水工試驗手册

中央人民政府水利部
南京水利實驗處編著

商　務　印　書　館

水工試驗手册

中央人民政府水利部
南京水利實驗處編著

商　務　印　書　館

水工試驗手册內容提要

本書首述水工試驗的基本原理，然後列舉試驗的實例十五個，着重於模型設計及試驗結果的分析。這些試驗實例大部分都是南京水利實驗處的科學工作，準確的程度很高，可以供各地設計水工模型的借鏡。書末附有參考圖表十一種。這本書的讀者對象是高等學校及中等技術學校水利專業的員生以及水利工作者。

水 工 試 驗 手 册

中央人民政府水利部
南京水利實驗處編著

商 務 印 書 館 出 版
上海河南中路二一一號

中國圖書發行公司 總經售

商務印書館上海廠 印 刷
㊉(61105)

1952年12月南京水利實驗處出版 印數1—800
1953年11月本館第1版 印數1—4,500
定價¥10,000

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

序

社會主義和共產主義建設與水的利用是分不開的。在偉大的斯大林改造自然計劃中，水電、航運、灌溉等方面水利的開發，佔着整個計劃中最主要的一部份。在毛主席與共產黨領導下的新中國，三年來也在防水防澇的水利工作上，在全國範圍內取得了偉大的勝利。不但基本上解除了淮河、長江、黃河三大河流的洪水威脅，並且保障了全國農產的豐收。在祖國經濟建設卽將大規模展開的今後，水利建設更將由消極的除害，轉向積極的興利。因此我們水利工作者目前最迫切的任務，就是提高對水的認識，學會掌握水的運動規律，去把水的破壞力引導到另一方面，使它轉而爲社會造福。

水的運動，代表着一種非常複雜的事物發展過程，其中各種矛盾，卽各種作用力，存在的情況，和它們發展的規律，我們知道得還很有限。因此，迄今爲止，我們還沒有足够和完善的理論，可以作爲設計一切水工建築物的依據。

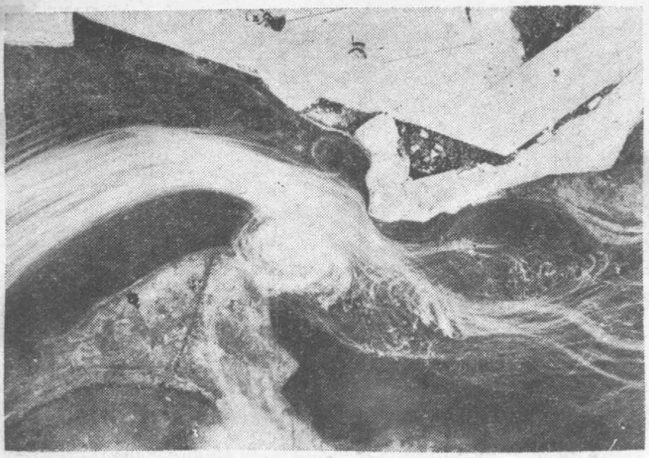
在這種情况下，解决困難的一個適當辦法，就是舉行水工模型試驗。在某些理論不能解决的水工結構設計問題，例如閘壩的水位流量關係，消能工佈置等，水工模型試驗的結果是完全可靠的。這是因爲我們已經知道影響這類水流運動的主要矛盾的雙方是慣性力和重力，並且我們也已知道這個矛盾的運動規律是福特定律。因此我們就可以利用福特定律來設計模型，並且可根據這條定律來把模型試驗結果引伸到建築物原體上去。相反的，在某些河工問題，例如潮汐河口的冲淤問題，水庫的淤積問題，在現階段還很難全靠模型試驗來解决。困難發生的原因，是由於我們對這些複雜的水流和泥沙運動中各種矛盾存在的情况，以及這些矛盾發展的規律，知道得很有限，甚或全無所知，因此模型的設計，就無所依據；試驗的結果，也很難引伸。對於這類問題，首先應該從進一步的實踐中來提高認識，這包括在天然河渠內進行測驗和分析研究，後然再把實測的資料，用不斷試製和修正的方法，在試驗室中加以證實。此外並應在試驗室中，分別進行各種矛盾在不同的存在狀態下發展規律的研究，從研究簡單的運動開始，逐步進入到複雜的運動。這兩方面測驗研究工作的配合進行，可逐步提高我們的認識，使我們有可能利用模型試驗的幫助，去解决複雜的水流和泥沙運動問題。

隨着基本建設的開展，水工模型試驗已成爲水利工程基建工作中一個不可缺少的環節。這本試驗手册的出版，似乎已有它時間上的必須性。

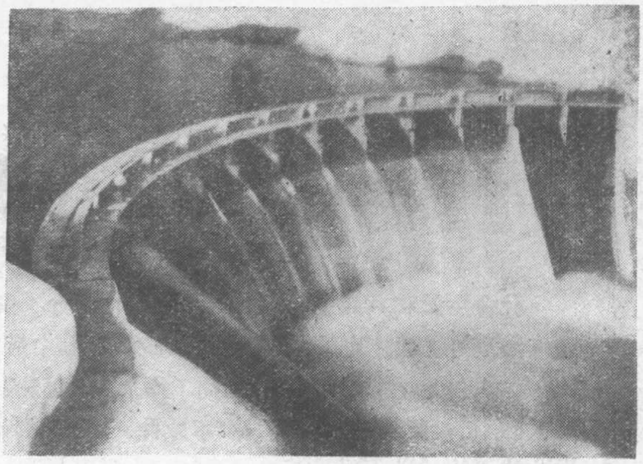
這本手册，是南京水利實驗處水工試驗室同志們熱烈地響應抗美援朝增產捐獻運動時，在業餘時間冒着溽暑集體編輯完成的。書中的實例 IX 係西北水工試驗所工作，實例 XIV 係天津水工試驗所工作，其餘的實例係南京水利實驗處工作；都因限於篇幅，儘量縮編。

由於我們學識淺陋，和工作經驗貧乏，以及編輯時間的怱促，這本手册還祇能當作一種初步草案，掛漏錯誤，在所不免，望讀者指正。

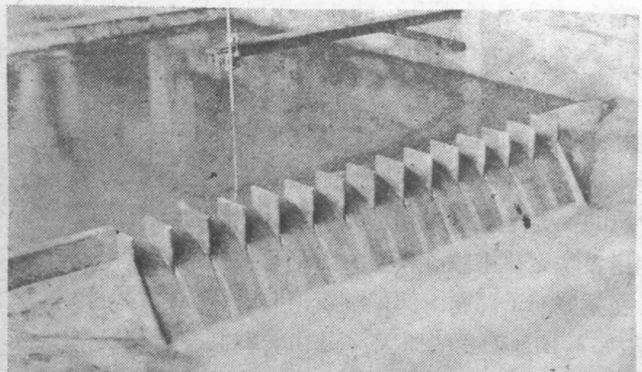
黃　文　熙　　一九五二年十二月于南京水利實驗處



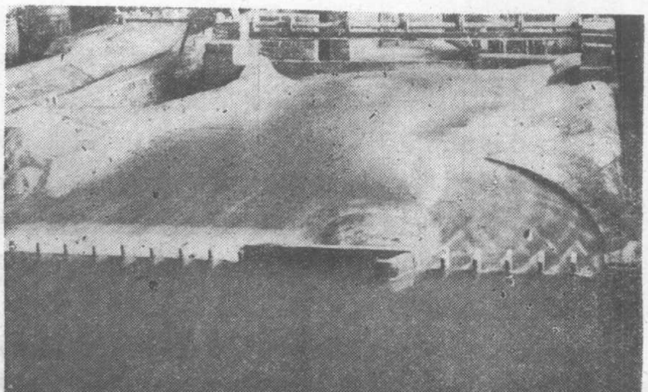
（一） 河工治導模型



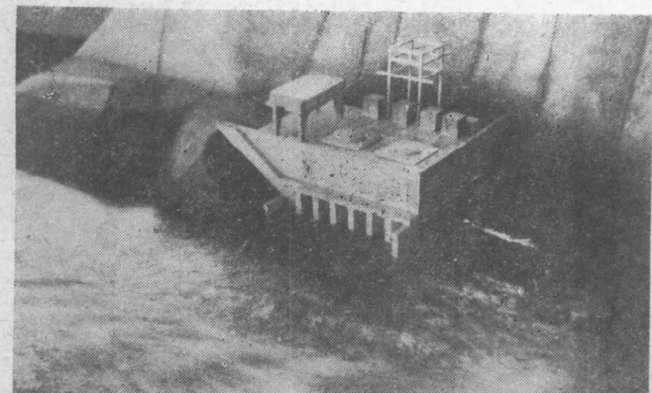
（二） 拱壩模型



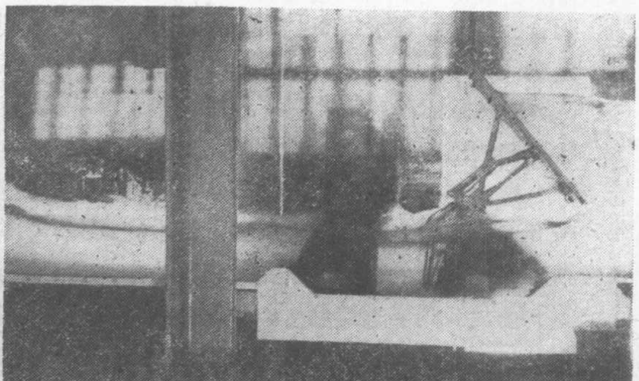
（三） 攔河壩模型



（四） 分水閘模型



（五） 水電工程模型



（六） 節制閘斷面模型

模型試驗水流情形圖

水工試驗手册

目　錄

序　言

模型試驗水流情形圖

一． 基本原理

二． 試驗實例

三. 附錄圖表

一. 基本原理

第一章 導 論

§1.1 水工模型試驗之意義

水工模型試驗對於水利工程之設計及流體力學理論之研究，有密切之關係。通常吾人設計水利工程，不根據於經驗公式，即以純理論爲依據。經驗公式均包含有實驗係數，此類係數，各有其限制條件，并不能作一般性之應用。因此設計結果，每不能盡符要求。至如根據純理論之設計，倘無試驗之證明，更難保證工程之安全。緣以水利工程，倘不事先考慮週詳，工竣之後，發現缺點，再圖改進，極感困難。萬一工程失敗，不僅浪費工款，其關係於人民生命財產之損失，尤不可以計數。補救之策，厥賴水工模型試驗工作。所謂模型，乃按原體實物視其所受之主要作用力，按一定之比例關係縮小或放大之代表物。一般言之，模型多係體積縮小，控制便利，變更亦易，因此有可能作多種比較設計試驗，以求得一最完善之計劃。

流體力學之理論，目前尙未發展至完善的科學境地，仍多不能解决之問題，有待於深入研究，此類專題理論之探討，倘在天然河渠中舉行，不僅範圍太大，難以控制，人力物力之浪費，亦甚嚴重，非藉助於水工模型試驗，殊難克服。

水工模型試驗，不僅爲流體力學理論與水利實施工程之媒介物，且根據流體力學理論所設計之水利工程，經水工模型試驗之證實後，付之實施，安全亦可得保證。在天然河道中發現之諸多問題或現象，經水工模型試驗作系統之分析研究，方可綜合提高，成爲理論。理論與實踐，相互提高。於此更可見水工模型試驗，對於新中國水利工程建設意義之重大。

§1.2 水工模型之種類

水工模型試驗，均根據一定之相似性力學原理。其主要之相似性，可分爲三種：(一)幾何相似性，指原體與模型形狀之相似。(二)運動相似性，兩者除呈幾何相似外，其相應質點速度比恆等。(三)動力相似性，乃兩者質量與力相似之謂。水工模型可按照其相似性，做出不同之分類。

原體各部尺寸按同一比例縮小成爲模型，即兩者具有幾何相似性，謂之正態模型；水工結構模型均採用之。但如爲條件所限制，使模型之水平比例與垂直比例不相等，或在其他水力學性方面有不相似存在者，謂之變態模型；河工模型大都屬於此一類型。

爲試驗流量係數、洪水水面線等問題，使模型各部份固定不變，謂之定床模型。研究河床泥沙之冲積問題，模型河床用可冲動之模型沙作爲底質，謂之沙床模型。

按其所受主要作用力及水流之特殊性質，又可分爲管流模型，水力機械模型，水工結構模型，河工模型，及潮浪模型等。

至如按照模型範圍，又可劃分爲整體、半整體、局部、及斷面模型等。河工問題多採用整體模型，水工結構往往以二元水流之斷面模型代表之。

§1·3 水工模型試驗之資料

水工模型之製造，須有足够之測量資料，及水工建築物設計詳圖。進行試驗時更須有充分之水文資料，庶可將原體河道中已發生之水文現象，全部複演於模型。不如此，試驗結果將來殊難全部推廣於原體。水文資料主要包括流量水位關係曲線、糙率、比降、懸移量、推移量，及河底沙樣等。測量範圍，不宜太小，應包括上游趨近水流之情況；倘有潛流，更須注意尾水之情況。普通採用之圖尺比例爲 1：500 至 1：5000 ，并無一定；須視模型範圍及比例尺之大小爲準繩。水工結構模型，河床斷面間距約 15 公尺至 25 公尺；河工模型之斷面間距可以增大。測量縱斷面時，并須測定左右兩岸水邊線，必要時尙須挑選一整齊河段，取同一時間觀測的水邊線，作爲證實試驗時校正模型糙率之用。至於水工建築物則應包括平面、前視、橫斷面、縱斷面及全部細節設計圖。

§1·4 水工模型試驗之步驟

根據試驗資料及施工機關所提出之問題，進行初步分析，判別模型所受主要作用力，然後依據(一)模型與原體長度須保持一定比例，(二)流態應相似，(三)水流情形應相似等三原則，考慮時間、地位、水量、及經費等條件，研究水流之各種界限後，再進行模型設計，決定比例尺，繪製模型佈置圖。所有建築物河道斷面等，均按照模型比例，繪製詳細製造圖樣，選用不變形不場陷及通常易於採購之材料，精工製造。所有模型尺寸，均須加以校核；製造完畢，控制水平面及垂直面，進行安裝。在安裝時，即應估計將來可能改變部份拆除更換之便利。安裝旣成，複核測量，進行試水，必要時須做細節之修正。然後按照水文實測資料，進行校正或證實試驗，滿意後開始原佈置試驗。然後有系統的進行各種比較試驗，從而求得一最經濟最安全之設計。在試驗過程中，須與施工機關，取得密切連繫，以避免試驗工作走彎路。至於掌握時間，及時地做出試驗報告，提出建議，供施工機關參考施工，尤屬重要。如需要在工地實測之資料，亦應於報告中論及之。

第二章 尺度分析法

§2·1 概 說

流體動力學問題中，將各量用基本尺度表示，從而分析研究諸量之尺度關係，使能在尺度之觀點上取得諧和，藉以明瞭諸量間應有之函數關係；此種技術，稱曰「尺度分析法」(Dimensional Analysis)。此間所稱之「量」或「物理量」，亦可稱爲「水流之要素」，如流速、流量、粘滯率、比重、長度、面積等，其尺度得以基本尺度表示之。如基本尺度爲「質量一長度一時間」(M-L-T)制，則以流速 V 與流體之單位重量 γ 爲例，其尺度式各爲

$$[V]=[L][T]^{-1} \tag{2·1}$$

及

$$[\gamma]=[M][L]^{-2}[T]^{-2} \tag{2·2}$$

式中度量均加方括號，以示討論其尺度之意；但爲演算便利計，亦有將等式右方之方括號省去者。

尺度之意義，與單位不同，物理量可採用種種不同之單位，但其尺度則恆一不變。例如輪船之速率爲 30 公里/時，可化作 8.33 公尺/秒，亦可化作 27.33 呎/秒，但其尺度恆爲 $[L][T]^{-1}$。

比值及無單位之純數，曰無尺度量(Dimensionless Quantity)。如比降 $S=\Delta H/\Delta L$，及雷諾氏數 (Reynolds' Number) $\mathbf{R}=\rho VL/\mu$ 等是。無尺度量之尺度，以 1 示之。即：

$$[S]=1, \quad [\mathbf{R}]=1 \tag{2·3}$$

設有堰之流量公式：

$$Q=k\sqrt{g}\,lH^{1.5} \tag{2·4}$$

自尺度觀點言之： $[Q]=[L]^3[T]^{-1}$，$[g]=[L][T]^{-2}$，$[l]=[L]$，$[H]=[L]$；因之得(2·4)式左側之尺度與右側 $\sqrt{g}\,lH^{1.5}$ 之尺度相同，故係數 k 爲無尺度之純數。亦即(2·4)式爲尺度上諧和之方程式。

次以常用之曼甯(Manning)氏流速公式爲例：

$$V=\frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2} \tag{2·5}$$

以尺度式示之：$[V]=[L][T]^{-1}$，$[R]=[L]$，$[S]=1$，爲達成(2·5)式之尺度諧和，糙率係數 n 之尺度乃爲：

$$[n]=\frac{[R]^{2/3}[S]^{1/2}}{[V]}=\frac{[L]^{2/3}}{[L]/[T]}=[L]^{-1/3}[T] \tag{2·6}$$

利用物理量之尺度關係可核驗公式之尺度諧和性，即式內之係數，是否係無尺度之純數；並可便利於公制、英制等不同單位之轉換，此爲尺度分析法之次要目的。尺度分析法之主要目的，則爲利用公式之尺度諧和性，以探求一複雜事象中諸變量之函數關係，將於後數節中詳論之。

§2·2 雷立(Rayleigh)氏法

設一水流問題中函變量n個，因變量得書作（n—1）個自變量帶指數之連乘式，此等待定之指數，亦爲(n—1)個。設n個變量用尺度式示之，共含基本尺度m個。取任一基本尺度言之，式左右之指數應相等，由此書得之條件式，亦爲m個。設(n—1)＝m，則所求之待定指數，逕可聯立解m個條件式以得之。設(n—1)＞m，則尚須另行設法組成純數(n—1—m)個。純數組之個數，應爲（n—m）個，即等式左方爲整個右方所除，亦爲一個純數組。

設已知堰之流量Q與流量係數k、水頭H、地引加速率g、堰長l，成下式之關係：

$$Q = k\,g^a\,l^b\,H^c \qquad (2\cdot7)$$

式中k爲純數，共有變量4個，n＝4；待定之指數爲3個（n—1＝3），即a，b及c，諸量用基本尺度示之：$[k]=1$，$[Q]=[L]^3[T]^{-1}$，$[g]=[L][T]^{-2}$，$[l]=[L]$，$[H]=[L]$，含基本尺度共2個，m＝2，取（2·7）式左方及右方之[L]及[T]之指數相等，以保持方程式之尺度諧和，得待定指數a,b,c間之條件式如下：

$$\left.\begin{array}{ll}\text{[L]之指數於左方及右方相等：} & 3 = a + b + c \\ \text{[T]之指數於左方及右方相等：} & -1 = -2a\end{array}\right\} \qquad (2\cdot8)$$

（n—1）＞m，聯立解之，僅能得 a ＝ ½ 及 b＋c ＝ 2.5。故三個待定常數不能直接解出。由經驗得知堰之流量Q與堰長l成一次方之關係，即 b＝1，故得 c＝1.5，即(2·2)式經尺度分析法，可求得爲：

$$Q = k\sqrt{g}\,l\,H^{3/2} \qquad (2\cdot9)$$

(2·9)式內之流量係數k，其值由試驗測定之。

§2·3 用雷立氏法求管流公式

今復以較複雜之管流公式爲例，進一步闡明雷立氏尺度分析法之應用如次。

設於壁面情形一致、糙率以高度標準k表示、直徑爲d、粗細均勻一致之極長直管上截取長度爲l之一段，流經其間之流體密度爲ρ，動力粘滯率（Dynamic Viscosity）爲μ，各斷面恆等之平均流速爲V，管壁所生之阻力爲R，設可書成方程式如次：

$$R = K\,l^{\alpha}\,\rho^{\beta}\,V^{\gamma}\,\mu^{x}\,d^{y}\,k^{z} \qquad (2\cdot10)$$

其間K爲一無尺度之常數，α，β，γ，x，y，z 爲六個待定之常數，變量7個，內自變量6個，含基本尺度3個，即 n＝7，n—1＝6，m＝3，各量之尺度式如下：

$$[R]=[M][L][T]^{-2},\quad [l]=[L],\quad [\rho]=[M][L]^{-3},\quad [V]=[L][T]^{-1},$$
$$[\mu]=[M][L]^{-1}[T]^{-1},\quad [d]=[L],\quad [k]=[L]$$

代入(2·10)式，並取[M]，[L]，[T]三者之指數於等式之左右方各爲相等，得三方程式如次：

$$\begin{array}{ll}[M]: & 1 = \beta + x \\ [L]: & 1 = \alpha - 3\beta + \gamma - x + y + z \\ [T]: & -2 = -\gamma - x\end{array}$$

根據此三條件式，可將6個待定常數消去3個，今設消去 x，γ，y 等三項；其式如次：

$$x = 1 - \beta$$
$$\gamma = 1 + \beta$$
$$y = 1 - \alpha + \beta - z$$

代入(2•10)式得

$$R = K l^{\alpha} \rho^{\beta} V^{1+\beta} \mu^{1-\beta} d^{1-\alpha+\beta-z} k^{z} \quad (2\cdot 11)$$

自變數 (n—1)=6 個，基本尺度爲 m=3 個，可組得 (n—1—m)=3 個純數組，細審(2•11)式中之指數分配情形，可演化成爲下式：

$$R = K\rho d^2 V^2 \left(\frac{l}{d}\right)^{\alpha} \left(\frac{k}{d}\right)^{z} \left(\frac{Vd\rho}{\mu}\right)^{\beta-1} \quad (2\cdot 12)$$

式中 R 與 $\rho d^2 V^2$ 之尺度式相同，其比值亦爲一純數組，連同式中括號內之三組， 共得純數四組，即連因變量 R 計之，共有 7 個變量，n—m=4，故應有純數 4 個。

設阻力 R 用此段管路之壓頭損失 H 代表，關係如下式：

$$R = \frac{\pi d^2}{4} \rho g H \quad (2\cdot 13)$$

則(2•12)式可改爲

$$H = \frac{4K}{\pi} \frac{V^2}{g} \left(\frac{l}{d}\right)^{\alpha} \left(\frac{k}{d}\right)^{z} \left(\frac{Vd\rho}{\mu}\right)^{\beta-1} \quad (2\cdot 14)$$

以雷諾氏數式代入，並令 $\beta-1=\delta$，$8k/\pi = K_1$，得

$$H = K_1 \frac{V^2}{2g} \left\{ \left(\frac{l}{d}\right)^{\alpha} \left(\frac{k}{d}\right)^{z} (\mathbf{R})^{\delta} \right\} \quad (2\cdot 15)$$

(2•15)式中 α，z，δ 及係數 K_1 之值，常由實驗測定之。例如當其他變量均爲常數時，壓頭損失 H 與管路長度 l 成正比，因之，$\alpha=1$。並令 K_1 與 $\left(\frac{k}{d}\right)^{z}$ 及 $(\mathbf{R})^{\delta}$ 合併，用摩擦因素 f 代表：

$$f = \phi\left(\frac{k}{d}, \mathbf{R}\right) \quad (2\cdot 16)$$

則得常用之管流公式：

$$H = f \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g} \quad (2\cdot 17)$$

經理論及實驗證明，摩擦因素隨 $\frac{k}{d}$ 及 $\mathbf{R}$ 之不同，而有下列三種函數式：

(1) 粘滯流，用普衣修 (Poiseuille) 氏公式：

$$f = \frac{64}{\mathbf{R}} \quad (2\cdot 18)$$

(2) 光管內之紊流，以白顫修 (Blasius) 氏公式爲例：

$$f = \frac{0.316}{\mathbf{R}^{0.25}} \quad (2\cdot 19)$$

(3) 糙管內之紊流，以卡門－普郎特 (Karman-Prandtl) 二氏公式爲例：

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10} \frac{d}{2k} + 1.74 \quad (2\cdot 20)$$

§2·4 布金漢(Buckingham)氏法

布金漢氏法亦稱 π 定律法，爲應用更是普遍之尺度分析法。設有含變量 n 個之方程式，可書作一般形式爲：

$$\phi_1(X_1, X_2, X_3, \cdots\cdots, X_n) = 0 \tag{2·21}$$

n 個變量中所含之基本尺度共有 m 種，如前所述；(2·21) 式內之變量，可組合成無尺度之純數 (n−m) 個。於 n 個變量中選擇 m 個基本變量或獨立量，內含基本尺度 m 種，依次與所餘之 (n−m) 個變量中之一個相結合，得 (n−m) 個函數，調整基本變量之指數，可使此種函數，均成爲無尺度之函數，以 π 函數名之。是以 (2·21) 式化成：

$$\phi_2(\pi_1, \pi_2, \cdots\cdots, \pi_{n-m}) = 0 \tag{2·22}$$

(2·22) 式輔以實驗之結果，可求得用 π 函數表示某一項主要變量之式。

仍以上節之管流公式爲例說明之如次：設管流阻力 R 與變量 l, ρ, V, μ, d, k 等，書成一般之函數式如次：

$$\phi_1(R, l, \rho, V, \mu, d, k) = 0 \tag{2·23}$$

本例有變量7個，含基本尺度3種，無尺度之 π 函數當爲4個。今選定包括全體基本尺度之R, l, ρ 爲基本變量，依次與所餘之 V, μ, d, k 中之一項相結合，結合時R, l, ρ 各帶以不同之指數，使此等函數能爲無尺度之 π 函數，卽：

$$\left.\begin{aligned}\pi_1 &= R^{a_1}\, l^{b_1}\, \rho^{c_1}\, V\\ \pi_2 &= R^{a_2}\, l^{b_2}\, \rho^{c_2}\, \mu\\ \pi_3 &= R^{a_3}\, l^{b_3}\, \rho^{c_3}\, d\\ \pi_4 &= R^{a_4}\, l^{b_4}\, \rho^{c_4}\, k\end{aligned}\right\} \tag{2·24}$$

式中之待定指數 a_1, b_1, c_1, a_2, ……b_4, c_4 等，可由 π 函數之尺度爲 1 以決定之。

π_1: $$(M)^0(L)^0(T)^0 = 1 = (MLT^{-2})^{a_1}(L)^{b_1}(ML^{-3})^{c_1}(LT^{-1})$$

式中分別令 [M], [L], [T] 之指數和爲零，得：

[M]: $0 = a_1 + c_1$

[L]: $0 = a_1 + b_1 - 3c_1 + 1$

[T]: $0 = -2a_1 - 1$

上式聯立解之，得： $a_1 = -\frac{1}{2}$, $b_1 = 1$, $c_1 = \frac{1}{2}$, 故

$$\pi_1 = R^{-\frac{1}{2}}\, l\, \rho^{\frac{1}{2}}\, V = \frac{\rho^{\frac{1}{2}}\, l\, V}{R^{\frac{1}{2}}}$$

按同法，可得： $a_2 = -\frac{1}{2}$， $b_2 = 0$， $c_2 = -\frac{1}{2}$， 卽

$$\pi_2 = \frac{\mu}{R^{\frac{1}{2}}\,\rho^{\frac{1}{2}}}$$

又 $a_3 = 0,\ b_3 = -1,\ c_3 = 0$，得　$\pi_3 = \dfrac{d}{l}$

又 $a_4 = 0,\ b_4 = -1,\ c_4 = 0$，得　$\pi_4 = \dfrac{k}{l}$

因之 (2·23) 式可改爲：

$$\phi_2\left(\frac{\rho^{1/2}\, l\, V}{R^{1/2}},\ \frac{\mu}{R^{1/2}\rho^{1/2}},\ \frac{d}{l},\ \frac{k}{l}\right) = 0 \tag{2·25}$$

或書爲：

$$\frac{\rho^{1/2}\, l\, V}{R^{1/2}} = \phi_3\left(\frac{\mu}{R^{1/2}\rho^{1/2}},\ \frac{d}{l},\ \frac{k}{l}\right) \tag{2·26}$$

由於 (2・26) 式中之所論者均爲無尺度量，或任何一純數如以本身之另一函數代換，或則諸純數彼此互乘，祇須保持純數之項數不改，並不影響此間所論問題之本質。故式中各項可作如下之處理：

$$\left(\frac{\rho^{1/2}\, l\, V}{R^{1/2}}\right) \div \left(\frac{\rho^{1/2}\, l\, V}{R^{1/2}}\right)^2 \div \left(\frac{d}{l}\right) = \frac{R^{1/2}}{\rho^{1/2}\, d\, V}$$

$$\left\{\left(\frac{\mu}{R^{1/2}\rho^{1/2}}\right) \div \left(\frac{\mu}{R^{1/2}\rho^{1/2}}\right)^2\right\} \times \left(\frac{\rho^{1/2}\, l\, V}{R^{1/2}}\right) \times \left(\frac{d}{l}\right) = \frac{Vd\rho}{\mu}$$

$$\left(\frac{d}{l}\right) \div \left(\frac{d}{l}\right)^2 = \frac{l}{d}$$

$$\left(\frac{k}{l}\right) \div \left(\frac{d}{l}\right) = \frac{k}{d}$$

代入 (2・26) 式，得

$$\frac{R^{1/2}}{\rho^{1/2}\, d\, V} = \phi_4\left(\frac{Vd\rho}{\mu},\ \frac{l}{d},\ \frac{k}{d}\right) \tag{2·27}$$

或最後得

$$R = \rho d^2 V^2 \phi_5\left(\frac{Vd\rho}{\mu},\ \frac{l}{d},\ \frac{k}{d}\right) \tag{2·28}$$

此與 (2・12) 式相同，但形式更是普遍。

§2·5　用布金漢氏法求液體流動之一般公式

設影響液體流動之變量，計有三類：(1)邊界條件，以線尺度 a, b, c, d 表示，(2)某種運動要素及動力要素，以流速 V 及壓力差 Δp 爲例，(3)流體之物理性質，如密度 ρ，比重 γ，粘滯率 μ，表面張力 σ，及體積彈性係數 K 等。今應用布金漢氏法或 π 定律，試求此三類變量間之關係如次。

先書諸變量之一般函數式爲：

$$\phi_1(a, b, c, d, V, \Delta P, \rho, \gamma, \mu, \sigma, K) = 0 \tag{2·29}$$

其間共有 11 項變量，包括基本尺度 3 種，故無尺度之 π 函數共有 8 個，卽式爲：

$$\phi_2(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8) = 0 \tag{2·30}$$

今選包括 [M]，[L]，[T] 三者之 a, V, ρ 三個變量爲獨立量或基本變量，8 個 π 函數可書作：

$$\left.\begin{array}{ll}\pi_1 = a^{x_1} V^{y_1} \rho^{z_1} b^{-1}, & \pi_2 = a^{x_2} V^{y_2} \rho^{z_2} c^{-1} \\ \pi_3 = a^{x_3} V^{y_3} \rho^{z_3} d^{-1}, & \pi_4 = a^{x_4} V^{y_4} \rho^{z_4} \Delta P^{-1} \\ \pi_5 = a^{x_5} V^{y_5} \rho^{z_5} \gamma^{-1}, & \pi_6 = a^{x_6} V^{y_6} \rho^{z_6} \mu^{-1} \\ \pi_7 = a^{x_7} V^{y_7} \rho^{z_7} \sigma^{-1}, & \pi_8 = a^{x_8} V^{y_8} \rho^{z_8} K^{-1}\end{array}\right\} \quad (2\cdot31)$$

諸待定指數之求法同上節，今以π_1 函數爲例，演算之如次：

$$(M)^0 (L)^0 (T)^0 = 1 = (L)^{x_1} (LT^{-1})^{y_1} (ML^{-3})^{z_1} (L)^{-1}$$

[M]：　$0 = z_1$

[L]：　$0 = x_1 + y_1 - 3z_1 - 1$

[T]：　$0 = -y_1$

聯立解之，得：　$x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ z_1 = 0,$　故

$$\pi_1 = \frac{a}{b}$$

同樣，得：　$\pi_2 = \frac{a}{c},\quad \pi_3 = \frac{a}{d},\quad \pi_4 = \frac{V^2}{\frac{\Delta p}{\rho}},\quad \pi_5 = \frac{\rho V^2}{\gamma a},\quad \pi_6 = \frac{\rho V a}{\mu},$

$$\pi_7 = \frac{V^2 a \rho}{\sigma},\quad \pi_8 = \frac{\rho V^2}{K}$$

代入(2•30)式，得　$$\phi_2\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{V^2\rho}{\Delta p}, \frac{V^2\rho}{\gamma a}, \frac{V a \rho}{\mu}, \frac{V^2 a \rho}{\sigma}, \frac{V^2 \rho}{K}\right) = 0 \quad (2\cdot32)$$

將流速V與壓力差Δp之關係提出，則爲

$$V = \phi_3\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{V^2\rho}{\gamma a}, \frac{V a \rho}{\mu}, \frac{V^2 a \rho}{\sigma}, \frac{V^2 \rho}{K}\right)\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad (2\cdot33)$$

(2•33)式中流體之物理性質γ，μ，σ，K各爲密度所除，使得與質量無關之運動性常數，分別以地引加速常數g，運動粘滯率ν，運動毛管作用ω，運動彈率e表示之：

$$g = \gamma/\rho,\quad \nu = \mu/\rho,\quad \omega = \sigma/\rho,\quad e = K/\rho \quad (2\cdot34)$$

又(2•33)式中函數內之後四項，爲四個著名之純數：

霍特氏數(Froude Number) **F**　　$$F = \frac{V^2\rho}{\gamma a} = \frac{V^2}{g a} \quad (2\cdot35)$$

雷諾氏數(Reynolds Number) **R**　　$$R = \frac{V a \rho}{\mu} = \frac{V a}{\nu} \quad (2\cdot36)$$

衞伯氏數(Weber Number) **W**　　$$W = \frac{V^2 a \rho}{\sigma} = \frac{V^2 a}{\omega} \quad (2\cdot37)$$

柯奇數氏(Cauchy Number) **C**　　$$C = \frac{V^2\rho}{K} = \frac{V^2}{e} \quad (2\cdot38)$$

知(2・32)式中所指出之V與Δp之關係，則爲歐羅氏數(Euler Number)，以**E**表之：

$$\mathbf{E}=\frac{V^2}{\frac{\Delta p}{\rho}} \qquad (2\cdot39)$$

故(2·32)，(2·33)兩式可分別書爲：

$$\phi_2\left(\frac{a}{b},\frac{a}{c},\frac{a}{d},\mathbf{E},\mathbf{F},\mathbf{R},\mathbf{W},\mathbf{C}\right)=0 \qquad (2\cdot40)$$

及

$$V=\phi_3\left(\frac{a}{b},\frac{a}{c},\frac{a}{d},\mathbf{F},\mathbf{R},\mathbf{W},\mathbf{C}\right)\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \qquad (2\cdot41)$$

式中$\frac{a}{b}$，$\frac{a}{c}$，$\frac{a}{d}$則爲代表邊界條件之線尺度比值，顯然均爲純數。可見控制流體流動之五種著名純數**E**,**F**,**R**,**W**,**C**，互成函數。如於(2・32)或(2・40)式中將$V^2\rho/\Delta p$或**E**以外之其他一項提出，亦可得類似於(2・33)或(2・41)式之公式。

(2・35)，(2・37)，(2・38)三式之左方，亦有分別書作$\mathbf{F}^2$，$\mathbf{W}^2$，$\mathbf{C}^2$者。又(2・35)至(2・38)四式中之線尺度a，係一般性的長度特性，必要時可用b，c，d之任一項代換之。基於上節所述之各項純數，可相互演化，不礙問題之本質，故此間所論者，並無關係。

又(2・31)式中變量之與三個基本變量相結合時，用指數爲-1，如此可免上節演化(2·27)式時再將純數項取倒數之手續。指數爲$+1$或-1，本質上並無關係，理由亦如上述。

第三章　水力相似性原理

§3·1　相似性力學之應用範圍

在試驗室內，不論試驗工作中是否包括流體流動之基本研究，或以模型來分析研究水工建築物之設計，力學相似原理之知識，乃爲必要者。至於各種水力問題之分析，必須考慮流體之物理性質，如粘滯性、表面張力、密度、彈性與溫度等，已爲衆所週知。

水力相似原理通常用於模型試驗，藉以協助解決各種流水力學問題之設計工作。此果爲水力相似性之重要應用，但尙非惟一之應用；工程師不僅將相似性原理用於船舶飛機與各種水工建築物之設計，並可藉之從某種流體或固體之運動情形，分析另一種流體或固體之運動情形。例如由於水或他種流體在一管路內之已知流動情形，可用相似性之基本原理，推斷氣體或油質在另一管路內之流動情形。

一般力學之應用範圍，常不受限制，但力學相似性之應用，具有一定限制。實際上所遭遇之各種動力學問題，並非全部均能用力學相似性求得解決者。就數學觀點論之，運動之絕對相似性，極難達成。通常之限制，常可與試驗所需之精度相一致，故此等限制有時常被略去。

§3·2　相似性力學之涵義

相似性力學（Mechanics of Similitude）用以研究二物體間之力學相似問題。力學依普通之分法，可分爲靜力學與動力學兩部份，在動力學部份，又常將力與純粹之運動分開。故其間之相似性問題，亦沿用此種分法。力與運動之相似，首先需要具備彼此之幾何相似，因此關於相似性問題，可區分爲下列四種：

(1) 幾何相似性（Geometrical Similarity）——僅指形狀之相似，如果兩物體之相應尺度比例恆等時，即稱爲幾何相似。

(2) 運動相似性（Kinematic Similarity）——爲運動之相似，設兩運動現象之運動狀態與途徑呈幾何相似，及相應質點之速率之比例恆等時，即稱爲運動相似。

(3) 動力相似性（Dynamical Similarity）——爲質量與力之相似。若二運動現象具有運動相似性，且各相應質量及各相應部位所作用力之比例，亦爲恆等時，稱爲動力相似。完全之動力相似性，爲一種理想，模型試驗中罕能達成。

(4) 靜力相似性（Static Similarity）——爲無相互運動時之平衡狀態下，二物體不僅保持幾何之相似，尙同時具備各項靜力（包括質量）之相似。如研究靜水壓力及工程材料所受之各項應力與其應變等問題。但此項問題，已可由靜水力學之公式直接計算，不必再藉模型試驗研究。因此在水力相似性問題中，常不列入。

§3·3　相似運動間各物理量之比例關係

原體與模型中所發生之二種相似運動，均應符合牛頓之基本力學定律；即作用力等於質量與加速度之乘積。故原體與模型間任意二均勻質點具有一對相應之加速力，不僅各與其相應質點之加速