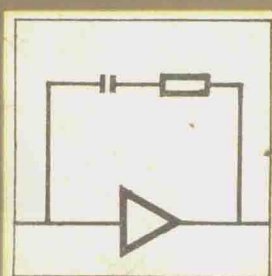
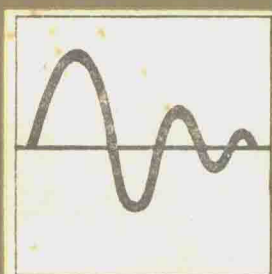
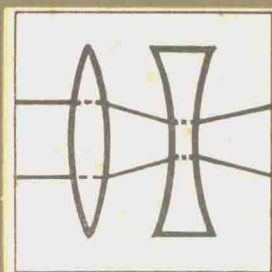
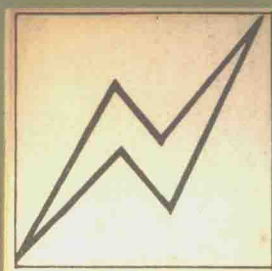


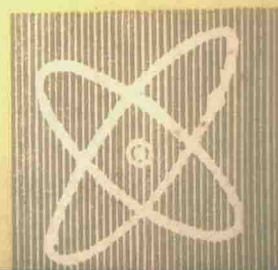
高等学校试用教材



# 电机学—机电能量转换

下 册

哈尔滨电工学院汤蕴璆 主编



机械工业出版社

高等学校试用教材

# 电机学—机电能量转换

下 册

哈尔滨电工学院汤蕴璆 主编



机械工业出版社

**电机学—机电能量转换**

下册

哈尔滨电工学院汤蕴璆 主编

\*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16·印张 12 1/2·字数 309 千字

1982年2月重庆第一版·1982年2月重庆第一次印刷

印数 0,001—5,000 定价 1.30 元

\*

统一书号: 15033·6107

# 目 录

第八章 交流电机的不对称运行 .....	1
§ 8-1 对称分量法 .....	1
§ 8-2 三相感应电动机的不对称运行 .....	8
§ 8-3 同步发电机的不对称运行 .....	17
第九章 直流电机的动态分析 .....	24
§ 9-1 理想直流电机的运动方程 .....	24
§ 9-2 直流电机的框图和传递函数 .....	27
§ 9-3 直流电动机的反馈调速系统 .....	36
§ 9-4 直流电动机的起动 .....	42
§ 9-5 并励发电机的自励 .....	47
§ 9-6 交磁电机放大机 .....	49
第十章 同步电机的动态分析 .....	53
§ 10-1 理想同步电机的运动方程 .....	53
§ 10-2 $dq0$ 变换和派克方程 .....	59
§ 10-3 同步电机的标么值 .....	63
§ 10-4 同步电机的阻抗矩阵 .....	67
§ 10-5 同步电机的电抗函数 .....	69
§ 10-6 无阻尼绕组的同步发电机的三相突然短路 .....	78
§ 10-7 装有阻尼绕组的同步发电机的三相突然短路 .....	85
§ 10-8 同步电机的异步运行 .....	90
§ 10-9 同步电机的振荡 .....	94
第十一章 其他型式的交流电机 .....	103
§ 11-1 单相感应电动机 .....	103
§ 11-2 两相伺服电动机 .....	106
§ 11-3 直线感应电动机 .....	110
§ 11-4 步进电动机 .....	114
§ 11-5 自整角机 .....	120
附录一 机械系统与电系统的类比 .....	125
附录二 拉格朗日方程的导出 .....	133
附录三 隐极交流电机的气隙磁场和能量流传 .....	138
附录四 电机的统一理论 .....	150
附录五 电机的状态变量分析法 .....	175
附录六 不对称绕组的磁势谐波分析 .....	189
参考书目 .....	198

## 第八章 交流电机的不对称运行

三相交流电机对称运行时，各相电压和电流均为对称，分析时可按单相处理，比较简单。但在实际上，由于种种原因，例如发电机或系统内接有较大的单相负载，或发电机由于雷击、碰线等事故造成不对称短路，此时发电机就处于不对称状态下运行。当电力系统的电压不对称时，接在系统上的交流电动机亦处于不对称电压下运行。因此研究交流电机的不对称运行，具有重要的理论和实际意义。

本章主要研究交流感应电动机和同步发电机在不对称运行时的分析方法，交流电机的负序和零序阻抗，以及不对称运行时的特点。

### § 8-1 对称分量法

分析交流电机不对称运行最常用的方法是对称分量法。对称分量法有相量对称分量法和瞬时值对称分量法两种，下面先说明相量对称分量法，然后说明瞬时值对称分量法。

#### (一) 相量对称分量法

从数学上看，对称分量法的基本思想是利用对称分量变换，将系统的阻抗矩阵化为对角线矩阵，从而使问题的求解简化，这在 § 3-8 里已有阐明。现在我们进一步从物理概念上来说明对称分量法。

**正序、负序和零序的概念** 三相电压（电流）的有效值相等，相位互差 $120^\circ$ ，达到最大值的次序为 $A \rightarrow B \rightarrow C$ ，即 $B$ 相滞后于 $A$ 相 $120^\circ$ ， $C$ 相又滞后于 $B$ 相 $120^\circ$ ，这种对称的相序关系就称为**正相序**（简称正序）。用相量表示时，三相正序电压可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{A+} &= \dot{U}_+ \\ \dot{U}_{B+} &= \dot{U}_+ e^{-j120^\circ} = a^2 \dot{U}_+ \\ \dot{U}_{C+} &= \dot{U}_+ e^{-j240^\circ} = a \dot{U}_+ \end{aligned} \right\} \quad (8-1)$$

其中 $a$ 为 $120^\circ$ 复量算子，即

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

相应的相量图如图 8-1 a) 所示。

若三相电压的有效值相等，相位亦互差 $120^\circ$ ，但达到最大值的次序为 $A \rightarrow C \rightarrow B$ ，即 $C$ 相滞后于 $A$ 相 $120^\circ$ ， $B$ 相又滞后于 $C$ 相 $120^\circ$ ，这种对称的相序关系就称为**负相序**（简称负序）。三相负序电压可表示为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{A-} &= \dot{U}_- \\ \dot{U}_{B-} &= \dot{U}_- e^{-j240^\circ} = a \dot{U}_- \\ \dot{U}_{C-} &= \dot{U}_- e^{-j120^\circ} = a^2 \dot{U}_- \end{aligned} \right\} \quad (8-2)$$

其相量图如图 8-1 b) 所示。

若三相电压的有效值相等，相位亦相同，这种相序关系就称为零相序（简称零序）。三相零序电压可表示为：

$$\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} = \dot{U}_0 \quad (8-3)$$

其相量图如图 8-1 c) 所示。

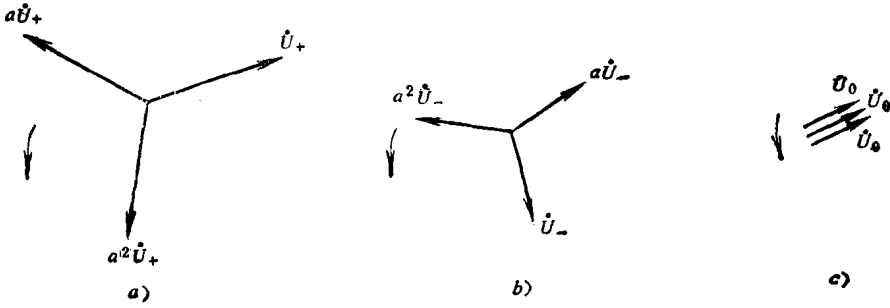


图 8-1 三相正序、负序和零序系统  
a) 正序电压 b) 负序电压 c) 零序电压

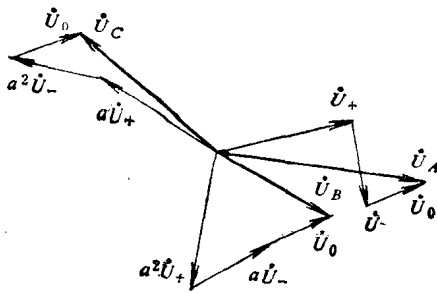


图8-2 把正序、负序和零序电压叠加，得到一组不对称电压

不难看出，如果把正序、负序和零序这三组相序不同的电压叠加起来，所得的合成电压将是一组三相不对称电压，如图 8-2 所示。那末，反过来，一组不对称电压是否总是可以分解成为三组不同相序的对称电压呢？

**对称分量变换** 可以证明，一组不对称的三相电压  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$  和  $\dot{U}_C$  总可以分解为正序、负序和零序三组电压，后者就称为前者的**对称分量**；即

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{U}_{A+} + \dot{U}_{A-} + \dot{U}_{A0}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{U}_+ + \dot{U}_- + \dot{U}_0) \\ \dot{U}_B &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{U}_{B+} + \dot{U}_{B-} + \dot{U}_{B0}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(a^2\dot{U}_+ + a\dot{U}_- + \dot{U}_0) \\ \dot{U}_C &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{U}_{C+} + \dot{U}_{C-} + \dot{U}_{C0}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(a\dot{U}_+ + a^2\dot{U}_- + \dot{U}_0) \end{aligned} \right\} \quad (8-4)$$

式中的系数  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  是为了满足功率不变约束而引入的。

从式(8-4)可见，左端  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$  和  $\dot{U}_C$  是三个给定的值，右端  $\dot{U}_+$ 、 $\dot{U}_-$  和  $\dot{U}_0$  是三个待求的量，三个联立方程求解三个未知量，必有确定的解；换言之，给定一组不对称电压，总能找到其相应的对称分量。

对称分量变换是一种线性变换。用矩阵表示时，式(8-4)可写成

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} \quad (8-5)$$

或简写成

$$\dot{U} = C\dot{U}' \quad (8-6)$$

其中  $\dot{U}$  为  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$  和  $\dot{U}_C$  所组成的列矩阵； $\dot{U}'$  为  $\dot{U}_+$ 、 $\dot{U}_-$  和  $\dot{U}_0$  所组成的列矩阵； $C$  为变换矩阵。

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (8-7)$$

对式(8-6)求逆，可得

$$U' = C^{-1}U \quad (8-8)$$

其中

$$C^{-1} = C_t^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8-9)$$

即式(8-8)可写成下列形式：

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} \quad (8-10)$$

由式(8-10)可知，已知不对称电压  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$  和  $\dot{U}_C$ ，即可求出其对称分量。

综上所述，对称分量法是把一组不对称的电压(电流)用三组对称的新变量去替代，使不对称的三相系统分解为三个对称的系统；然后对三个对称系统分别求解(此时可以抽出一相计算，故较简单)，再把所得结果叠加起来，得到总的(不对称)结果。由于这种方法利用了叠加原理，故仅适用于线性系统。

## (二) 瞬时值对称分量法

**瞬时值对称分量** 在研究旋转电机的不对称问题时，常常用到瞬时值对称分量法。瞬时值对称分量的变换矩阵  $C$  与相量对称分量的变换矩阵相同，但变换前的电压(电流)用三相电压(电流)的瞬时值代入，变换以后，得到含有时间变量的复数对称分量电压(电流)；即

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_+ \\ u_- \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (8-11)$$

和

$$\begin{pmatrix} u_+ \\ u_- \\ u_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{pmatrix} \quad (8-12)$$

从式(8-12)可见,在瞬时值对称分量中,零序分量总是实数。由于  $a$  和  $a^2$  为共轭复数,所以瞬时值对称分量的正序分量和负序分量恒为共轭;即

$$u_+ = u_-^* \quad (8-13)$$

另外,由于变换矩阵为单元矩阵,所以瞬时值对称分量变换满足瞬时功率不变约束;即

$$\begin{aligned} p(t) &= i_a^* u_a + i_b^* u_b + i_c^* u_c \\ &= i_+^* u_+ + i_-^* u_- + i_0^* u_0 \end{aligned} \quad (8-14)$$

### 瞬时值对称分量与相量对称分量的关系

现在我们进一步来考察瞬时值对称分量与相量对称分量之间的关系。

设三相电压和电流均随时间作正弦变化,

$$\left. \begin{aligned} u_A &= \sqrt{2} U_A \cos(\omega t + \alpha_A) \\ u_B &= \sqrt{2} U_B \cos(\omega t + \alpha_B) \\ u_C &= \sqrt{2} U_C \cos(\omega t + \alpha_C) \end{aligned} \right\} \quad (8-15)$$

式中  $U_A$ 、 $U_B$ 、 $U_C$  分别为 A、B、C 三相电压的有效值,则用指数形式表示时,式(8-15)可改写成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} u_A &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} \dot{U}_A e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_A^* e^{-j\omega t}) \\ u_B &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} \dot{U}_B e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_B^* e^{-j\omega t}) \\ u_C &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} \dot{U}_C e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_C^* e^{-j\omega t}) \end{aligned} \right\} \quad (8-16)$$

式中相量  $\dot{U}_A = U_A e^{j\alpha_A}$ 、 $\dot{U}_B = U_B e^{j\alpha_B}$ 、 $\dot{U}_C = U_C e^{j\alpha_C}$ 、 $\dot{U}_A^*$ 、 $\dot{U}_B^*$ 、 $\dot{U}_C^*$  则是  $\dot{U}_A$ 、 $\dot{U}_B$  和  $\dot{U}_C$  的共轭相量。式(8-16)表示,瞬时值  $u_A$  可以表示为两个共轭的、反向旋转的相量  $\frac{1}{2}\sqrt{2}\dot{U}_A e^{j\omega t}$

和  $\frac{1}{2}\sqrt{2}\dot{U}_A^* e^{-j\omega t}$  的合成,如图 8-3 所示。

把式(8-16)代入式(8-12),可得

$$\left. \begin{aligned} u_+ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) e^{j\omega t} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A^* + a\dot{U}_B^* + a^2\dot{U}_C^*) e^{-j\omega t} \right] \\ u_- &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) e^{j\omega t} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A^* + a^2\dot{U}_B^* + a\dot{U}_C^*) e^{-j\omega t} \right] \\ u_0 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) e^{j\omega t} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{U}_A^* + \dot{U}_B^* + \dot{U}_C^*) e^{-j\omega t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8-17)$$

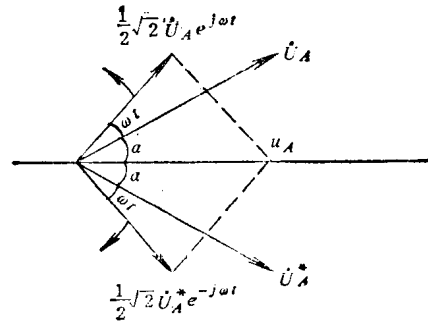


图 8-3 正弦电压的相量表示



不难看出，上式中括弧内的量分别为三相电压的相量对称分量，所以式(8-17)可以进一步改写成

$$\left. \begin{aligned} u_+ &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_+ e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_+^* e^{-j\omega t}] \\ u_- &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_- e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_-^* e^{-j\omega t}] \\ u_0 &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_0 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_0^* e^{-j\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (8-18)$$

类似地，电流的瞬时值对称分量与相量对称分量之间具有下列关系：

$$\left. \begin{aligned} i_+ &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{I}_+ e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{I}_+^* e^{-j\omega t}] \\ i_- &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{I}_- e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{I}_-^* e^{-j\omega t}] \\ i_0 &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{I}_0 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{I}_0^* e^{-j\omega t}] \end{aligned} \right\} \quad (8-19)$$

瞬时功率  $p$  则为

$$\begin{aligned} p(t) &= i_+^* u_+ + i_-^* u_- + i_0^* u_0 \\ &= \frac{1}{2} [(\dot{I}_+^* \dot{U}_+ + \dot{I}_+ \dot{U}_+^* + \dot{I}_-^* \dot{U}_- + \dot{I}_- \dot{U}_-^* + \dot{I}_0 \dot{U}_0^* + \dot{I}_0^* \dot{U}_0) \\ &\quad + (\dot{I}_- \dot{U}_+ + \dot{I}_+ \dot{U}_- + \dot{I}_0 \dot{U}_0) e^{j2\omega t} + (\dot{I}_-^* \dot{U}_+^* + \dot{I}_+^* \dot{U}_-^* + \dot{I}_0^* \dot{U}_0^*) e^{-j2\omega t}] \end{aligned} \quad (8-20)$$

在式(8-20)中，与  $\omega t$  无关的前六项表示平均功率；另外六项为倍频脉振功率。于是三相平均功率  $P$  应为

$$\begin{aligned} P &= p(t)_{av} = \frac{1}{2} (\dot{I}_+^* \dot{U}_+ + \dot{I}_-^* \dot{U}_- + \dot{I}_0^* \dot{U}_0) + \frac{1}{2} (\dot{I}_+^* \dot{U}_+ + \dot{I}_-^* \dot{U}_- + \dot{I}_0^* \dot{U}_0)^* \\ &= \text{Re}(\dot{I}_+^* \dot{U}_+ + \dot{I}_-^* \dot{U}_- + \dot{I}_0^* \dot{U}_0) \\ &= \text{Re} \left\{ [\dot{I}_+^* \quad \dot{I}_-^* \quad \dot{I}_0^*] \begin{Bmatrix} \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \\ \dot{U}_0 \end{Bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (8-21)$$

对于对称的三相系统，三相电压(电流)的有效值相等，相位互差  $120^\circ$ ，此时若  $A$  相电压和电流分别为

$$\left. \begin{aligned} u_A &= \sqrt{2} U \cos(\omega t + \alpha) \\ i_A &= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (8-22)$$

则

$$\dot{U}_A = U e^{j\alpha}, \quad \dot{I}_A = I e^{j\beta} \quad (8-23)$$

于是三相电压的相量对称分量应为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_+ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_A(1+a^3+a^3) = \sqrt{3} \dot{U}_A \\ \dot{U}_- &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_A(1+a^4+a^2) = 0 \\ \dot{U}_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_A(1+a^2+a) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-24)$$

同理,

$$\left. \begin{aligned} I_+ &= \sqrt{3} I_A \\ I_- &= 0 \\ I_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-25)$$

这说明, 在对称的三相系统里, 相量对称分量的负序和零序分量分别为零。

另一方面, 根据式(8-12), 瞬时值对称分量则为

$$\left. \begin{aligned} u_+ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \dot{U}_A e^{j\omega t} \\ u_- &= u_+^* = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \dot{U}_A^* e^{-j\omega t} \\ u_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-26)$$

同理,

$$\left. \begin{aligned} i_+ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \dot{I}_A e^{j\omega t} \\ i_- &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \dot{I}_A^* e^{-j\omega t} \\ i_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-27)$$

此时零序分量仍为零, 但负序分量并不为零; 且正序和负序分量各只有一项。

对称运行时, 瞬时功率为

$$\begin{aligned} p(t) &= i_+^* u_+ + i_-^* u_- = 3\text{Re}[I^* \dot{U}] \\ &= 3IU \cos(\alpha - \beta) \end{aligned} \quad (8-28)$$

此时瞬时功率就等于平均功率, 而功率的脉振分量为零。

以上分析表明: 瞬时值对称分量和相量对称分量之间是有原则区别的。相量对称分量是一种相量变换, 在相量对称分量的变换式中, 被变换的电流、电压是时间相量, 它只能代表时间上按正弦规律变化的物理量, 在稳态情况下, 变换具有明确的物理意义; 而在瞬时值对称分量的变换式中, 被变换的电流、电压是实际瞬时值, 其变化规律不受限制, 一般来讲, 变换并不具有确切的物理意义。在相量对称分量变换中,  $a = e^{j120^\circ}$  意味着时间相量旋转  $120^\circ$ ; 而在瞬时值对称分量变换中,  $a = e^{j120^\circ}$  仅是一个复数, 并不意味着时间相量旋转  $120^\circ$ 。对称运行时, 相量对称分量的负序和零序分量均等于零, 而瞬时值对称分量的负序分量并不等于零。另外, 在任何情况下, 瞬时值对称分量的负序分量恒与正序分量共轭; 而在相量对称分量中, 并不存在这种关系。一般来讲, 对于稳态不对称运行, 常用相量对称分量法来求解; 而对于旋转电机的暂态不对称运行问题, 则必须应用瞬时值对称分量法或其他方法来分析。

### (三) 序阻抗的概念

交流电机的定子绕组中流过一组对称的正序电流，转子按正常运行方向以一定的转速旋转，此时电机所表现的阻抗，就称为正序阻抗。所以正序阻抗就是正常三相对称运行时，交流电机所表现的阻抗。

当交流电机的定子绕组中流过一组对称的负序电流（或零序电流），转子按正常运行方向以一定的转速旋转，此时电机所表现的阻抗，就称为负序阻抗（或零序阻抗）。

在第三章中已经阐明，对于具有循环对称阻抗的三相电路，

$$Z = \begin{bmatrix} Z_A & Z_B & Z_C \\ Z_C & Z_A & Z_B \\ Z_B & Z_C & Z_A \end{bmatrix} \quad (8-29)$$

若外施电压为不对称，对于不对称的三相电压和电流分别进行对称分量变换，可得变换后的阻抗矩阵  $Z'$  为对角线矩阵，

$$Z' = C^{-1} Z C = \begin{bmatrix} Z_+ & 0 & 0 \\ 0 & Z_- & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (8-30)$$

式中  $Z_+$ 、 $Z_-$  和  $Z_0$  分别为该电路的正序阻抗、负序阻抗和零序阻抗，

$$\left. \begin{aligned} Z_+ &= Z_A + a^2 Z_B + a Z_C \\ Z_- &= Z_A + a Z_B + a^2 Z_C \\ Z_0 &= Z_A + Z_B + Z_C \end{aligned} \right\} \quad (8-31)$$

下面来讨论几种特殊情况。

(1) 仅有自阻抗的三相静止电路 此时互阻抗  $Z_B = Z_C = 0$ ，于是

$$Z_+ = Z_- = Z_0 = Z_A \quad (8-32)$$

即电路的正序阻抗、负序阻抗和零序阻抗均相等，其值等于  $Z_A$ 。

(2) 具有自阻抗和相同互阻抗的三相静止电路 此时  $Z_B = Z_C$ ，于是

$$\left. \begin{aligned} Z_+ &= Z_- = Z_A - Z_B \\ Z_0 &= Z_A + 2Z_B \end{aligned} \right\} \quad (8-33)$$

即电路的正序阻抗等于负序阻抗，但不等于零序阻抗。若互感电抗为正值，则  $Z_+ = Z_- < Z_0$ ，三相输电线路就属于这种情况；若互感电抗为负值，则  $Z_+ = Z_- > Z_0$ ，不计转子反应时，对称三相交流电机的定子就属于这种情况。

(3) 对称三相交流电机 对于定、转子均为对称的三相交流电机，当转子旋转时，由于转子的反应不同，所以定子  $B$ 、 $C$  两相对  $A$  相的等效互感具有不同的值，即  $Z_B \neq Z_C$ ；此时一般讲来

$$Z_+ \neq Z_- \neq Z_0$$

且正序和负序阻抗的值与转子转速有关。正序、负序和零序阻抗互不相等，这是旋转电机的特点，亦是它与静止电路的主要差别。

就对称性而言，三相交流电机可分为两类：一类为定子、转子为对称三相（或多相）绕组、磁路亦为对称（均匀气隙）的对称机，例如三相感应电动机；另一类为定子具有对称绕组、转子为单轴激励或者磁路为不对称（凸极）的不对称机，例如同步发电机。下面先研究三相感应电动机的不对称运行。

## § 8-2 三相感应电动机的不对称运行

三相感应电动机是对称机，下面先用瞬时值对称分量法来列出不对称运行时电动机的电压方程。

### (一) 用瞬时值对称分量表示时三相感应电动机的电压方程

以三相绕线转子感应电动机作为研究对象(此时  $m=n=3$ )。在第三章中已经列出了三相感应电动机的原始电压方程为：

$$\begin{bmatrix} u_s \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + DL_s & DL_{sr} \\ DL_{rs} & R_r + DL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (8-34)$$

式中  $u_s$ 、 $u_r$  分别为定子和转子电压的子矩阵； $i_s$  和  $i_r$  为定子和转子电流的子矩阵； $D$  为微分算子， $D = \frac{d}{dt}$ ； $R_s$ 、 $L_s$  为定子电阻和电感的子矩阵； $R_r$  和  $L_r$  为转子电阻和电感的子矩阵； $L_{sr}$ 、 $L_{rs}$  为定、转子互感矩阵；各个矩阵的元素如式(3-63)、(3-64)和(3-67)所示。

现将定子和转子的三相座标变换到对称分量座标。若变换矩阵为  $C$ ，则不难看出，变换后的电压方程应为：

$$\begin{bmatrix} u_{s'} \\ u_{r'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s'} + DL_{s'} & DL_{sr'} \\ DL_{rs'} & R_{r'} + DL_{r'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s'} \\ i_{r'} \end{bmatrix} \quad (8-35)$$

其中定子和转子的电阻子矩阵原为对角线矩阵，变换以后仍为对角线矩阵；即

$$\begin{aligned} R_{s'} &= C^{-1} R_s C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8-36)$$

$$\begin{aligned} R_{r'} &= C^{-1} R_r C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8-37)$$

定子、转子的电感矩阵和定、转子之间的互感矩阵原来均为具有循环对称的矩阵，变换后亦成为对角线矩阵；即

$$\begin{aligned} L_{s'} &= C^{-1} L_s C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s & -M_s & -M_s \\ -M_s & L_s & -M_s \\ -M_s & -M_s & L_s \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L_{s+} & 0 & 0 \\ 0 & L_{s-} & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8-38)$$

$$L_r' = C^{-1} L_r C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_r & -M_r & -M_r \\ -M_r & L_r & -M_r \\ -M_r & -M_r & L_r \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_{r+} & 0 & 0 \\ 0 & L_{r-} & 0 \\ 0 & 0 & L_{r0} \end{bmatrix} \quad (8-39)$$

其中

$$L_{s+} = L_{s-} = L_s + M_s, \quad L_{s0} = L_s - 2M_s \quad (8-40)$$

$$L_{r+} = L_{r-} = L_r + M_r, \quad L_{r0} = L_r - 2M_r \quad (8-41)$$

$$L_{sr}' = C^{-1} L_{sr} C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta+120^\circ) & \cos(\theta-120^\circ) \\ \cos(\theta-120^\circ) & \cos\theta & \cos(\theta+120^\circ) \\ \cos(\theta+120^\circ) & \cos(\theta-120^\circ) & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} e^{j\theta} & & \\ & e^{-j\theta} & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (8-42)$$

$$L_{rs}' = C^{-1} L_{rs} C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120^\circ) & \cos(\theta+120^\circ) \\ \cos(\theta+120^\circ) & \cos\theta & \cos(\theta-120^\circ) \\ \cos(\theta-120^\circ) & \cos(\theta+120^\circ) & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & & \\ & e^{j\theta} & \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad (8-43)$$

这样，将式(8-35)全部写出，即为

$$\begin{bmatrix} u_{s+} \\ u_{s-} \\ u_{s0} \\ u_{r+} \\ u_{r-} \\ u_{r0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + DL_{s+} & & & & & \\ & R_s + DL_{s-} & & & & \\ & & R_s + DL_{s0} & & & \\ \hline & & & R_s + DL_{r+} & & \\ & D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{-j\theta}\right) & & & & \\ & & D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{j\theta}\right) & & & \\ & & & & R_s + DL_{r-} & \\ & & & & & R_s + DL_{r0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s+} \\ i_{s-} \\ i_{s0} \\ i_{r+} \\ i_{r-} \\ i_{r0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{j\theta}\right) \\ D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{-j\theta}\right) \\ 0 \end{matrix}$$

$$(8-44)$$

其中定子的电压方程为

$$\left. \begin{aligned} u_{s+} &= (R_s + DL_{s+})i_{s+} + D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{j\theta} i_{r-}\right) \\ u_{s-} &= (R_s + DL_{s-})i_{s-} + D\left(\frac{3}{2} M_{sr} e^{-j\theta} i_{r+}\right) \\ u_{s0} &= (R_s + DL_{s0})i_{s0} \end{aligned} \right\} \quad (8-45a)$$

转子的电压方程为

$$\left. \begin{aligned} u_{r+} &= (R_r + DL_{r+})i_{r+} + D \left( \frac{3}{2} M_{sr} e^{-j\theta} i_{s+} \right) \\ u_{r-} &= (R_r + DL_{r-})i_{r-} + D \left( \frac{3}{2} M_{sr} e^{j\theta} i_{s-} \right) \\ u_{r0} &= (R_r + DL_{r0})i_{r0} \end{aligned} \right\} \quad (8-45b)$$

用瞬时值对称分量表示时，电磁转矩的形式不变，即为

$$T_m = \frac{p}{2} i_t^* \frac{\partial L}{\partial \theta} i = \frac{p}{2} (C_i') i^* \frac{\partial L}{\partial \theta} (C_i') = \frac{p}{2} i' i'^* \frac{\partial L'}{\partial \theta} \quad (8-46)$$

由于  $L' = C_i^* L C = C^{-1} L C$ ，于是，

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{p}{2} [i_{s+}^* \quad i_{r+}^*] \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial L_{sr}'}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_{rs}'}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s'} \\ i_{r'} \end{bmatrix} \\ &= \frac{p}{2} [i_{s+}^* \frac{\partial L_{sr}'}{\partial \theta} i_{r'} + i_{r+}^* \frac{\partial L_{rs}'}{\partial \theta} i_{s'}] \\ &= \frac{p}{2} [i_{s+}^* \left( \frac{3}{2} M_{sr} j e^{j\theta} \right) i_{r+} - i_{s-}^* \left( \frac{3}{2} M_{sr} j e^{-j\theta} \right) i_{r-} \\ &\quad - i_{r+}^* \left( \frac{3}{2} M_{sr} j e^{-j\theta} \right) i_{s+} + i_{r-}^* \left( \frac{3}{2} M_{sr} j e^{j\theta} \right) i_{s-}] \\ &= \frac{3}{4} j p M_{sr} [(i_{s+}^* i_{r+} + i_{s-} i_{r-}^*) e^{j\theta} - (i_{s+} i_{r+}^* + i_{s-}^* i_{r-}) e^{-j\theta}] \\ &= \frac{3}{2} j p M_{sr} [i_{s+}^* i_{r+} e^{j\theta} - i_{s+} i_{r+}^* e^{-j\theta}] \quad (8-47) \end{aligned}$$

不难看出，由于  $i_{s+}$  和  $i_{s-}$ 、 $i_{r+}$  和  $i_{r-}$  互为共轭复数，所以由式(8-47)算出的电磁转矩是一实数。

从式(8-43)可见，经过对称分量变换以后：

- (1) 定子、转子的阻抗矩阵均变为对角线矩阵，即正序，负序和零序的电压方程互相独立，没有耦合；
- (2) 对于零序系统，电压方程中不包括  $\theta$  角，因而零序电流对电磁转矩没有贡献，此外定子和转子边亦互相独立，没有联系；
- (3) 对于正序和负序系统，电压方程中不再出现  $\theta$  角的正弦或余弦项，而代之以  $\theta$  角的复指数项。对于求解电压方程来说，这是一个很大的进展。

但是，式(8-43)中仍含有  $\theta$ 。即使在转子转速  $\dot{\theta} = \text{常值}$  的情况下，它仍是一个变系数的微分方程。为了消去电压方程中的  $\theta$ ，使其求解得以进一步简化，需要引进“前进-后退分量”变换。

## (二) 转子用前进-后退分量表示时，三相感应电动机的电压方程

前进-后退分量 前进-后退分量是一个旋转的复变换，主要用于转子各量的变换，其目的是用以消去电压方程中的  $\theta$  项而仅留下  $\dot{\theta}$  项，这样在转速  $\dot{\theta} = \text{常值}$  时，电压方程就成为

线性的常系数微分方程，使其求解大为简化。

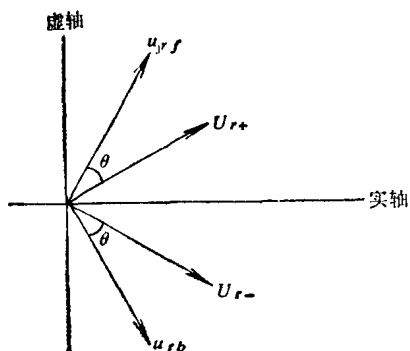


图 8-4 前进-后退分量与瞬时值对称分量的关系

前进-后退分量与瞬时值对称分量的关系

为:

$$\begin{bmatrix} u_{r+} \\ u_{r-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{rf} \\ u_{rb} \end{bmatrix} \quad (8-48)$$

即

$$\left. \begin{aligned} u_{r+} &= e^{-j\theta} u_{rf} \\ u_{r-} &= e^{j\theta} u_{rb} \end{aligned} \right\} \quad (8-49)$$

或

$$\left. \begin{aligned} u_{rf} &= u_{r+} e^{j\theta} \\ u_{rb} &= u_{r-} e^{-j\theta} \end{aligned} \right\} \quad (8-50)$$

式中  $u_{rf}$  为前进分量， $u_{rb}$  为后退分量； $\theta$  为转子偏转的角度。式(8-50)说明，前进分量  $u_{rf}$  与正序分量  $u_{r+}$  具有同样的幅值，但乘以正向旋转相量  $e^{j\theta}$ ；后退分量  $u_{rb}$  与负序分量  $u_{r-}$  具有同样的幅值，但乘以反向旋转相量  $e^{-j\theta}$ ，如图 8-4 所示。所以前进-后退变换是一个复旋转变换。

对于转子电流，亦有类似的关系。

若转子三相电压为不对称，其频率为  $\omega_r$ ，则转子电压的瞬时值对称分量应为

$$\left. \begin{aligned} u_{r+} &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_{r+} e^{j\omega_r t} + \sqrt{2} \dot{U}_{r-}^* e^{-j\omega_r t}] \\ u_{r-} &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_{r-} e^{j\omega_r t} + \sqrt{2} \dot{U}_{r+}^* e^{-j\omega_r t}] \end{aligned} \right\} \quad (8-51)$$

式中  $\dot{U}_{r+}$  和  $\dot{U}_{r-}$  分别为相量对称分量的正序和负序分量。若转子为恒速旋转，

$$\theta = p\Omega t + \theta_0 \quad (8-52)$$

则根据式(8-50)，转子电压的前进和后退分量应为：

$$\left. \begin{aligned} u_{rf} &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_{r+} e^{j[(\omega_r + p\Omega)t + \theta_0]} + \sqrt{2} \dot{U}_{r-}^* e^{-j[(\omega_r - p\Omega)t - \theta_0]}] \\ u_{rb} &= \frac{1}{2} [\sqrt{2} \dot{U}_{r-} e^{j[(\omega_r - p\Omega)t - \theta_0]} + \sqrt{2} \dot{U}_{r+}^* e^{-j[(\omega_r + p\Omega)t + \theta_0]}] \end{aligned} \right\} \quad (8-53)$$

从式(8-53)可见，由于前进-后退变换所引进的“旋转作用”，使得转子电压的角频率从  $\omega_r$  变为  $\omega_r \pm p\Omega$ ，对于研究感应电动机来讲，这点是很重要的。感应电动机的转子角频率为转差角频率， $\omega_r = \omega_s - p\Omega$ ，通过前进-后退变换，转子角频率就变为  $\omega_s$  和  $\omega_s - 2p\Omega$ ，即转子已变换到定子坐标系。

用前进-后退分量表示时感应电机的电压方程 转子电压和电流用前进-后退分量表示时，定子的电压方程(式8-45a)保持不变，但转子电压方程(式8-45b)则变为：

$$\left. \begin{aligned}
 u_{r+} &= e^{j\theta} u_{r_+} = e^{j\theta} \left[ (R_r + DL_{r_+}) i_{r_+} + D \left( \frac{3}{2} M_{sr} e^{-j\theta} i_{s_+} \right) \right] \\
 &= [R_r + L_{r_+} (D - j p \Omega)] i_{r_+} + \frac{3}{2} M_{sr} (D - j p \Omega) i_{s_+} \\
 u_{r-} &= e^{-j\theta} u_{r_-} = e^{-j\theta} \left[ (R_r + DL_{r_-}) i_{r_-} + D \left( \frac{3}{2} M_{sr} e^{j\theta} i_{s_-} \right) \right] \\
 &= [R_r + L_{r_-} (D + j p \Omega)] i_{r_-} + \frac{3}{2} M_{sr} (D + j p \Omega) i_{s_-} \\
 u_{r0} &= (R_r + L_{r0} D) i_{r0}
 \end{aligned} \right\} \quad (8-54)$$

写成矩阵形式时有:

$$\begin{pmatrix} u_{s+} \\ u_{s-} \\ u_{s0} \\ u_{r+} \\ u_{r-} \\ u_{r0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s + L_{s+} D & & & & & \\ & R_s + L_{s-} D & & & & \\ & & R_s + L_{s0} D & & & \\ \hline & \frac{3}{2} M_{sr} (D - j p \Omega) & & R_r + L_{r+} (D - j p \Omega) & & \\ & \frac{3}{2} M_{sr} (D + j p \Omega) & & & R_r + L_{r-} (D + j p \Omega) & \\ & & & 0 & & R_r + L_{r0} D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s+} \\ i_{s-} \\ i_{s0} \\ i_{r+} \\ i_{r-} \\ i_{r0} \end{pmatrix} \quad (8-55)$$

通常, 转子绕组为短路, 所以  $u_{r+} = u_{r-} = u_{r0} = 0$ 。此时把转子的前进分量方程除以  $(D - j p \Omega)/D$ , 后退分量方程除以  $(D + j p \Omega)/D$ , 即得

$$\begin{pmatrix} u_{s+} \\ u_{s-} \\ u_{s0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s + L_{s+} D & & & & & \\ & R_s + L_{s-} D & & & & \\ & & R_s + L_{s0} D & & & \\ \hline & \frac{3}{2} M_{sr} D & & \frac{R_r}{(D - j p \Omega)/D} + L_{r+} D & & \\ & \frac{3}{2} M_{sr} D & & & \frac{R_r}{(D + j p \Omega)/D} + L_{r-} D & \\ & & & 0 & & R_r + L_{r0} D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s+} \\ i_{s-} \\ i_{s0} \\ i_{r+} \\ i_{r-} \\ i_{r0} \end{pmatrix} \quad (8-56)$$

在常速情况下, 式 (8-56) 是一组线性常系数微分方程组, 相应的等效电路如图 8-5 所示。

上述等效电路是一个通用的等效电路, 既适用于对称情况, 亦适用于不对称情况, 既适用于稳态, 亦适用于暂态。电路中的量, 定子边为瞬时值对称分量, 转子边为前进一后退分量, 即均为时域中的量。

转子边采用前进-后退分量后, 式 (8-47) 的电磁转矩可表示为

$$T_m = j \frac{3}{2} p M_{sr} (i_{s+}^* i_{r-} - i_{s+} i_{r-}^*) \quad (8-57)$$



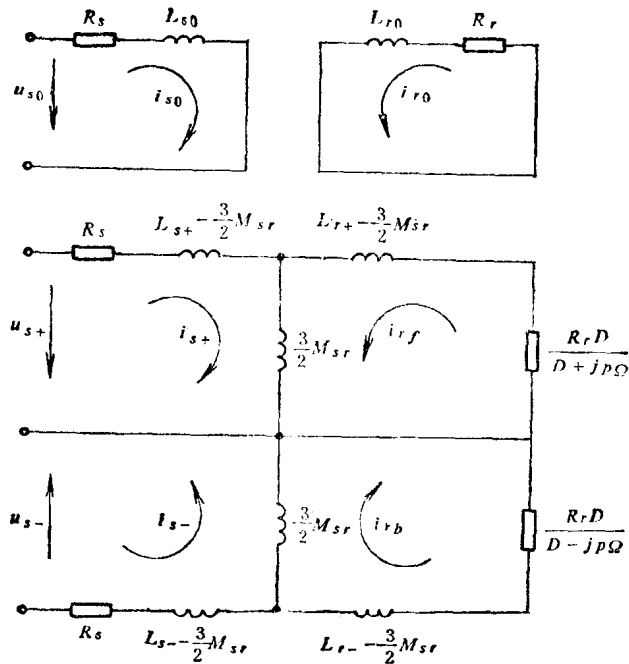


图 8-5 不对称运行时感应电动机的通用等效电路

**稳态时的电压方程** 对于正弦稳态情况，感应电动机的不对称运行亦可以在复频域内进行研究。此时，若定子外施电压的相量对称分量的正序分量和负序分量分别为  $\dot{U}_{s+}$  和  $\dot{U}_{s-}$ ，则式 (8-56) 可改写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}(\sqrt{2}\dot{U}_{s+}e^{j\omega t}) + \frac{1}{2}(\sqrt{2}\dot{U}_{s-}^*e^{-j\omega t}) &= (R_s + L_{s+}D)i_{s+} + \frac{3}{2}M_{sr}Di_{r+} \\ \frac{1}{2}(\sqrt{2}\dot{U}_{s-}e^{j\omega t}) + \frac{1}{2}(\sqrt{2}\dot{U}_{s+}^*e^{-j\omega t}) &= (R_s + L_{s-}D)i_{s-} + \frac{3}{2}M_{sr}Di_{r-} \end{aligned} \right\} \quad (8-58)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{3}{2}M_{sr}Di_{s+} + \left[ \frac{R_r D}{D - j p \Omega} + L_{r+}D \right] i_{r+} \\ 0 &= \frac{3}{2}M_{sr}Di_{s-} + \left[ \frac{R_r D}{D + j p \Omega} + L_{r-}D \right] i_{r-} \end{aligned} \right\} \quad (8-59)$$

前面已经提到，对于瞬时值对称分量，

$$\left. \begin{aligned} u_{s+} &= u_{s-}^* \\ i_{s+} &= i_{s-}^* \end{aligned} \right\}$$

同理，对于前进-后退分量亦有

$$i_{r+} = i_{r-}^*$$

所以式 (8-58) 中的第一式和第二式互为共轭，式 (8-59) 中的第一式和第二式亦互为共轭；再考虑到  $i_{s+}$  和  $i_{r+}$  仅在式 (8-58) 和 (8-59) 的第一式中出现， $i_{s-}$  和  $i_{r-}$  仅在式 (8-58) 和 (8-59) 的第二式中出现，所以可以取消式 (8-58) 和 (8-59) 中的第二式（因为它是多余的），而仅保留第一式。

稳态时， $\Omega = \text{常值}$ ，式 (8-58) 和 (8-59) 的第一式是一组线性微分方程组，因此可以