

科技用書

Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Jr.

# Vector Mechanics for Engineers

STATICS

Fourth Edition

(靜力學)

# 工程力學

趙崇禮 周重石 合譯

大行出版社印行



科技用書

Vector Mechanics for Engineers

---

STATICS

(靜力學)

# 工程力學

趙崇禮 周重石 合譯

大行出版社印行



中華民國七十五年十月 日初版  
書名：工程力學（靜力學）  
著作者：周重石·趙崇禮合譯  
發行人：裴 振 九  
出版者：大 行 出 版 社  
社址：台南市體育路41巷26號  
電話：2613685 號  
本社郵政劃撥帳號南字第0032936-9號  
本社登記證字第：行政院新聞局  
局版台業字第0395號  
總經理：成大書局有限公司  
台南市體育路41巷26號  
電話：2651916 號  
印刷者：信宏美術印刷廠  
廠址：台南市公園路593巷127弄2號  
電話：(06)2521139 號  
特價：新台幣 二 二 五 元  
編 號：Q 0 0 1 8 - 0 0 6 5 2

同業友好·敬請愛護

## 前 言

對工科學生而言，第一次的力學課程主要目標在建立僅有且廣為人知的幾個基本定律，以簡單而合邏輯的方法來分析任何問題；本書是設計給大二學生的靜力學，而接下去的工程力學動力篇，可協助老師達到這個目標。

向量代數在本書前面部份介紹，並用於討論力學的基本向量；向量的方法可用來解決許多問題，特別是三度空間的問題，可使其應用及結果都更為簡捷，但向量代數只是一個方便的工具，本書主要強調的仍在對力學及其基本定律的瞭解與工程問題的應用。

本書的特色為將質點力學與剛體力學很明確的劃分開，這個方式可先介紹些簡單的實例，再逐漸介紹較難之觀念，例如在本篇中，先介紹質點靜力學（第2章），即在向量的加減法介紹完之後，立刻介紹僅有相交力系的質點靜平衡及其實際應用；而第3與第4章中討論剛體靜力學，即在介紹完一力對一點與一軸的力矩後，才討論兩向量相乘為向量與純量的向量乘法，在第4章中，這些新的概念是在經過嚴密的討論剛體承受一般力系之靜平衡及許多實際應用例子之後才能提出討論，在動力篇中亦可看到類似的安排，這些力，質量、加速度、功與能以及衡量和動量等基本觀念先提出討論，並應用於處理質點問題，使同學們先熟悉這動力學的三個基本方法，使得在面對較難的剛體運動問題前，先熟悉些處理方式。

因為本書設計為靜力學的第一次課程教材，故用一些簡單的表示法來說明新的觀念，每一步驟亦很仔細的說明，亦就是多方面的討論問題，使得定義更明確，例如部份束縛與靜不定的觀念在書中很早就介紹過，而在較後面才正式應應用。

事實上力學是基於僅有一些被強調的基本定律之推演的科學，是在它的邏輯序列與嚴密之規則下推導，所以首先着重於推導與一些簡單的應用，故質點靜力學之後為剛體的靜平衡，而內力問題則延至第6章才討論；在第4章的靜平衡問題，首先為以一般代數來處理共平面力系問題，而這一章的第2部份處理三度空間問題，就必須運用向量代數了。

分離體圖在本書中很早就提及，其重要性可由全書中被強調而看出，利用顏色來區分分離體上之力來自其它元件，使讀者更容易區別作用於質點或剛體之力，出現在書中的例題與一些範例中，分離體不僅可用於解靜平衡問題，且可用來表示兩個等效力系，或更廣義些表示兩個向量系統，這種方法在準備學習剛體動力學時更爲有用，這可在動力篇中看出，強調分離體圖方程式 ( free-body diagram equation ) 更甚於標準的運動代數方程式，更便於直接且完全的瞭解動力學的基本定律。

因爲近來廣爲通行於美國工程界的國際標準制單位 ( SI metric units )，常用於力學問題中之 SI 制於第 1 章中介紹，並用於全書之中，約有一半的例題及 60 % 的習題是以這個單位來處理，其餘爲美國慣用單位制 ( U. S. customary units )，作者相信這種方法可使讀者更易於熟悉由一個單位系統換算成另一個系統的過渡時期；因爲 SI 制是一絕對系統，即依據時間、長度與質量的基本單位，而美國慣用單位制則是一重力系統，即依據時間、長度與力的基本單位，在處理許多問題須用不同的方法，例如當使用 SI 制，則物體以 kg 來表示其質量，而在許多靜力學問題中卻須以  $N_f$  來表示物體之重，則僅再做一計算即可，另外當採用美國慣用制，物體以 lb 表示其重量，在動力學中則須再經計算以 slug ( 或  $lb \cdot sec^2 / ft$  ) 表示其質量，而作者相信在圈選習題時會包括兩種單位系統之問題，可以 SI 制佔 50 % 或 75 % 以及全採用 SI 制，或全採用美國慣用制之習題等四種圈選方式，而本書習題單位的分配與數目可供此四種方式，由老師們來決定。

此外還有許多可選擇之教材亦包括在內，這部份都以星號標示出來，很容易與靜力學基本的核心部份分開，可以省略而不致影響到本書其它部份，這些增加部份的項目有簡化一力系爲板鉗力系 ( wrench )，流體靜力學的應用，樑的剪力與彎矩圖，纜繩的平衡，慣性積與摩氏圓，空間中物體的質量慣性積與主軸以及虛功原理等，而樑這部份的觀念將在靜力學之後的材料力學中是非常有用的，在三度空間物體的慣性性質將在動力學之剛體在三度空間中運動問題中被延用。

本書所包括的絕大多數問題所須之數學基礎皆在代數、三角函數、基本之微積與基本之向量代數之內，且在第 2 與第 3 章中仔細的介紹，一般

而言，主要在強調正確的基本數學觀念，而不是在於熟練的數學公式，就如在書中先介紹積分法再接著介紹面積矩的觀念，而在介紹完組合面積形心求法後，才介紹以積分法求形心；此外並在第2章中介紹工科學生正確的使用計算器來處理所得到之數值之問題。

每一章以簡介為開始，先說明本章之目標，並簡略描述所包括之內容及其工程應用的問題，而又再細分成幾個單元，每一單元包括一個或數個理論節數，及一個或數個例題，以及許多習題可供圈選練習，每一單元對應一個明確的主題且通常可函蓋在一節課中，在一些情況下，老師若須不僅用一節課講授一單元之主題，則可將例題區分為，且可圈選類似之習題供學生練習，大多數問題是一實際且適合工科學生，主要用來解釋課文之內容並幫助學生瞭解力學的原理，習題依據內容分成幾部份，且安排著逐漸增加難度，須特別注意之問題皆註上星號，雙數題之答案列於書之最後。

作者非常感謝從前使用過工程力學所提出許多有益的指正與建議。

Ferdinand P. Beer

E. Russel Johnston, Jr.

## 符號說明

$a$	Constant ; radius ; distance	常數 ; 半徑 ; 距離
$A, B, C, \dots$	Reactions at supports and connections	在支點 與連接點的反力
$A, B, C, \dots$	Points	點
$A$	Area	面積
$b$	Width ; distance	寬 ; 距離
$c$	Constant	常數
$C$	Centroid	形心
$d$	Distance	距離
$e$	Base of natural logarithms	自然基底指數
$F$	Force ; friction force	力 ; 摩擦力
$g$	Acceleration of gravity	重力加速度
$G$	Center of gravity ; constant of gravitation	重心 ; 重力常數
$h$	Height ; sag of cable	高 ; 繩之垂距
$i, j, k$	Unit vectors along coordinate axes	沿座標軸之單位 向量
$I, I_x, \dots$	Moment of inertia	慣性矩
$I$	Centroidal moment of inertia	形心慣性矩
$I_{xy}, \dots$	Product of inertia	慣性積
$J$	Polar moment of inertia	極慣性矩
$k$	Spring constant	彈簧常數
$k_x, k_y, k_o$	Radius of gyration	迴轉半徑
$k$	Centroidal radius of gyration	形心迴轉半徑
$l$	Length	長度
$L$	Length ; span	長度 ; 跨距
$m$	Mass	質量

- M** Couple ; moment 力偶 ; 力矩
- M<sub>o</sub>** Moment about point *O* 對 *O* 點之力矩
- M<sub>o</sub><sup>R</sup>** Moment resultant about point *O* 對 *O* 點之合力矩
- M** Magnitude of couple or moment ; mass of earth  
力偶或力矩之純量 ; 地球之質量
- M<sub>oL</sub>** Moment about axis *OL* 對 *OL* 軸之力矩
- N** Normal component of reaction 反力之垂直分量
- O** Origin of coordinates 座標原點
- p** Pressure 壓力
- P** Force ; vector 力 ; 向量
- Q** Force ; vector 力 ; 向量
- r** Position vector 位置向量
- r** Radius ; distance ; polar coordinate 半徑 ; 距離 ;  
極座標
- R** Resultant force ; resultant vector ; reaction  
合力 ; 合向量 ; 反力
- R** Radius of earth 地球半徑
- s** Position vector 位置向量
- s** Length of arc ; length of cable 弧長 ; 繩長
- S** Force ; vector 力 ; 向量
- t** Thickness 厚度
- T** Force 力
- T** Tension 張力
- U** Work 功
- V** Vector product ; shearing force 向量乘積 ; 剪力
- V** Volume ; potential energy ; shear 體積 ; 位能 ;  
剪力
- w** Load per unit length 單位長度之負載
- W, W** Weight ; load 重量 ; 負載
- x, y, z** Rectangular coordinates ; distances 直角座標 ; 距離



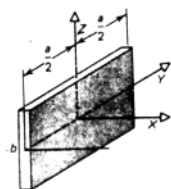
$x, y, z$	Rectangular coordinates of centroid or center of gravity	重心或形心直角座標
$\alpha, \beta, \gamma$	Angles	角度
$\gamma$	Specific weight	比重
$\delta$	Elongation	伸長量
$\delta \mathbf{r}$	Virtual displacement	虛位移
$\delta U$	Virtual work	虛功
$\lambda$	Unit vector along a line	沿一線之單位向量
$\eta$	Efficiency	效率
$\theta$	Angular coordinate ; angle ; polar coordinate	角度座標 ; 角度 ; 極座標
$\mu$	Coefficient of friction	摩擦係數
$\rho$	Density	密度
$\phi$	Angle of friction ; angle	摩擦角 ; 角度

常使用的 U . S 單位和與其相等的 S I 制的量

量	U . S 制常用單位	S I 制相等量
加速度	每秒平方英尺	0.3048 m/s <sup>2</sup>
面積	每秒平方英尺	0.0254 m/s <sup>2</sup>
	平方英尺	0.0929 m <sup>2</sup>
能量	平方英尺	645.2 mm <sup>2</sup>
	呎·磅	1.356 J
	kip	4.448 kN
	磅	4.448 N
衝量	磅·秒	0.2780 N
	英呎	4.448 N·s
	英吋	0.3048 m
	英哩	25.40 mm
質量	噸	1.609 km
	盎司質量	28.35 g
	磅質量	0.4536 kg
	史拉克	14.59 kg
力矩	噸	907.2 kg
	磅·呎	1.356 N·m
面積慣性矩	磅·呎	0.1130 N·m
	英吋四次方	0.4162 × 10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup>
質量慣性矩	磅·呎·秒平方	1.356 kg·m <sup>2</sup>
重力量	磅·秒	4.448 kg·m/s
功率	呎·每秒磅	1.356 W
	馬力	745.7 W
壓力或張力	每平方英尺·磅	47.88 Pa
	每平方英尺·磅	6.895 kPa
速度	每秒·英尺	0.3048 m/s
	每秒·英吋	0.0254 m/s
	每小時·英哩	0.4470 m/s
	每小時·英哩	1.609 km/h
體積	英呎立方	0.02832 m <sup>3</sup>
	英吋立方	16.39 cm <sup>3</sup>
液體	加侖	3.785 L
	夸爾	0.9464 L
功	呎·磅	1.356 J

質量慣性矩，普通幾何形體

薄矩形平版

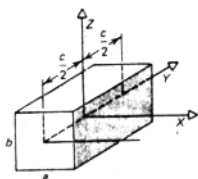


$$I_x = \frac{1}{12} mb^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

$$I_z = \frac{1}{12} ma^2$$

矩形立體



$$I_x = \frac{1}{12} m(b^2 + c^2)$$

$$I_y = \frac{1}{12} m(b^2 + a^2)$$

$$I_z = \frac{1}{12} m(a^2 + c^2)$$

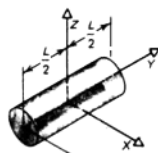
薄圓平版



$$I_x = I_y = \frac{1}{4} mr^2$$

$$I_z = \frac{1}{2} mr^2$$

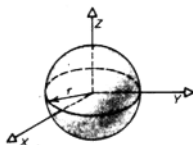
圓柱體



$$I_x = \frac{1}{2} mr^2$$

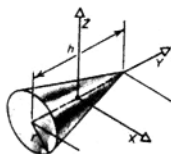
$$I_y = I_z = \frac{1}{12} m(3r^2 + L^2)$$

球



$$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} mr^2$$

直角圓錐

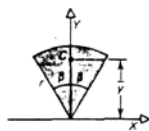


$$I_x = \frac{3}{10} mr^2$$

$$I_y = I_z = \frac{3}{20} mr^2 + \frac{3}{80} mh^2$$

### 面積的形心與面積

扇形



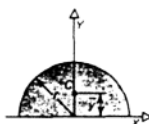
形心

$$\bar{x} = 0 \quad \bar{y} = \frac{2r \sin \beta}{3\beta}$$

面積

$$\beta r^2$$

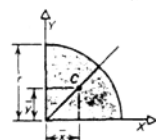
半圓



$$\bar{x} = 0 \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\frac{\pi r^2}{2}$$

四分一圓弧

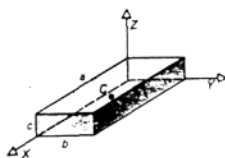


$$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$$

$$\frac{\pi r^2}{4}$$

### 體積的形心與體積

矩形體



形心

$$\bar{x} = \frac{a}{2}$$

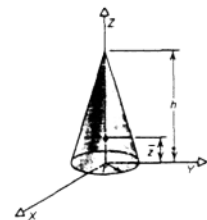
體積

$$abc$$

$$\bar{y} = \frac{b}{2}$$

$$\bar{z} = \frac{c}{2}$$

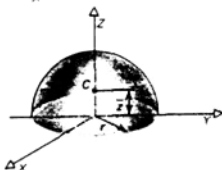
圓錐或錐體



$$\bar{z} = \frac{h}{4}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h$$

半球體



$$\bar{z} = \frac{3r}{8}$$

$$\frac{2}{3} \pi r^3$$

## SI Prefixes

乘法因子	字首	符號
1 000 000 000 000 = $10^{12}$	tera	T
1 000 000 000 = $10^9$	giga	G
1 000 000 = $10^6$	mega	M
1 000 = $10^3$	kilo	k
100 = $10^2$	hecto†	h
10 = $10^1$	deka†	da
0.1 = $10^{-1}$	deci†	d
0.01 = $10^{-2}$	centi†	c
0.001 = $10^{-3}$	milli	m
0.000 001 = $10^{-6}$	micro	$\mu$
0.000 000 001 = $10^{-9}$	nano	n
0.000 000 000 001 = $10^{-12}$	pico	p
0.000 000 000 000 001 = $10^{-15}$	femto	f
0.000 000 000 000 000 001 = $10^{-18}$	atto	a

除了量測面積、體積和身材等非技術性量測時外，應該儘量避免使用有“†”符號的字首。

每一字首的第一音節是重音，以便保留字首的特性，例如：**kilometer** 的重音位置在第一音節而非第二音節。

在工程方面常使用到的 SI 制單位

量	單位	符號	公式
加速度	每秒平方米	...	$m/s^2$
角度	度	rad	†
角加速度	每秒平方度	...	$rad/s^2$
角速度	每秒度	...	$rad/s$
面積	米平方	...	$m^2$
密度	每立方米公斤	...	$kg/m^3$
能量	焦耳	J	$N \cdot m$
力	牛頓	N	$kg \cdot m/s^2$
頻率	赫茲	Hz	$s^{-1}$
衡量	牛頓·秒	...	$kg \cdot m/s$
長度	米	m	†
質量	公斤	kg	†
力矩	牛頓·米	...	$N \cdot m$
功率	瓦特	W	$J/s$
壓力	帕司卡	Pa	$N/m^2$
張力	帕司卡	Pa	$N/m^2$
時間	秒	s	†
速度	每秒米	...	$m/s$
體積，固體	立方米	...	$m^3$
液體	升	L	$10^{-3} m^3$
功	焦耳	J	$N \cdot m$

† 補充單位 (轉 =  $2\pi$  度 =  $360^\circ$ )

† 基本單位

Handwritten note: 18/07

# 目 錄

## 前言

## 符號說明

第一章 簡 介.....	1
1-1 何謂力學.....	1
1-2 基本觀念與原理.....	1
1-3 單位系統.....	5
1-4 單位系統的轉換.....	11
1-5 解答問題的方法.....	13
1-6 數字的準確度.....	14
第二章 質點靜力學.....	16
2-1 簡 介.....	16
平面上的力.....	16
2-2 質點上的力、二力的合成.....	16
2-3 向量.....	17
2-4 向量相加.....	18
2-5 共點力的合力.....	21
2-6 力的分解.....	21
習 題.....	25
2-7 力的垂直分量、單位向量.....	26
2-8 由 $x$ 與 $y$ 分量求相加的合力.....	30
2-9 質點平衡.....	34
2-10 牛頓第一運動定律.....	35
2-11 質點平衡所包含問題，分離體圖.....	35

習題	37
空間的力	42
2-12 空間力一角分量	42
2-13 由作用線上兩點及其大小所定義的力	46
2-14 空間中共點力的相加	47
習題	50
2-15 空間質點的平衡	53
習題	54
複習題	57
<b>第三章 剛體：力的對等系統</b>	<b>59</b>
3-1 簡介	59
3-2 外力與內力	60
3-3 傳遞性原則、對等力	61
3-4 兩個向量的向量乘積	63
3-5 以直角分量表示向量乘積	66
3-6 一個力對一點的力矩	67
3-7 伐立岡定理 (Varignon's theorem)	69
3-8 力矩的直角分量	70
習題	76
3-9 兩個向量的純量積	79
3-10 三向量的混合三乘積	82
3-11 力對已知軸的力矩	84
3-12 力偶之力矩	92
3-13 對等力偶	93
3-14 力偶的相加	96
3-15 以向量表示力偶	97
3-16 分解一個已知力為一個 $O$ 點的力和一個力偶	97
習題	101
3-17 簡化力系統為一個力和一個力偶	105

3-18	力的對等系統	107
3-19	向量的對等系統	108
3-20	進一步簡化力的系統	108
3-21	化簡一個力系成為扳扭	111
	習題	119
	複習題	125
<b>第四章</b>	<b>剛體平衡</b>	<b>127</b>
4-1	簡介	127
4-2	分離體圖	128
4-3	二維結構上支點和連接點的反作用力	129
4-4	二維空間的剛體平衡	130
4-5	靜不定反作用力，部份限制	133
	習題	141
4-6	二力物體的平衡	148
4-7	三力物體的平衡	149
	習題	151
4-8	三維結構的支點和接點的反作用力	154
4-9	三維空間的剛體平衡	156
	習題	163
	複習題	170
<b>第五章</b>	<b>分佈力：形心與重心</b>	<b>173</b>
5-1	簡介	173
	平面與線	173
5-2	二維物體的重心	173
5-3	平面與線的形心	174
5-4	平面與線的一次矩	176
5-5	組合平面與線	179



習 題	184
5-6 以積分法求形心	188
5-7 Pappus -Guldinus 定理	190
習 題	196
5-8 樑上的分佈式負載	199
5-9 潛體表面的力	200
習 題	205
體積	208
5-10 三維物體的重心、體積的形心	208
5-11 組合物體	210
5-12 用積分法求體積的形心	212
習 題	216
複習題	221
<b>第六章 結構分析</b>	<b>223</b>
6-1 簡 介	223
桁架	224
6-2 桁架之定義	224
6-3 簡單桁架	227
6-4 用節點法分析桁架	228
*6-5 特殊負載條件下之節點	231
*6-6 空間桁架	233
習 題	237
6-7 用截面法分析桁架	240
*6-8 簡單桁架所組成之桁架	242
習 題	246
架構和機構	250
6-9 包含多力桿件之結構	250
6-10 架構分析	251