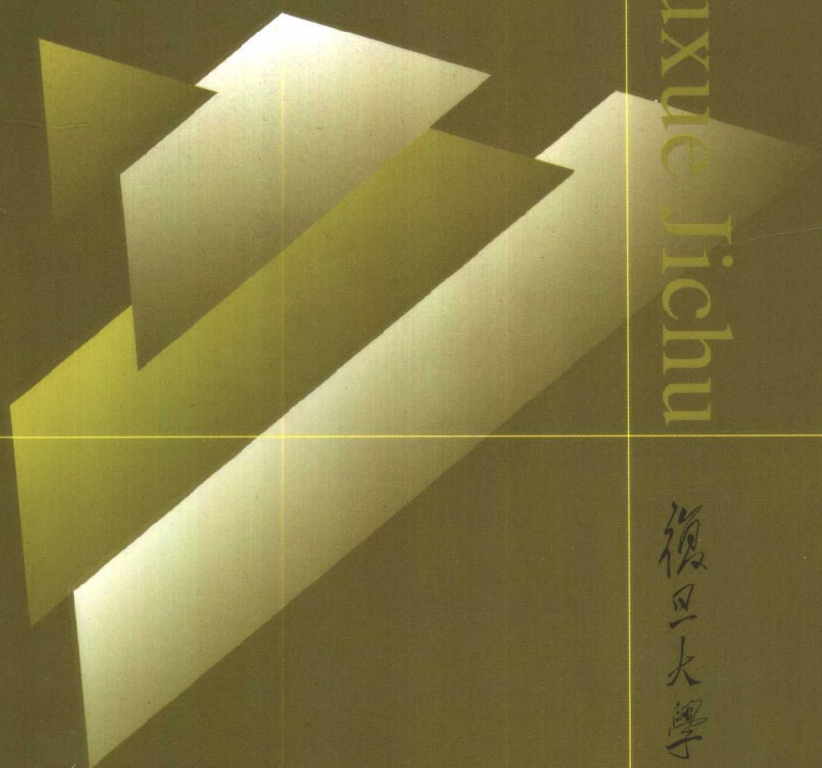


应用数学基础

李国莹 姜诗章 编著
杨 平 王国清

Yingyong Shuxue Jichu

復旦大學出版社



应用数学基础

李国莹 姜诗章 杨 平 王国清

编著

复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础/李国莹等编著. —上海:复旦大学出版社,
2003.2

ISBN 7-309-03561-5

I. 应… II. 李… III. 应用数学-电视大学-
教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 010706 号

应用数学基础

李国莹 姜诗章 杨 平 王国清 编著

出版发行 复旦大学出版社

上海市国权路 579 号 200433

86-21-65118853(发行部) 86-21-65109143(邮购)

fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 李 华

装帧设计 周 进

总 编 辑 高若海

出 品 人 贺圣遂

印 刷 复旦大学印刷厂

开 本 787 × 960 1/16

印 张 22.75

字 数 384 千

版 次 2003 年 2 月第一版 2003 年 7 月第三次印刷

印 数 10 001—13 000

书 号 ISBN 7-309-03561-5/O·304

定 价 35.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

序 (1)

科学的价值最终还是要体现在对人类文明和社会进步的推动上. 所以, 教育的一个重要特征就是要将高深的学问变得通俗易懂, 而让人们可以喜爱和能够接受.

应用数学是大学专科经济类专业的一门重要基础课程, 也是一门很有魅力的课程. 它既要求学习者具有数学概念的抽象性, 数学推导的严密性, 数学运算的灵活性, 而且更要具备数学知识结构的系统性. 但是, 从多年的教学实践看, 它却成了许多电大学生最难学好的课程之一. 因此, 很久以来我们就一直在思考如何从课程教材改革入手, 使“应用数学”更贴近学生自主学习的特点, 贴近学习者的知识基础、学习习惯和实际应用. 围绕上述教学理念, 一年多来, 上海电视大学李国莹教授和基础部的老师们, 结合他们长期从事成人高等教育的教学经验, 经过深入研究、精心设计和刻苦编写, 终于使这本全新的《应用数学基础》问世了. 值得一提的是, 李国莹教授作为本书的主编, 在教材的设计和编写工作中倾注了大量心血. 他严谨笃学、勇于创新的精神, 是令人尊敬和感动的.

这本教材在保证数学学科的科学性、系统性和严密性的前提下, 努力摆脱传统数学理论体系的束缚, 大胆突破以往同类教材的一般叙述方式. 编写者力求语言精炼易懂, 例题难易适中, 概念引入形象自然, 内容取材贴切合理, 知识编排循序渐进, 不拘泥于理论的推导和烦琐的运算, 在科学性、应用性、可读性等方面具有了很多新意和特色, 特别是在教学针对性方面的特点尤其突出和精彩. 众多专家都给予了好评, 一致认为, 该教材很适合学习者进行远程学习和自主学习.

我们应该看到, 教材不仅是教学过程的客观载体, 还是一种被认识化的载体. 教材在力求真实全面地反映该学科的知识 and 理论体系的同时, 还应该反映出编写者对学科的独到认识和把握, 以及对教育活动和教学过程的理解. 这本教材就是表达了我们的一种教育理念, 即高等教育改革必须按照提高人才培养质量的目标, 紧紧围绕以学生为中心的自主学习的特点, 让学生真正学有所得、学有所长、学以致用. 从这个角度看, 这本教材所作的探索是积极的, 是十

分有意义的.

任何一次改革和创新都不可能是一蹴而就的. 同样, 这本教材出版之后还需经历一个在教学实践中不断改进和完善的过程. 我们以这本教材为一个良好开端, 集全市电大系统和社会各类优秀师资的力量, 在教材的知识理论框架、叙述方式、编写体例以及知识点的把握处理等方面作进一步创新, 编写出版一批符合在职进修的特点, 适合学生自主学习, 有助于实践应用的成人高等教育精品教材, 为推进上海高等教育大众化、继续教育普及化和市民素质教育社会化尽我们的绵薄之力.

张德明
2003 年 1 月

序 (2)

《应用数学基础》是一本涵盖了微积分、概率论和线性代数等大学数学的基本内容,兼具科学性、应用性和可读性,又充分考虑到成人学生学习特点的好书.

本书在不少内容的处理上都富有特色和新意.例如关于定积分概念的引入,本书就使用了一种与以往传统教材不同的处理方法,这样处理后,既便于后面理论的展开,适合一些应用问题的需要,同时又依然保持了理论上的严密性.应该说这样的处理是很见功力,极富创意的.类似的例子在一元函数微分学、概率论和线性代数等部分的内容中也多处可见.

电视大学是以开放式远程教育为其主要特点的,因此电视大学的教材也应充分注意到适合学生自主学习的需要.我们高兴地看到,本书在这方面做出了积极的努力,取得了十分可喜的成绩.

希望今后能看到更多这样的好教材问世.

邵嘉裕

2003年1月8日

于同济大学

前 言

《应用数学基础》是为学习者进行远程学习和自主学习提供的一本数学教材,把高等学校普遍开设的,并且在各科技领域应用最广泛的数学课程:微积分,概率论和线性代数的基本内容,作为本书的三个组成部分.

本教材符合经济和其他应用类专业高专教学大纲所规定的教学要求,在采用本教材时,可以根据不同专业的实际需要删减教材的部分内容,或增发一些补充讲义,教材中打*的§5.7和§6.6两节是为本书建立的重要定理提供证明,不列入教学要求.

《应用数学基础》这本教材是校长张德明教授根据学生在数学学习中遇到的实际困难和中青年数学教师进行教材改革探索的积极愿望,提议编写的.在编写过程中,张校长多次参加教材编写组的讨论,并提出在新教材中应该体现的教育理念和应该达到的质量标准.

本教材由李国莹主编,具体撰写第二编一元函数积分学(第5,6章),并完成对全书的统稿和定稿前的修改;姜诗章任副主编,具体撰写第三编概率论(第7,8章),并负责编写计划的执行;杨平具体撰写第四编线性代数(第9,10章),并进行教材的前期筹划;王国清具体撰写第一编一元函数微分学(第1,2,3,4章),并做了许多富有成效的工作.

本教材由复旦大学尚汉冀教授,陈开明教授,同济大学邵嘉裕教授,上海电视大学谢森教授组成的专家组审定,由邵嘉裕教授担任主审,他们在整个编写过程中,对初稿、修改稿都进行了认真仔细的审阅,提出了许多中肯的意见和极有价值的建议.

具有丰富教学经验的蔡孝伟,许福生,叶伯英,包耀君,丁鸿生,张燕飞,何志华等老师审阅了部分原稿,并提出许多宝贵的意见.孙耀庭老师审阅了全部原稿,对提高教材的质量做出了贡献.

在编写过程中得到了刘煜海副校长,陈信校长助理,教育音像出版社夏德元副总编的大力支持和帮助.

感谢复旦大学出版社把《应用数学基础》作为重点书稿,安排在较短时间内完成高质量的出版,责任编辑李华先生的出色工作更使这本教材增添不少

光彩.

作为一本新教材在使用过程中一定会发现许多问题和不足,欢迎读者和同行对我们进一步提出宝贵意见.

编者
2003 年 1 月

目 录

第一编 一元函数微分学	1
-------------	---

第 1 章 函数	3
----------	---

§ 1.1 函数的概念	3
-------------	---

1.1.1 实数概述	3
------------	---

1.1.2 函数的概念	6
-------------	---

1.1.3 函数的两个要素	9
---------------	---

§ 1.2 函数的性质	14
-------------	----

1.2.1 函数的奇偶性	14
--------------	----

1.2.2 函数的单调性	16
--------------	----

1.2.3 函数的周期性	18
--------------	----

1.2.4 函数的有界性	19
--------------	----

§ 1.3 初等函数	20
------------	----

1.3.1 六类基本初等函数	20
----------------	----

1.3.2 复合函数	24
------------	----

1.3.3 初等函数	25
------------	----

§ 1.4 常用的函数举例	26
---------------	----

1.4.1 常用的经济函数举例	26
-----------------	----

1.4.2 几何分析中常用的函数举例	32
--------------------	----

第 2 章 函数的极限与连续	35
----------------	----

§ 2.1 极限的概念	35
-------------	----

2.1.1 无穷小量与变量极限的概念	35
--------------------	----

2.1.2 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限	37
---	----

2.1.3 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限	39
--	----

2.1.4 数列的极限	40
-------------	----

§ 2.2 极限的运算法则	41
---------------	----

2.2.1 极限的四则运算法则	41
2.2.2 计算有理分式极限的运算法则	42
2.2.3 无穷小量的运算法则	46
§ 2.3 两个重要极限	47
2.3.1 第一个重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	47
2.3.2 第二个重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$	48
2.3.3 应用举例	50
2.3.4 利用等价无穷小代换计算“ $\frac{0}{0}$ ”型未定式极限	51
§ 2.4 函数的连续性	52
2.4.1 函数 $f(x)$ 在 x_0 点极限存在的充要条件	53
2.4.2 函数连续的概念	55
2.4.3 初等函数的连续性	56
2.4.4 闭区间上连续函数的性质	56
第3章 导数与微分	59
§ 3.1 导数的概念	59
3.1.1 导数概念的引入	59
3.1.2 导数的概念	61
3.1.3 导数的几何意义	64
§ 3.2 导数的基本公式与运算法则	65
3.2.1 基本初等函数的导数公式	65
3.2.2 导数的四则运算法则	67
3.2.3 高阶导数	68
§ 3.3 复合函数和隐函数求导	70
3.3.1 复合求导法则	70
3.3.2 常用的复合函数求导公式	71
3.3.3 隐函数的导数	73
§ 3.4 函数的微分	74
3.4.1 微分的概念	74
3.4.2 微分的计算	76
3.4.3 微分的应用	76

3.4.4 二元函数的全微分	78
第4章 导数的应用	81
§4.1 微分中值定理	81
4.1.1 拉格朗日微分中值定理	81
4.1.2 拉格朗日中值定理的推论	82
§4.2 利用导数研究函数的性态	83
4.2.1 利用一阶导数的正负判断函数在区间上的单调性	83
4.2.2 利用一阶导数求函数的极值	86
4.2.3 利用二阶导数的正负判断函数在区间上的凹凸性	87
§4.3 计算极限的洛必达法则	89
4.3.1 “ $\frac{0}{0}$ ”型未定式极限的计算	89
4.3.2 “ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定式极限的计算	90
4.3.3 其他类型未定式极限的计算	90
§4.4 导数在经济分析中的应用	91
4.4.1 经济中的边际分析	91
4.4.2 经济中的弹性分析	93
4.4.3 经济中的收益率分析	95
4.4.4 经济中的最值分析	96
4.4.5 经济中的功能成本分析	98
第二编 一元函数积分学	99
第5章 不定积分	101
§5.1 原函数的性质和存在定理	101
5.1.1 原函数的概念	101
5.1.2 原函数的性质	102
5.1.3 原函数的存在定理	104
§5.2 不定积分的概念和直接积分法	104
5.2.1 不定积分的概念	104
5.2.2 求不定积分和求导的关系	106

5.2.3	基本初等函数的不定积分	107
5.2.4	计算不定积分的常用公式	108
5.2.5	不定积分的性质	109
5.2.6	不定积分的直接积分法	109
§ 5.3	不定积分的换元积分法	111
5.3.1	第一换元积分法的依据	111
5.3.2	第一换元法的一般公式	111
5.3.3	第一换元法的适用范围	111
5.3.4	第一换元法的常用类型	112
5.3.5	第一换元积分法的详细步骤	113
5.3.6	不定积分的第二换元法	113
§ 5.4	不定积分的分部积分法	115
5.4.1	不定积分的分部积分法的依据	115
5.4.2	分部积分法的基本步骤	116
5.4.3	分部积分法计算不定积分的常用类型	117
5.4.4	推广的分部积分公式	118
§ 5.5	有理分式的不定积分	121
5.5.1	有理分式	121
5.5.2	关于有理分式的两个定理	122
5.5.3	计算真分式不定积分的步骤	123
5.5.4	计算有理分式不定积分的一般步骤	125
5.5.5	三角有理分式的不定积分	126
§ 5.6	不定积分的应用	127
5.6.1	不定积分在经济分析中的应用	127
5.6.2	不定积分的物理应用	129
5.6.3	求解常微分方程	130
5.6.4	常微分方程应用实例	132
§ 5.7	关于原函数存在定理	136
5.7.1	有界平面图形的面积	136
5.7.2	开区间 I 内连续函数的原函数存在定理	138
5.7.3	区间 $[a, b]$ 上逐段连续函数在连续区间内的 原函数存在定理	139

第 6 章 定积分	141
§ 6.1 定积分的概念和性质	141
6.1.1 定积分的概念	141
6.1.2 定积分的性质	143
6.1.3 定积分的几何意义	145
§ 6.2 定积分的计算方法	146
6.2.1 定积分的直接积分法	146
6.2.2 定积分的换元法	147
6.2.3 定积分的分部积分法	149
§ 6.3 数值积分的应用	151
6.3.1 数值积分的基本思路	151
6.3.2 数值积分的梯形公式	153
6.3.3 数值积分的抛物线(Simpson)公式	154
6.3.4 数值积分公式的收敛性	155
§ 6.4 定积分的应用	156
6.4.1 定积分在经济中的应用	156
6.4.2 微元法	158
6.4.3 定积分在几何中的应用	159
6.4.4 定积分在物理中的应用	161
§ 6.5 变限定积分和无穷限广义积分	163
6.5.1 变限定积分	163
6.5.2 无穷限广义积分	166
§ 6.6* 关于定积分性质和定义等价性的证明	169
6.6.1 定积分的性质	169
6.6.2 定积分的估值不等式	172
6.6.3 定积分的等价定义	173
 第三编 概率论	177
 第 7 章 随机事件与概率	179
§ 7.1 随机事件	179
7.1.1 随机事件	179
7.1.2 事件的运算与事件的关系	182

§ 7.2 事件的概率	184
7.2.1 概率的定义和性质	184
7.2.2 概率加法公式和减法公式	186
7.2.3 概率的乘法公式	187
7.2.4 事件的独立性	188
§ 7.3 古典概型	190
7.3.1 古典概型	190
7.3.2 全概率公式	194
7.3.3 贝叶斯(Bayes)公式	195
第 8 章 随机变量及其数字特征	197
§ 8.1 离散型随机变量	197
8.1.1 随机变量	197
8.1.2 离散型随机变量及其概率分布	197
8.1.3 常用的离散型随机变量	199
§ 8.2 连续型随机变量	201
8.2.1 连续型随机变量的概念及其概率密度	201
8.2.2 连续型随机变量的分布函数	202
8.2.3 常用的连续型随机变量	203
§ 8.3 随机变量的数字特征	207
8.3.1 随机变量样本的均值和方差	207
8.3.2 离散型随机变量的数学期望和方差	209
8.3.3 连续型随机变量的数学期望和方差	210
8.3.4 数学期望和方差的性质	211
8.3.5 常见类型随机变量的数字特征	212
§ 8.4 随机变量的参数估计	213
8.4.1 随机变量参数的点估计	213
8.4.2 随机变量参数的区间估计	216
§ 8.5 随机变量的参数检验	219
8.5.1 假设检验的一般步骤	219
8.5.2 正态分布均值 μ 的检验	222
8.5.3 正态分布方差的检验	223

第四编 线性代数	225
第9章 矩阵	227
§ 9.1 矩阵概念及其代数运算	227
9.1.1 矩阵概念的引入	227
9.1.2 几种特殊矩阵	228
9.1.3 矩阵的代数运算与转置	230
9.1.4 矩阵的乘法运算与转置运算规律	233
9.1.5 矩阵运算的应用举例	233
§ 9.2 n 阶矩阵的行列式	234
9.2.1 n 阶矩阵行列式的概念	234
9.2.2 行列式的运算性质	237
§ 9.3 矩阵的秩	241
9.3.1 矩阵秩的概念	241
9.3.2 阶梯形矩阵的秩	241
9.3.3 矩阵的初等行变换	242
§ 9.4 矩阵求逆	243
9.4.1 逆矩阵的概念	244
9.4.2 逆矩阵的求法	245
9.4.3 矩阵求逆运算的性质	247
第10章 线性方程组	249
§ 10.1 线性方程组有解性的判别	249
10.1.1 线性方程组的矩阵表示	249
10.1.2 线性方程组的有解判别定理	250
§ 10.2 线性方程组的解法	251
10.2.1 对初等数学中所用消去法的回顾和分析	251
10.2.2 线性方程组的解法	253
10.2.3 线性方程组解的结构	256
练习题	261
第1章 函数	261

练习 1.1	261
练习 1.2	262
练习 1.3	263
练习 1.4	264
习题 1	264
第 2 章 函数的极限与连续	266
练习 2.1	266
练习 2.2	267
练习 2.3	268
练习 2.4	269
习题 2	270
第 3 章 导数与微分	271
练习 3.1	271
练习 3.2	273
练习 3.3	273
练习 3.4	274
习题 3	275
第 4 章 导数的应用	277
练习 4.1	277
练习 4.2	277
练习 4.3	278
练习 4.4	278
习题 4	279
第 5 章 不定积分	281
练习 5.1	281
练习 5.2	282
练习 5.3	283
练习 5.4	284
练习 5.5	286

练习 5.6	287
习题 5	288
第 6 章 定积分	289
练习 6.1	289
练习 6.2	290
练习 6.3	291
练习 6.4	292
练习 6.5	292
习题 6	293
第 7 章 随机事件与概率	295
练习 7.1	295
练习 7.2	296
练习 7.3	297
习题 7	299
第 8 章 随机变量及其数字特征	300
练习 8.1	300
练习 8.2	301
练习 8.3	302
练习 8.4	304
练习 8.5	304
习题 8	305
第 9 章 矩阵	307
练习 9.1	307
练习 9.2	308
练习 9.3	309
练习 9.4	310
习题 9	311
第 10 章 线性方程组	313
练习 10.1	313