103$ 可知，824 在数表中的第_____列上（如图中所示），因此无法套出 3×3 的 9 个数。所以是无法做到的。

从这里可以看出，当我们解答问题时，必须根据实际情况作出正确判断，否则可能导致错误的结论。

下面请你试一试。

(1) 在上面的数表中，用正方形框架套出和分别是 500, 7443, 7209 的 3×3 的 9 个数，你能做到吗？如果能请写出这 9 个数；如果不能，说一说为什么？

(2) 在按自然数顺序排列，每行是 9 个数的数表中，用正方形框架套出 3×3 的 9 个数的和分别是 459, 891, 911，你能做到吗？如果能请写出这 9 个数；如果不能，说一说为什么？

3. 看表计算

按照表 1.1 ~ 1.3 所指定的运算计算，把每次计算的得数填在表内，如表中第一行所示。

相乘		相加		除以 2	平方	减 1
3	1, 3	4	2	4	3	
	2, 4					
	3, 5					
	4, 6					
	5, 7					

表 1.1

相乘	相加	除以 2	平方	减 $\frac{25}{4}$
6	1,6	7	3.5	12.25
	2,7			
	3,8			
	4,9			
	5,10			

表 1.2

相乘	相加	除以 2	平方	除以 2	平方	□ - ○
12	6, 2	8	4	16	4	2
	20, 10					
	11, 9					
	7, 6					
	$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$					

表 1.3

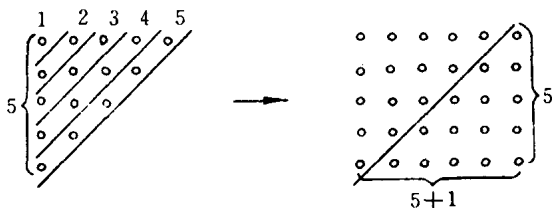


从上面三张表格的计算可看出,原数按右边所规定的步骤计算,得到最后一列中的数,与左边第一列的计算结果相等。为什么会有这样的结果呢?请想一想,说一说。

4. 巧算数列和

(1) 等差为 1 的数列求和 有一列数:1、2、3、4、5,求 $1+2+3+4+5=?$ 不用一个数、一个数相加,你能不能找到计算的规律?

请看如下的示意图：



设和为 S , 从上右图可得：

$$\begin{aligned}
 S &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\
 +) S &= 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\
 \hline
 2S &= (1+5) + (2+4) + (3+3) + (4+2) + (5+1) \\
 S &= \frac{(1+5) \times 5}{2} = 15
 \end{aligned}$$

一般地, 求从 1 开始到 n 的 n 个连续自然数的和,

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + (n-1) + n,$$

可用如下公式计算：

$$S = \frac{(1+n) \times n}{2}.$$

一列数中, 相邻两个数的差都相等(一串连续自然数相邻两数的差为 1)的, 叫做等差数列。

请求下列各数的和：

① $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 500 = ?$

② $50 + 51 + 52 + \cdots + 100 = ?$

(2) 等差不是 1 的数列求和 如果等差数列相邻两数的差不是 1, 那么怎样求它的和呢?

设等差数列 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 相邻两数的差(叫做公差)是 d 。根据(1)中的公式就有

$$S = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}. \quad (a_n = a_1 + (n-1)d)$$

其中 a_1 是首项, a_n 是末项, n 是项数。

例如,求等差数列:5,10,15,20, $\cdots$,1000 的和。

这里, $a_1 = 5$, $a_n = 1000$, d 是 5, n 是多少呢? 根据以上公式可得 $n = (a_n - a_1 + d) \div d = (1000 - 5 + 5) \div 5 = 200$ 。

所以,
$$S = \frac{5 + 1000}{2} \times 200 = 100500。$$

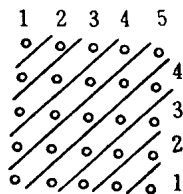
请计算:

① $2 + 4 + 6 + \cdots + 100 = ?$

② 求等差数列:0.1,0.3,0.5,0.7, $\cdots$ 共 100 项的和。

(3) 求 $1 \rightarrow n \rightarrow 1$ 连续自然数的和 不用一个数、一个数地相加,求 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ 的和。

计算上式的和,可以应用上节的公式,先算 $1 + 2 + \cdots + 5$,再算 $1 + 2 + 3 + 4$,然后相加即可。但像这类算式,还有更为简捷的算法。仔细观察右图。



你能否马上在下式方框中填上合适的数?

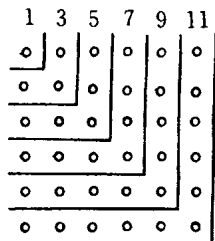
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \square^2。$$

请你自己出几个类似的题目,试着做一做。由此请讲一讲,这是一条怎样的计算规律?

(4) 求奇数数列的和 不用一个数、一个数地相加,计算:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ?$$

这是求从 1 开始,6 个连续奇数的和,我们可以用上节等差数列求和的公式计算。但它们还有更简捷的计算方法。仔细观察右图后,请填框。



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \square^2。$$

请你自己多出几道连续奇数求和的题目,看结果是多少? 由此,你能否推得,求 n 个从 1 开始连续奇数之和的更简捷的规律。

当你掌握了这一计算规律之后,请填空:

$$19 + 21 + 23 + 25 + 27 + 29 + 31 + 33 + 35 = \square^2 - \square^2 = \square。$$

(5) 简算连续自然数立方的和 请简算:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = ?$$

仔细观察右图后请填空:

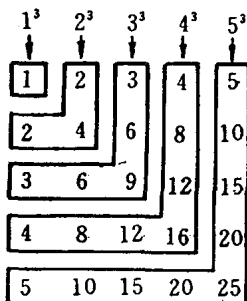
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 = \square。$$

由此你能否说一说,简算从1开始连续自然数立方和的方法? 当你掌握了这一方法后,请填空:

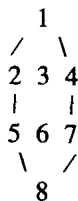
$$10^3 + 11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3 + 15^3$$

$$= (\quad)^2 - (\quad)^2 = \square。$$



5. 六边形数的规律

用 1、2、3、4、5、6、7、8 八个连续自然数排成下列形状,然后把外围数字连接起来,构成一个六边形。



把六边形边上的数字相加,求出它们的和,用 P 表示。

$$P = 1 + 4 + 7 + 8 + 5 + 2 = 27。$$

把六边形内部的数字相加,求出它们的和,用 I 表示。

$$I = 3 + 6 = 9。$$

比较 P 与 I ,它们有什么关系?

再看下面各题,第(1)、(2)题每题中的八个数都是连续自然数

组成,其余每题中的八个数,它们相邻两数之间的差是相等的。请你先用同样的方法求出每题中的 P 与 I ,再比较 P 与 I ,看发现什么规律?

$$(1) \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ & 9 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

$$(2) \quad \begin{array}{ccc} & 3 & \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ & 10 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

$$(3) \quad \begin{array}{ccc} & 2 & \\ 4 & 6 & 8 \\ 10 & 12 & 14 \\ & 16 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

$$(4) \quad \begin{array}{ccc} & 1 & \\ 5 & 9 & 13 \\ 17 & 21 & 25 \\ & 29 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

$$(5) \quad \begin{array}{ccc} & 3 & \\ 10 & 17 & 24 \\ 31 & 38 & 45 \\ & 52 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

$$(6) \quad \begin{array}{ccc} & 5 & \\ 13 & 21 & 29 \\ 37 & 45 & 53 \\ & 61 & \end{array}$$

$$P = \quad I =$$

现在你能不能讲出这样排列的数中, P 与 I 的关系? 并试着证明它。

6. 有趣的乘法三角形

下面是一个乘法三角形,按照排列的规律,请你先把缺掉的数填出来。

第一排→1

第二排→2 4

第三排→3 6 9

第四排→4 8 12 16

第五排→5 10 15 20 25

第六排→6 _ _ _ _

第七排→_ 14 _ 28 _ _

第八排→_ _ _ _ _ 64