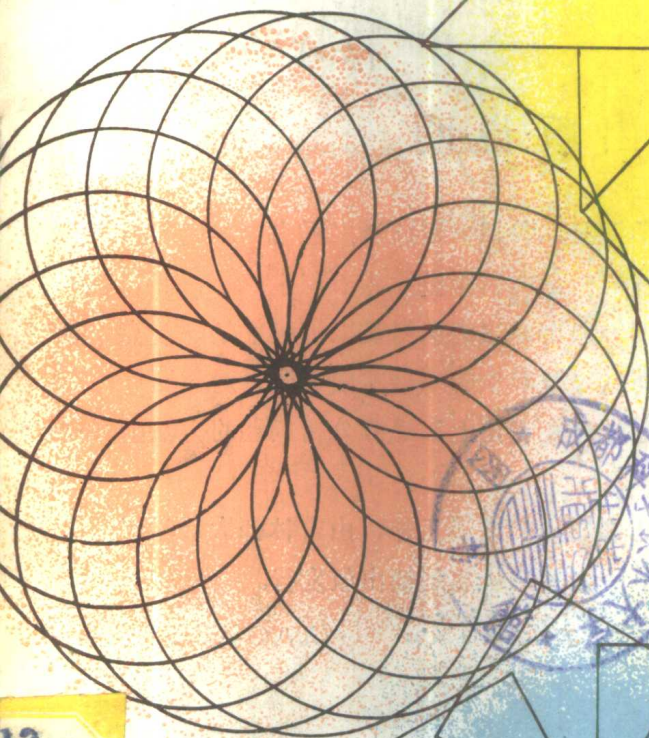


633111 大学图书馆
31312
7/4464
T-4

日本中学生数学丛书

4



12
464

方程式

日本中学生数学丛书(4)

方 程 式

[日] 村野英克 著

任永泰 译 马忠林 审校

吉林人民出版社

内 容 提 要

《方程式》是日本山梨大学教授横地清主编的中学生数学丛书第4卷。本书共分五章：有集合，数与方程，一次方程，二次方程和复数等。主要应用集合概念讲述一次方程和二次方程，特别是着重地探讨了方程的解与图象的关系。由于解方程的需要，同时扩展了数的概念。在有理数的基础上，先扩展到实数，进而扩展到复数。数概念扩展与方程的讲述配合恰到好处。

本书的特点是紧密结合生活实际详尽地讲述概念和一些理论，讨论问题细致深入，语言通俗生动。是广大中学数学教师教学、备课较适用的参考书，是中学生丰富数学知识不可多得的一本课外读物。

日本中学生数学丛书(4)

方 程 式

(日) 村野英克 著

任永泰 马忠林 审校

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 4印张 71,000字

1981年3月第1版 1981年3月第1次印刷

印数：1--7,980册

书号：13091·69 定价：0.55元

出版说明

为了解国外教学情况，我们组织翻译出版由日本山梨大学教授横地 清主编的一套中学生数学丛书共十二卷，它是日本中学生的数学课外读物。这套丛书是以近代数学的观点和方法，系统地阐述初等数学中的一些重要专题，对我国广大中学生和中学数学教师在理论上和思考分析问题的方法上均有参考价值。

共有十二名同志参加丛书翻译工作，由吉林师大数学系马忠林同志审校，从一九八〇年起陆续出版发行。

吉林人民出版社 一九八〇年元月

目 录

第一章 谈谈集合

§ 1 事物的集体	1
(1) 集合	1
(2) 子集与全集	4
§ 2 并集和交集	7
(1) “或”和“与”	7
(2) 并集和交集	11
§ 3 点的集合	14
(1) 点和直线	14
(2) 直线和平面	17

第二章 数与方程

§ 1 数集与数轴	18
(1) 整数与有理数	18
(2) 数轴	23
(3) 无理数	26
§ 2 等式和不等式	29

(1) 什么是等式?	29
(2) 等式的性质	31
(3) 不等式和区间	33
§ 3 方程和它的解	36
(1) 什么是方程?	36
(2) 方程的解	40
方程的历史(其一)	43

第三章 一次方程

§ 1 同解变形	44
(1) 同解方程	44
(2) 同解变形	49
§ 2 一次方程的解法	51
(1) 一次方程的解法	51
(2) 各种例子	54
§ 3 多变数的方程	58
§ 4 联立方程	62
(1) 联立方程	62
(2) 联立方程的解法	65
(3) 三元一次联立方程	71
§ 5 方程与图象	73
(1) 坐标	73

(2) 方程和图象	76
(3) 图象和方程的解	79
方程的历史(其二)	84

第四章 二次方程

§ 1 二次方程	85
(1) 二次方程	85
(2) 平方根	89
§ 2 二次方程解的公式	92
(1) 二次方程的解法	92
(2) 二次方程解的公式	96
§ 3 因式分解与二次方程	99
§ 4 二次方程和二次式的图象	103
(1) 二次式的图象	103
(2) 二次方程的解和二次式的图象	106

第五章 复数

§ 1 虚数	111
(1) 负数的平方根	111
(2) 虚数	115
§ 2 复数	118
(1) 复数	118

(2) 复数的运算	121
编者的话	125

第一章 谈谈集合

§1. 事物的集体

(1) 集 合

在星期日，朋友们到进君的家里来玩。有山本，田中，佐藤，渡边，井上等五人。都是进君的落合中学二年级A班的同学，大家在一起玩扑克。

在数学中，把具有某一特征的集体叫做集合。虽然所说的特征不易理解，但是玩扑克的六人集体，落合中学的二年A班的全体学生等都是集合。

如图1，把玩扑克的六人的集合，写成

{进，山本，田中，佐藤，渡边，井上}



图 1

就是使用中括号 $\{ \}$ 表示集合。

现在，如图 2，在进君的手里拿着扑克牌，这个牌的集体也可写成集合：

$\{ \text{方块} 3, \text{黑桃} 4, \text{黑桃} 10, \text{梅花} 8, \text{方块} 6 \}$ 。

属于集合的每一个个体叫做元素或元。山本，田中，佐藤等是玩扑克人集合的元素。

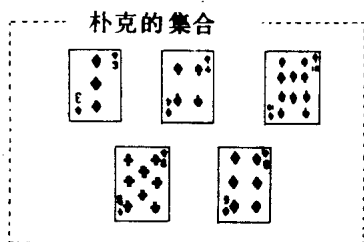


图 2

集合并不限于像人，扑克牌那样用眼睛可以看到的集体。例如，像 1, 2, 3, 4, ……这样叫作自然数的数，10 以下的全体自然数也是集合，可以把它表示为：

$\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

虽然在表示集合的 $\{ \}$ 中，把全体元素并列写出，这个集合很易于了解，但是当元素的个数很多的时候，要都写出来很麻烦，并且当集合的元素是无限个的时候将无法解决。于是表示从 1 到 10 的自然数集合时，可以用 x 来代表集合的元素，用

$\{ x \mid x \text{ 是不大于} 10 \text{ 的自然数} \}$

的书写方法表示。如果写成 $\{ x \mid \dots \}$ ，则……将就满足全体 x 的集合。

采用这种写法，二年级 A 班全体学生和全体自然数的集

合可写成

$\{x \mid x \text{ 是二年A班的学生}\}$

$\{x \mid x \text{ 是自然数}\}$

虽然所说的集合都是物体的集体，现在我们要考察一下物体的集体所具有的性质，能作出几个集合，他们之间存在什么关系。此时，把集合用图表示出来进行研究更容易理解（图3）。

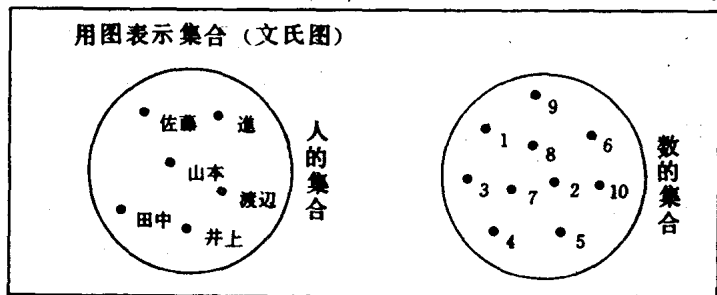


图3

在把集合用图表示时，如图3那样，可以把它用圆形闭曲线表出，把它的元素用它内部的点表示。曲线的大小与元的个数无关，可以随便确定。

这样，集合用闭曲线表示时，把这个图叫做集合的文氏图。

虽然物体的集体叫做集合，但是如“二年级A班高身材的全体学生”或者“全体大的自然数”等，都不能叫集合。为什么这样说？因为高于多少cm的人，算作高身材是不明确

的，所以不能确定哪个人属于集合，哪个人不属于集合，所

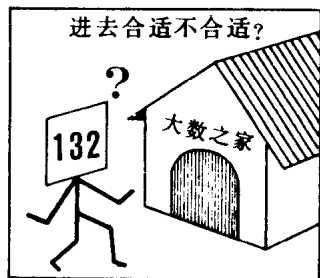


图 4

说的大的自然数，也是不明确的，不能确定多大的数是大的自然数（图4）。所说的集合必须确切地规定出包含在这个集体的元素，这是首先要明确的。

【想一想】 在1到10的自然数中，写出满足下述条件的集合的所有元素。

- (1) 3的倍数 (2) 7以上的数 (3) 与7相近的数

【略解】 (1) 3, 6, 9 (2) 7, 8, 9, 10

(3) 不是集合

(2) 子集与全集

考虑从1到10的自然数集合

$$\{x \mid x \text{ 是10以下的自然数}\}$$

在这10个自然数中，只把偶数选出来可以得到集合 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 。把这个集合叫做A，可写作

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

研究一些集合的时候，通常用大写字母来表示集合。

象A那样，把10以下的自然数中4的倍数集合，6的倍数集合写作：

$$B = \{ 4, 8 \}$$

$$C = \{ 6 \}$$

C 是只有一个元素的集合。

现在看A, B, C 三个集合的元素, B 的元素4, 8 两个都是集合A的元素, C 的元素6也是A的元素。这样, 在两个集合A和B中, 集合B的元素全部是集合A的元素时, 由于B是A的一部分, B叫做A的子集。这时, 也可以说B被A所包含, 或A包含B。

B是A的子集时, 使用符号 \supset , 写成

$$A \supset B \quad (\text{或 } B \subset A)$$

在上例中, C也是A的子集。

前面玩扑克的六人集合,

{进, 山本, 田中, 佐藤, 渡边, 井山}

是二年A班全体学生集合的子集。并且, 二年A班学生的集合是落合中学全体学生集合的子集, 可以写成

$\{ x \mid x \text{ 是落合中学的学生} \} \supset \{ x \mid x \text{ 是二年A班学生} \} \supset \{ \text{进, 山本, 田中, 佐藤, 渡边, 井上} \}$ 。

集合B是集合A的子集时, 把A, B两个集合写成文氏图, 将是什么样子呢?

B成为A的子集这一事实是B的元素都是A的元素。所以, 表示B的曲线可以画在表示A的曲线的内部(图5的①)。

把落合中学学生的集合画成文氏图, 则为图5的②。

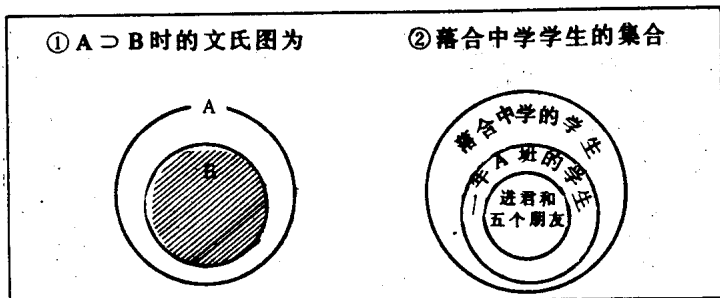


图5

一起讨论几个集合时，通常要考虑全集。例如， $A, B,$

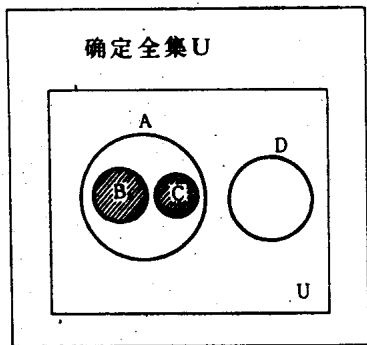


图6

C, D 四个集合一起讨论时，像图6那样确定一个把它们都包含进去的集合，在这里面研究集合的性质以及集合之间的关系。

这样，确定的包含所研究的集合的集合叫做全集，以字母 U 来表示。并且，如

果画出文氏图时，多半以长方形表示。

在第9页中作出 A, B, C 集合时，实际上，把10以下的自然数集合认为是全集。于是，把 A, B, C 作为它的子集作出。

规定全集的方法，应根据使研究集合怎样最合适，按当时情况来确定即可。例如，考虑扑克牌的集合，把全体扑克

牌的集合作为全集。此外研究数的集合时，最好是确定出最合适的数的范围作为全集。

集合A 是全集U的子集时，把所有是U的元素但不是A的元素构成的集合，叫做A的余集，记作 \bar{A} 。

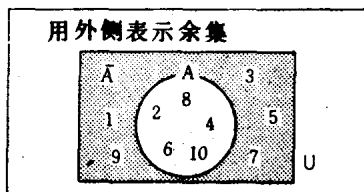


图7

U为10以下的自然数集

合， $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$ 时，则 $\bar{A} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ 。

在文氏图上， \bar{A} 是图7中涂黑色的部分，用表示A的曲线的外侧部分来表示。

【想一想】 在扑克牌里，把

$U = \{ x \mid x \text{ 是红桃和梅花牌} \}$ 作为全集， $A = \{ x \mid x \text{ 是红桃牌} \}$ ， $B = \{ x \mid x \text{ 是红桃5以下的牌} \}$ ， $C = \{ x \mid x \text{ 是5以下的牌} \}$ 。(1) 用 $\{ x \mid \dots \}$ 形式答出A的余集。(2) 哪些是A的子集？

【略解】 (1) $\{ x \mid x \text{ 是梅花牌} \}$ (2) B

§2. 并集和交集

(1) “或”和“与”

在进君的学校里，对所有学生的家庭作了一次调查。班主任老师说：「有弟弟或妹妹的人把手举起来。」的时候，因为

进君既有弟弟又有妹妹，开始迟疑了一下，然后把手举起来了。

通常使用“或”这个词的时候，它的意思是非常不明确的。例如

「此次旅行去镰仓或箱根。」

说这话的时候并没想去镰仓和箱根两个地方，一般来说只去其中的一个地方。按照这种想法，有弟弟和妹妹两者的进君就不能举手了。

按有弟弟和妹妹或者没有划分班里的学生时，

- (a) 既有弟弟又有妹妹的人的集合
- (b) 有弟弟但是没有妹妹的人的集合
- (c) 没有弟弟但是有妹妹的人的集合
- (d) 弟弟妹妹都没有的人的集合

可以分成四个集合，无论谁都属于这四个集合之一（图8）。

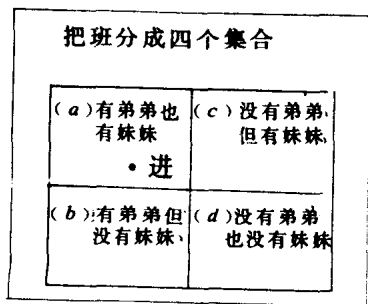


图8

在日常交谈中，“或”这个词的含意不明确并不太重要，但是在数学上要把“或”这个词的含意作如下的明确规定。

所谓“ p 或 q ”是指 p ， q 当中至少有一个成立。更明确地说，可以是仅仅 p 成

立，可以是仅仅 q 成立，也可以是 p ， q 都成立。

因而，所说的“有弟弟或有妹妹”是指属于前页的 (a) ， (b) ， (c) 三种集合之一的情形。在那里，由于进君是属于 (a) 的，所以他把手举起来在数学上是正确的。

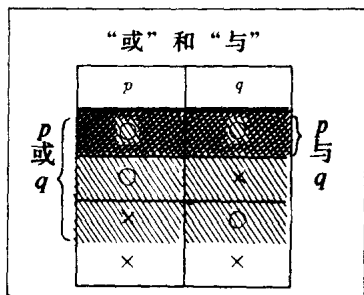


图9

像进君那样弟弟妹妹都有的情况，在日语中有：“有弟弟和妹妹”，“有弟弟并且也有妹妹”等各种说法。

像这样的情况，在数学上说成

“有弟弟与妹妹”

使用“与”这个词来表示。

通常说

“ p 与 q ”

是规定为 p 与 q 两者同时成立的意思（图9）。

在前面，在第8页和第12页已经解释了文氏图，在这里对文氏图的书写方法稍加研究。

有二集合 A ， B 时，它们的关系是：

(a) A 被 B 包含 ($A \subset B$)。

(b) A 和 B 的元素完全相同。