结构的优化设计

李炳威 编著

科学出版社

结构的优化设计

李炳威 编著

科学出版社
1979

内 容 简 介

本书从结构的受力与传力特征出发，引出了结构优化设计的思想，并紧密结合国内外的工程实例，对结构优化设计理论与方法作了简要的阐述，还具体地介绍了满应力、满应变能等准则方法，以及线性规划、非线性规划、动态规划等数学规划方法在结构优化设计中的应用．

本书可供建筑、铁路、公路、水利、航空、造船与机械等工程结构技术人员和有关大专院校的师生参考．

结 构 的 优 化 设 计

李炳威 编著

*

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

上海商务印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1979 年 2 月第一版　开本：787×1092 1/32

1979 年 2 月第一次印刷　印张：9 1/4

印数：0001—39,530　字数：210,000

统一书号：15031·216

本社书号：1333·15—1

定 价：0.95 元

前　　言

结构的优化设计就是从各种可能的很多个结构设计方案中寻求最好的方案，使其尽可能满足多快好省的要求．但是结构设计的传统方法，长期以来都是首先凭借经验和判断作出结构方案的选择，然后进行结构的强度、刚度和稳定性的分析与计算，这里的结构分析只是起到安全校核的作用．在采取以上设计程序之后，即使有必要时偶而也进行一、二次甚至更多次包括总体布置、材料与尺寸的选择等结构方案的修改，但作为结构力学的主要任务来说，它只是被动地分析工程结构在各种荷载作用下的反应，为结构既定方案的校核提供计算数据而已．

随着生产的迅速发展，这种传统的结构设计步骤与方法已经不能适应对于工程结构提出来的更高、更复杂的要求，尤其在宇宙航行、深潜航海、高能物理等工程领域中，更是缺乏成熟的先例供选择结构方案时参考或作为依据．生产实践已经向结构力学工作者提出了新的研究课题：工程结构的分析与计算如何从被动地安全校核，转变为积极主动地从各种可能的众多个设计方案中寻求尽可能完善或最适宜的方案——优化设计．自五十年代以来，电子计算机和计算技术的迅速发展，使得工程结构人员能够从大量繁复冗长的计算工作中解放出来，把设计工作的主要精力转到优化方案的选择方面来；数学工作者又在数学方法中丰富发展了运筹学、规划论等数学分支的内容，为优化设计提供愈来愈多的优化算法；加上新材料与新工艺的创造与革新等等，都为优化设计提供了

强有力的手段和现实的物质条件，使得优化设计的研究在六十年代中期以后得到了非常迅速的发展.

目前，我国不少单位开展了优化设计方面的工作，并取得了一些可喜的成果与经验.

作为结构优化设计的入门向导，本书的编写尽可能结合国内外工程应用的实例，对结构优化设计的基本理论和计算方法作了简要的介绍. 从结构优化设计的理论和方法的最近进展来看，基本上可以归结为两大类：第一类是准则方法，这类方法是从结构力学的原理出发，首先选定使结构达到最优的准则，例如满应力准则、能量准则等等，而后根据这些准则寻求结构的最优解，即所谓的满应力设计、满应变能设计等；第二类是数学方法，这类方法是从解极值问题的数学原理出发，运用数学规划和优选法等各种方法，求得一系列设计参数的最优解. 就第二类方法本身来讲，大体上又可分为间接最优化方法（或称分析最优化方法）和直接最优化方法（或称试验最优化方法）；前者是把研究对象用数学方程描述出来，然后用数学解析方法求其最优解，后者只要求对目标函数进行比较，视其好坏逐步达到最优方案.

作为近代结构力学发展的一个重要方面，优化设计的研究与应用还只是处在方兴未艾的阶段. 比之已经相当成熟的结构分析，由于优化设计涉及到数学方法、计算技术和工程实践等多方面，因而问题复杂得多，研究工作也将是长期的. 但是，只要我们勇于实践，不断总结经验，认真吸取国外先进技术，我们就一定能逐步发展结构优化设计的理论与方法.

本书稿作为推广电子计算机应用短训班的讲义，于1976年写成，曾受到多方面的鼓励，并收到了很多宝贵意见，之后，又进行了修改与补充. 由于水平有限，错误与缺点难免，望读者批评指正.

目　　录

第一章　结构的合理形式

工程结构就是根据一定的形式和使用要求，用建筑材料构成的整体，用它来承受一定的荷载，并通过它将荷载最后传到支座上去．结构分析的任务就是研究结构的组成方式，受力性能，以及结构在各种外因影响下的强度、刚度和稳定性计算的原理和方法．和所有其他学科一样，结构分析的理论和计算方法也是随着人们在实践中对自然规律认识的深入而不断地得到改善或发展的，以使之更加符合客观的实际情况．正如毛主席所指出的："实践、认识、再实践、再认识，这种形式，循环往复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度"．人类的建筑历史是悠久的．在结构工程实践的基础上，优化设计的概念很早就产生了．早期的等强度梁、米歇尔(Michell)桁架的理论研究，以及象桁架、拱、悬索、薄板与壳体等结构形式，都是根据这一概念逐一地产生和发展而来的．事实说明，只有建立了关于结构组成和受力特性等方面的正确概念，再与合理的计算原理和方法结合起来，就有可能找到强度高、刚度大、省料、经济而又合理的结构形式．

§1.1　关于传力路线和结构的合理外形问题

人们在生产活动中凭借长期所积累的经验和实践的验证，早已在结构的受力性能方面总结出一条原理，这就是：若作用在结构上的荷载愈能被支承反力直接平衡，或者说荷载

传到支座的路线愈直接，则结构的重量就愈轻.

中心受压的柱子是承受直接压力，因而是传力最直接的一个最简单而又典型的例子[图 1.1(a)]. 用截面法剖截该柱的各个截面，通过分析可知其中内应力的分布是最均匀的，因此，材料最能尽其所用.

在一般情形下，作用在结构上的外力与支承反力常不在同一直线上相遇，外荷载总是要走相当的"弯路"才能传到支座上去. 图 1.1(b) 所示受力弯曲的梁就是属于这种情形，作用在梁上的外力不是走直线直接传到支座，而是走了相当"弯路"之后，才被支座反力 R_A 与 R_B 所平衡. 走"弯路"必然伴随着截面的旋转；力作用于物体使物体发生旋转的效果是用力矩来量度的；弯道愈长，力矩就愈大，旋转也就愈甚. 在这种情形下，若用截面法剖析各个截面，可以看出，外力引起的旋转力矩必然要在各个截面中产生相应的内力矩. 内力矩愈大，截面内的应力分布就愈不均匀，材料也就愈不能尽其所用，从而结构的重量就要相应地增大. 因此，为减轻结构重量，在工程结构设计中，就要尽量避免走"弯路"或少走"弯路". 人们在长期生产活动实践中，就是从传力愈直接，结构重量愈轻这一原理出发，探索与寻求各种合理的结构型式，并在此基础上进一步变化其截面使各部分材料都得以充分发挥作用.

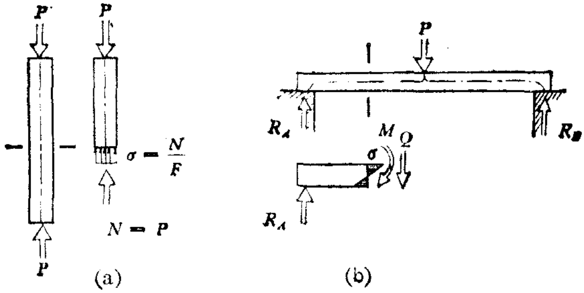


图 1.1

大家都知道，悬索是只能承受轴向拉力，不能承受弯矩，传力最直接的柔性结构. 当在悬索上挂有间距相等、大小相同的集中力系时，其所形成的轴线形式将十分接近抛物线[图 1.2(a)]. 如果将此轴线反过来，悬索就变成了拱，这就是说，如果拱受有与上述相同的集中力系或均布荷载作用时，而拱的轴线又呈抛物线形状，则外荷载将沿着最直接的途径传到支座，拱的截面内只产生直接压力. 如果拱的轴线与抛物线有偏差时[图 1.2(c)]，荷载传到支座的过程中就要走"弯路"，在拱的截面内将相应地产生弯曲应力，从而使结构加重. 因此将拱与梁进行比较，其优越性就在于，我们可以选择拱的合理轴线，使之尽可能与压力线吻合，以避免走"弯路"，或少走"弯路"，从而将截面中的内力矩减到最低，使应力分布最匀，最充分地发挥材料的能力.

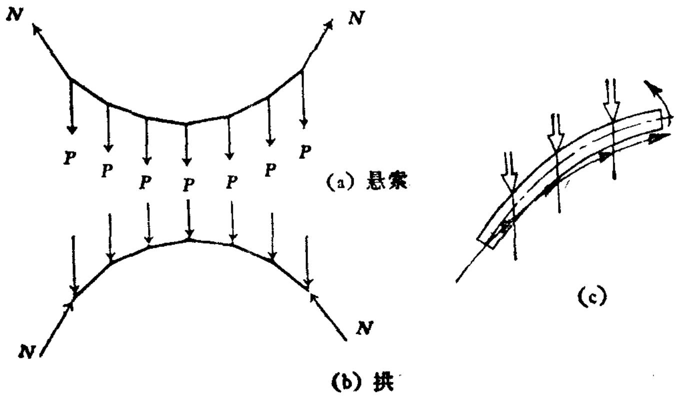
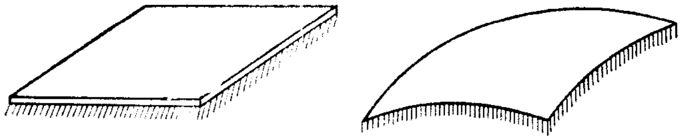


图 1.2

与平面结构中的梁与拱一样，如果说在空间结构中的薄板结构[图 1.3(a)]类似于主要承受弯曲的梁，则薄壳结构[图 1.3(b)]可以看成是拱的近代形式，它和拱相类似，由于壳体结构的形式合理，主要承受两个方向的直接压力(通称为

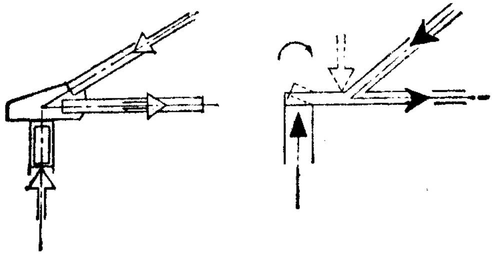
薄膜压力). 实践证明,这种重量轻、耗料少的薄壳结构是一种比较理想的结构形式,因此,在工程技术各个领域里已经得到了广泛的应用.



(a) 薄板　　(b) 薄壳

图 1.3

力不走"弯路"的原则不仅适用于整个结构,也适用于结构中的每一个部分,例如对于作用在桁架端部结点的力,诸如上弦杆的轴向压力、下弦杆的轴向拉力和支座反力,我们应尽可能使其交会于一点,否则就会产生如图 1.4 所示的旋转力矩. 又如主梁与次梁,柱与梁或柱与板的连接是直角相交的,由于突然变换方向,内力的传递不仅违反了走顺路的原则,而且拐了大弯,这就不可避免地要在构件连接处的一个局部区域内出现应力高峰,因而配筋就要大量集中. 如果在连接处采用加腋或曲线过渡的办法,应力峰值就会显著降低,但是目前由于混凝土的施工方法条件所限,这样做也不见得一定能收到经济效果. 因此对于类似这种问题,我们就必须从结构



(a) 无弯曲　　(b) 弯曲

图 1.4

型式和造价等各个方面综合考虑，权衡轻重，才能评价结构设计的优劣.

可以预计，随着优化设计研究的进一步发展，“传力最直接，重量最轻”这一基本原理在怎样选择结构的合理形式方面，其作用将愈来愈深远.

§1.2 关于应力分布和截面的合理形式问题

“圆木作成矩形截面梁的高宽比应为三比二”，这是我国宋朝建筑师李诫在其所著的《营造法式》一书中作出的规定. 这一规定完全符合现代梁的计算理论. 由此可见，我国劳动人民在古代就已经掌握了梁的受力性能，并懂得如何科学地选择经济合理的截面尺寸.

跨越一定空间并承受一定外荷载的结构，外荷载的传递又不可避免地要走“弯路”，这是最为常见的情形. 梁、板就是这类结构中最基本也是应用最为广泛的部分，它们主要承受旋转力矩——弯曲力矩. 关于梁的应力计算，材料力学中有一个大家熟知的公式，即

$$\sigma=\frac{My}{J_z}$$

这就是说，弯曲应力 σ 和弯曲力矩 M、距离 y 成正比，而和截面的惯性矩 J 成反比. J 是量度构件中材料分布的一个指标. 材料分布距形心愈远，J 就愈大，梁能承受的弯矩也就愈大. 因此，对于不可避免地要走“弯路”的梁式结构，可以利用弯曲应力与 J 成反比的原理，尽可能地增大 J，以减小弯曲应力，提高结构的承载能力.

若将一根直径为 d 的圆木锯成矩形截面的梁，问矩形截面的高 h 和宽 b 应如何选择，才能使梁的 J 最大，即截面的设

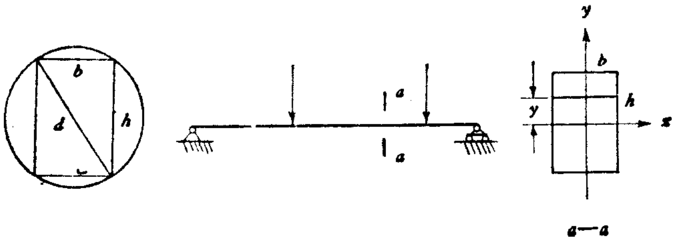


图 1.5

计最为合理,下面就来回答这个问题.

由材料力学中的强度条件可以得到

$$\sigma_{\max}=\frac{M}{W}\leqslant[\sigma]$$

而

$$W=\frac{J_z}{y_{\max}}$$

称为梁的抗弯截面模量. 显然, 在直径 d 已确定的圆木中寻求一个矩形截面, W(或 J)愈大,就愈能充分利用材料. 而矩形截面的抗弯模量 W 为:

$$W=\frac{1}{6}bh^2$$

由图 1.6 可见 b 与 h 间的关系为

$$h^2=d^2-b^2$$

由此可得

$$W=\frac{1}{6}b(d^2-b^2)$$

在 b 的变化范围 $(0, d)$ 之内,求 W 对于 b 的导数

$$\frac{dW}{db}=\frac{1}{6}(d^2-3b^2)$$

并使之等于零,即

$$d^2-3b^2=0$$

解此方程式，可得

$$b=\frac{d}{\sqrt{3}}$$

通过这种讨论可知，当 $b<d/\sqrt{3}$ 时，W 单调增加，而 $b>d/\sqrt{3}$ 时，W 则单调减少，因此 $b=d/\sqrt{3}$ 时，W 取得最大值．将 $b=d/\sqrt{3}$ 代入 b 与 h 的关系式中，可以求得

$$h^2=d^2-b^2=d^2-\frac{d^2}{3}=\frac{2}{3}d^2$$

或

$$h=\sqrt{\frac{2}{3}}d$$

这就是说，当矩形截面的高宽比为

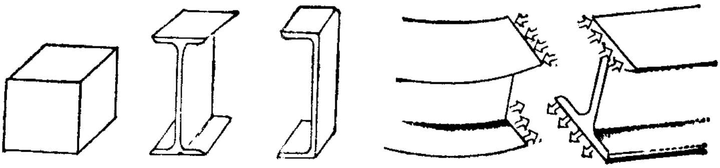
$$\frac{h}{b}=\sqrt{\frac{2}{3}}d\Big/\sqrt{\frac{1}{3}}d=\sqrt{2}=1.414$$

时，抗弯截面模量 W 或截面的惯性矩 J_z 为最大．显然，这一比值和李诫所规定的 3/2 是十分接近的．

对于金属材料的梁，为了最充分地利用材料，多数采用形状比较复杂的截面形式．

当梁承受荷载弯曲时，它上面的纤维被压缩，下面的纤维被拉伸，可见上面与下面之间必有一个既不压缩也不拉伸的中间层．我们称这一中间层为中性层，它与每一个横截面的交线称为中性轴．由此可见，对于任一截面而言，愈是靠近中性轴的材料愈是不能被充分利用．因此，最理想的是把矩形截面中间部分的材料尽可能地移到弯曲应力较大的上面和下面边缘上去，这样，梁的截面形状自然就会由矩形逐渐演变为工字形，[形或者 T 字形．图 1.6 中列举了具有同样弯曲强度(即 W 相等)，但形状不同的三种截面．如果比较三者的重量，可以发现它们之间相差十分悬殊，若令正方形截面的单位长度重量为 131.8 公斤/米，则工字形和 [形截面的重量

却只有正方形截面的 1/5 左右，它们分别为 27.9 公斤/米和 24.99 公斤/米.



131.8 公斤/米 27.9 公斤/米 24.99 公斤/米

图 1.6

由此可见，将截面作这样的改变，可以用最小的重量构造成抗弯模量最大的截面. 用空心圆截面代替实心圆截面的机轴，同样也是将轴心附近起作用不大的那部分材料移到最外层，以增大机轴的抗弯与抗扭模量.

如图 1.7 所示，由矩形梁发展到工字形梁，如果再进一步在梁的长度方向挖去邻近中性层的一部分材料，梁就自然而然地会演变成梁式桁架. 虽然，桁架是由梁引伸变化而来的，但是由梁发展到桁架，在受力性能方面却发生了质的变化. 从总体上来说，梁式桁架的任务和梁是一样的，它们主要是承受弯曲，但是从组成桁架的各根杆件的局部受力性能来说，它们都是只承受直接拉力或直接压力的轴力杆. 这种轴力杆受力均匀，材料利用率高，因此适用于大跨度的跨越结构.

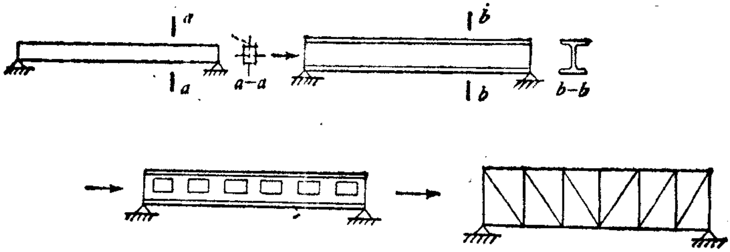
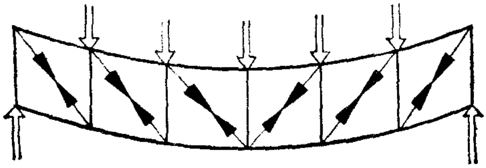


图 1.7

由于桁架的任务和梁一样，主要是承受弯曲，因此对于一般的桁架而言，下弦杆受拉，上弦杆受压，斜杆的作用和工字形梁的腹板一样，主要承受剪力．拉杆的设计受强度条件的控制，压杆除强度条件之外，还受稳定条件的控制．多数情况下，由于压杆的失稳破坏先于它的强度破坏，材料不能被充分利用，因此，应尽可能将斜杆布置排列成使其受拉（图 1.8）．



斜杆受拉并向支座处增加

图 1.8

理想的桁架外形要服从于使外荷载尽可能少走"弯路"，这就是说，只要我们把不同截面、不同长度的杆件加以巧妙地布置与排列，就可以不断地降低结构的重量，提高它的强度，从而也就减少了材料消耗．

如果进一步研究梁的弯曲应力公式则可以发现，在一般情况下，弯矩 M 是沿梁的长度而改变的，故按最大弯矩选择截面尺寸，只是在 M_{max} 处才是必要的，而在其他位置，若截面尺寸仍保持不变，则从材料尽其所用方面来讲就不经济．为了充分利用材料，我们可以使截面的惯性矩 J 或抗弯模量 W 成为随着 x 的改变而改变的一个函数，并且满足如下关系式：

$$W(x)=\frac{M(x)}{[\sigma]}$$

即梁中每一截面的 W 与弯矩 M 成比例地变化．在这种情况下，梁的所有截面上最大正应力 σ 都是相同的，而且均等于容许应力 $[\sigma]$，我们称这类梁为等强度梁．

例如图 1.9 所示的悬臂梁 AB，在自由端承受一集中载荷 P，假定梁的宽度不变，且等于 b，则

$$M(x)=Px$$

$$W(x)=\frac{1}{6}bh(x)^2$$

由梁的强度条件可得

$$\frac{1}{6}bh(x)^2=\frac{Px}{[\sigma]}$$

或

$$h(x)=\sqrt{\frac{6Px}{b[\sigma]}}$$

因此，梁的截面高度 h 是依抛物线而变化，且抛物线的面积等于 $\frac{2}{3}lh_{\max}$. 这种情况与等截面梁相比较，节省材料约 33%.

需要注意的是，以上所述是按照正应力的强度条件来确定其截面，因此，在 B 端梁的高度应为零. 为了保证剪应力强度，在 B 端梁的截面必须加以适当修正，以使得梁内实际剪应力不超过允许剪应力 $[\tau]$. 由此，求得 B 端截面的最小厚度为

$$h_{\min}=\frac{3}{2}\,\frac{P}{b[\tau]}$$

同样是这个悬臂梁，在自由端承受一个集中荷载 P，如果选取高度 h 为常数的工字形截面，并假定翼缘面积为 F_x，则由梁的强度条件可得：

$$\frac{1}{2}F_xh=\frac{Px}{[\sigma]}$$

或

$$F_x=\frac{2Px}{h[\sigma]}$$

即翼缘的面积 F_x 应为沿长度成线性变化. 但是根据刚度条件，若只考虑翼缘弯曲引起的变形，则得挠度 δ 的公式如下：