

一课一练

KETANGGONGLUE

YIKEYILIANKETANGGONGLUESANJIANS

课堂攻略3+3

初三代数上

引导兴趣
学习探究
演练过程

江海出版社
JIANGHAICHUBANSHE

KETANGGONGLUE

编 香 会



丛书策划：周 易

主 编：周 易 李国凡 张 达

责任编辑：谌纪红

美术设计：冯少玲

数学部分：李国凡 谢文珠 尚 炜 王继伟
李京秋 杨惠玲 白 波 卢 宁

物理部分：周 易 王群英 范秋月 廖慧昕

化学部分：苏振敏 刘琳琳 郝俊刚

语文部分：刘 娟 燕 晶 牛东红 刘立新
刘晓辉

英语部分：张 达 杨 威 王 珩 徐文军
刘有敏 苏金影

KETANGONGLUE

新版说明



初中《一课一练》自1996年问世以来，一直深受广大师生的欢迎。为了更好地配合素质教育、体现国家基础教育新课程改革的精髓，培养学生的创新精神和实践能力，我们对《一课一练》进行了全新改版。现在奉献给读者的新版初中《一课一练——课堂攻略3+3》，通过多元素、多视角、多走向的创新题型，启迪学生学习探究，拓展学生思维空间，转变学生思维模式。

初中“课堂攻略3+3”中的“3+3”，就是三种理念加上三种训练。“三种理念”是指引导兴趣、学习探究、演练过程；“三种训练”是指基础、拓展、探究三方面的训练。

本书是把三种理念融入到三个实际操作步骤当中，关注学生在以下三个方面的整体演练过程：

基础训练 即每课一练、节节跟踪，所学知识，当堂消化；强化难点，引起重视，夯实基础。

能力拓展 即配合课堂教学，围绕热点给出创新题型，着重检测运用所学知识和基本技能进行分析问题、解决问题的能力。

自主探究 即设计结合生产、生活实际的开放性、实践性试题；结合学习内容提供研究性学习的背景资料，培养良好的思维方式，提高解决综合问题的能力。

为了准确把握教育发展趋势和考试未来走向的前瞻性，我们特聘请了全国的教育专家及一线优秀教师编写了这套丛书。

编 者

KETANGGONGLUE

目 录



第十二章 一元二次方程	1	12.7 可化为一元二次方程的分式方程(一)	39
一、一元二次方程	1	12.7 可化为一元二次方程的分式方程(二)	41
12.1 用公式解一元二次方程(一)	1	二、简单的二元二次方程组	44
12.1 用公式解一元二次方程(二)	3	12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程 组成的方程组	44
12.2 用因式分解法解一元二次方程	5	12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个 二元一次方程的方程组成的方程组	46
12.3 一元二次方程的根的判别式(一)	7	第十三章 函数及其图象	48
12.3 一元二次方程的根的判别式(二)	9	13.1 平面直角坐标系	48
12.3 一元二次方程的根的判别式(三)	11	13.2 函数	51
12.3 一元二次方程的根的判别式(四)	13	13.3 函数的图象	53
12.4 一元二次方程的根与系数的关系(一)	15	期末测试(一)	55
12.4 一元二次方程的根与系数的关系(二)	17	期末测试(二)	59
12.4 一元二次方程的根与系数的关系(三)	20	期末测试(三)	63
12.4 一元二次方程的根与系数的关系(四)	23	答案与提示	67
12.5 二次三项式的因式分解	26		
12.6 一元二次方程的应用(一)	28		
12.6 一元二次方程的应用(二)	30		
期中测试(一)	32		
期中测试(二)	36		



第十二章 一元二次方程

一、一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程 (一)



基础

语言—演绎推理能力·运算能力·解决问题的能力

1. 一元二次方程 $(x+5)(2x-4) = 3x - 14$ 的一般形式是_____.
2. 方程 $(x-2)^2 + (x+1)^2 = 3x - 4$ 的二次项系数是_____，一次项系数是_____，常数项是_____.
3. 方程 $(a^2 - 1)x^2 + (a+1)x - 3 = 0$ ，当 a _____ 时，是一元二次方程；当 a _____ 时，是一元一次方程.
4. 已知一元二次方程 $(2m+6)x^2 - 3x - 5m = 0$ ，则 m 的取值范围是_____.
5. 方程 $(3y+1)^2 + (y+\sqrt{2})(y-\sqrt{2}) = 7y + 3$ 的常数项是_____.
6. 方程 $x^2 - 25 = 0$ 的解为_____，方程 $(2x-1)(x+3) = 0$ 的解为_____.
7. 方程 $16x^2 - 1 = 0$ 的根是_____.
8. 方程 $\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - \frac{x}{2} = 4$ 化成一元二次方程的一般形式是_____.
9. 把方程 $x(x+2) = 5(x-2)$ 化为一般式，则 a ， b ， c 的值分别为 ()
A. 1, -3, 10 B. 1, 7, -10 C. 1, -5, 12 D. 1, 3, 2
10. 方程 $3x^2 - 2(4x-1) = 0$ 的二次项系数、一次项系数与常数项的和是 ()
A. 13 B. 9 C. -9 D. -3
11. 一元二次方程 $(2x+1)^2 - (x-1)^2 = (x+3)(3-x)$ 的一般形式是 ()
A. $2x^2 + 6x - 9 = 0$ B. $2x^2 + 2x - 9 = 0$ C. $4x^2 + 2x - 9 = 0$ D. $4x^2 + 6x - 9 = 0$
12. 方程 $3x^2 - (x+2)^2 = (x-1)^2 + 4$ 的二次项系数是 ()
A. 1 B. 3 C. -2 D. 7
13. 下列说法中正确的是 ()
A. 若 $(a-2)^2 + (b+1)^2 = 0$ ，则 $(b-1)x^2 + (a-2)x + 3 = 0$ 是一元二次方程
B. $\frac{x^2}{\sqrt{2}} - 3 = 0$ 不是一元二次方程

一课一练 YIKEYILIAN

C. $3x^2 - 4x + 5$ 是一元二次方程

D. 方程 $x(x-2) = 5x - 4$ 的二次项、一次项和常数项分别为 3, -11 和 4

14. 把方程 $(3x-2)^2 + 2x(x+2) = (2x-1)(3x+1)$ 化成一般形式, 再写出它的二次项系数、一次项系数和常数项.

15. 解下列方程:

(1) $2(3x-4)^2 = 50$

(2) $(5-x)^2 = 9$

(3) $(x-2)^2 = (2x+3)^2$

(4) $(4x-1)^2 + 2x - 1 = x^2$



拓展

16. 当 a 为何实数时, 关于 x 的一元二次方程 $(a^2 - 9)x^2 + (a-3)x + 4b = 0$ (1) 是一元一次方程; (2) 是一元二次方程?

17. 已知关于 x 的方程 $(m+1)x^{m+1} + (m-3)x = 1$, 问:

- (1) m 取何值时, 它是一元二次方程? 并求出此方程的解;
(2) m 取何值时, 它是一元一次方程?



探究

18. 试证明关于 x 的方程 $(m^2 - 8m + 17)x^2 + 2mx + 1 = 0$, 不论 m 取何值, 该方程都是一元二次方程.



基础

1. 方程 $x^2 = (m-1)^2$ 的根是_____.
2. $x^2 + 4x - 3 = (x + \underline{\hspace{2cm}})^2 - \underline{\hspace{2cm}}$.
3. $y^2 + \underline{\hspace{2cm}} + \frac{9}{16} = (y + \underline{\hspace{2cm}})^2$.
4. 方程 $x^2 - \sqrt{81} = 0$ 的根是_____.
5. $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \underline{\hspace{2cm}}\right) = a(x + \underline{\hspace{2cm}})^2$.
6. 已知 $|m-1|=2$, 则关于 x 的二次方程 $(m+1)x^2 - (m+5)x + 4 = 0$ 的解是_____.
7. 一元二次方程 $(x+11)^2 = 3m-1$ 有解的条件是 ()
- A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m \geq \frac{1}{3}$ C. $m < \frac{1}{3}$ D. $m \leq \frac{1}{3}$
8. 方程 $x^2 - 8x + 6 = 0$ 左边配成一个完全平方后所得的方程是 ()
- A. $(x+4)^2 = 22$ B. $(x-4)^2 = 22$ C. $(x-4)^2 = 10$ D. $(x+4)^2 = 10$
9. 将方程 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 配方变形后所得方程正确的是 ()
- A. $(2x-1)^2 + 1 = 0$ B. $(2x-1)^2 - 4 = 0$
C. $2(x-1)^2 - 1 = 0$ D. $2(x-1)^2 - 5 = 0$
10. 用配方法解下列方程, 配方错误的是 ()
- A. $x^2 + 2x - 99 = 0$ 化为 $(x+1)^2 = 100$ B. $2t^2 - 7t - 4 = 0$ 化为 $\left(t - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$
C. $x^2 + 8x + 9 = 0$ 化为 $(x+4)^2 = 25$ D. $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 化为 $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$
11. 用公式法解下列方程:
- (1) $x^2 + x = 1$ (2) $y^2 - 2\sqrt{2}y + 2 = 0$
- (3) $2x^2 - \sqrt{2}x - 30 = 0$ (4) $2(3x-4)^2 = 50$
- (5) $(y+1)(y-1) = 2\sqrt{2}y$ (6) $\frac{1}{50}x^2 + \frac{3}{5} = \frac{29}{100}x$

提高——演绎推理能力·运算能力·解决问题的能力



12. 已知: $A = x^2 - 2x - 8$, $B = 2x^2 - 5x - 12$. 求:

- (1) 当 x 取何值时, A 的值为 -5 ?
- (2) 当 x 取何值时, B 的值等于零?
- (3) 当 x 取何值时, A 与 B 的值相等?



拓展

13. 已知方程 $(m-2)x^{m^2-5m+8} + (m-3)x + 5 = 0$, 求当 m 取何值时是一元二次方程, 并求此方程的解.

14. 解关于 x 的方程:

$$(1) \quad x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 3mx + 2m^2 - mn - n^2 = 0$$



探究

15. 若两个关于 x 的方程 $x^2 + x + a = 0$ 与 $x^2 + ax + 1 = 0$ 有一个公共的实数根, 求 a 的值.



12.2 用因式分解法解一元二次方程



基础

精题·清透·进阶能力·培优能力·拓展能力·综合能力

1. 方程 $4x^2 = 5x$ 的根是_____.
2. 方程 $(x - 1)(x - 2) = 2$ 的根是_____.
3. 方程 $(t - 2)(t + 3) = 6$ 的根是_____.
4. 方程 $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 20$ 的根是_____.
5. 方程 $9(x - 2)^2 = 4(x + 1)^2$ 的根是_____.
6. 方程 $12x^2 + 20x + 7 = 0$ 的根是_____.
7. 方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的根是_____.
8. 方程 $(3x - 2)^2 = 2(3x - 2)$ 的根是_____.
9. 下列解方程正确的是 ()
 A. 解方程: $2x^2 = x$ 时, 将方程两边同时除以 x , 得 $x = 2$
 B. 解方程: $2x^2 = 6x$ 时, 将方程两边同时除以 $2x$, 得 $x = 3$
 C. 解方程: $x^2 + 1 = 2x$ 时, 分解因式得 $(x - 1)^2 = 0$, 解之得 $x = 1$
 D. 解方程: $x^2 + 2x + 1 = 0$ 时, 分解因式得 $(x + 1)^2 = 0$, 解之得 $x_1 = x_2 = -1$
10. 方程 $(x - 5)^2 - 2(x - 5) - 8 = 0$ 的根是 ()
 A. $x_1 = 3, x_2 = 9$ B. $x_1 = -3, x_2 = -9$ C. $x_1 = -3, x_2 = 9$ D. $x_1 = 3, x_2 = -9$
11. 方程 $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$ 的根是 ()
 A. $x_1 = 1, x_2 = \sqrt{6}$ B. $x_1 = -1, x_2 = -\sqrt{6}$
 C. $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{3}$ D. $x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{3}$
12. 方程 $\frac{1}{2}(x - 2)^2 = \frac{1}{3}(x - 2)^2$ 的根是 ()
 A. $x = 2$ B. $x_1 = 2, x_2 = \frac{7}{2}$ C. $x = \frac{7}{2}$ D. 以上答案都不对
13. 已知 $x = 2$ 和 $x = 3$ 是方程 $(3x - m)(x + 3) = 0$ 的根, 则 m 的值等于 ()
 A. $m = 6$ B. $m = -6$ C. $m = 2$ D. $m = -2$
14. 在下述一元二次方程中 ① $(x - 1)(x - 2) = -3$ ② $(x - 1)(x - 2) = 0$ ③ $(x - 1)(x - 2) = 6$ 两个根都是正数的只有 ()
 A. ① B. ①② C. ①③ D. ②
15. 关于 x 的方程 $8x - 2x^2 + 7a = (x + 3)a$ 的根是 ()
 A. $x_1 = 4, x_2 = \frac{a}{2}$ B. $x_1 = 4, x_2 = -\frac{a}{2}$ C. $x_1 = -4, x_2 = \frac{a}{2}$ D. $x_1 = -4, x_2 = -\frac{a}{2}$
16. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中的二次项系数、一次项系数和常数项之和等于零, 那么方程必有一个根是 ()
 A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1
17. 已知 $x = -2$ 是方程 $2x + m - 4 = 0$ 的一个根, 则 m 的值是 ()
 A. 8 B. -8 C. 0 D. 2
18. 方程 $x(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$ 的根是 ()

一课一练 YIKEYILIAN

A. $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = \frac{3}{2}$

B. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -\frac{3}{2}$

C. $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = -\frac{3}{2}$

D. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = \frac{3}{2}$



19. 根据下列条件，分别编写出关于 x 的二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 都不为零)

- (1) 有一个根是 1，常数项是 10；
- (2) 有一个根是 -1，一次项系数是 -5；
- (3) 有一个根是 $\sqrt{2}$ ，二次项系数是 1.

提高—演绎推理能力·运算能力·图形与空间想象能力

20. 解关于 x 的方程：

(1) $x^2 - a(3x - 2a + b) = b^2$

(2) $x^2 + mx + 2 = mx^2 + 3x$ ($m \neq 1$)



21. 已知 k 为非负实数，关于 x 的方程 $x^2 - (k+1)x + k = 0$ ① $kx^2 - (k+2)x + k = 0$ ②

- (1) 求证：方程①有两个非负实根，并求出这两个实根；
- (2) k 取什么值时，方程①与②有一个相同的实根？



12.3 一元二次方程的根的判别式（一）



基础

提高——演绎推理能力·抽象能力·解决问题能力

1. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$, 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程没有实数根.
2. 方程 $9x^2 + 1 = 6x$ 的根的情况是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 若关于 x 的方程 $kx^2 - 3kx + k + 5 = 0$ 的两根相等, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 若关于 x 的方程 $kx^2 - 4x + 2 = 0$ 有两个实数根, 那么 $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$, k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 当 $a \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程 $ax^2 + x - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.
6. 已知方程 $2x^2 - 2x + 3a - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 $|a - 2| - \sqrt{a^2 + 16 - 8a} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 方程 $(2x - 1)(x + 3) = 15$ 的判别式 $b^2 - 4ac = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 当 $m \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 二次方程 $x^2 - (2m - 1)x + \left(m^2 + m - \frac{1}{2}\right) = 0$ 有两个不相等的实数根.
9. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, 根的判别式是一个完全平方数, 则方程必有 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 方程 $x^2 - (m+1)x + 2m - 1 = 0$, 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 此方程必有一个根为零.
11. 下列方程中, 有两个不相等的实数根的方程是 ()
- A. $x^2 - x - 1 = 0$ B. $x^2 - 6x + 9 = 0$
 C. $x^2 - 4x + 5 = 0$ D. $x^2 - 5x + 7 = 0$
12. 下列方程中, 没有实数根的是 ()
- A. $3x^2 - 15x + 1 = 0$ B. $x^2 = 7x + 15$
 C. $2x^2 - 11x + 37 = 0$ D. $x(x + 3) = 2(x - 10)$
13. 若方程 $mx^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个实根, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m \leq 1$ 且 $m \neq 0$ D. $m \geq 1$
14. 若关于 x 的方程 $kx^2 - 4x + 3 = 0$ 有实数根, 则 k 的非负整数值是 ()
- A. 0, 1 B. 0, 1, 2 C. 1 D. 1, 2, 3
15. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 x^2 + m^2 + 4 = 0$, 则下列判断正确的是 ()
- A. $m = \pm\sqrt{2}$ 时, 原方程有两个相等的实数根
 B. $-2 < m < 2$ 时, 原方程有两个相等的实数根
 C. 不论 m 为什么实数, 原方程都没有实数根
 D. 不论 m 为什么实数, 原方程都有实数根
16. 若 a 为非负数, 则方程 $x^2 - ax - a^2 = 0$ 的根的情况是 ()
- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
 C. 有两个实数根 D. 没有实数根
17. 如果方程 $mx^2 - 6x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是 ()
- A. $m > 9$ B. $m < 9$ 且 $m \neq 0$
 C. $m < -9$ D. $m > -9$ 且 $m \neq 0$
18. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ 没有实数根, 则关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2m - 1 = 0$ ()
- A. 有两个相等的实数根 B. 没有实数根
 C. 有两个不相等的实数根 D. 实数根的个数不确定



拓展

19. 已知关于 x 的方程 $(1 - 2k)x^2 - 2\sqrt{k+1}x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围。

20. 求证：关于 x 的方程 $x^2 - (m+2)x + 2m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根。

提高→清偿推理能力·培养解题能力·培养创新能力



探究

21. 若关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 有相等的实数根，且其根与方程 $x^2 - \frac{1}{q}x + \frac{1}{q} = 0$ 的根互为倒数。

当 m 为实数时，讨论方程 $p^2x^2 + mx - q = 0$ 的根的情况。



基础

1. 不解方程, 判别方程 $2x^2 - 5x - 3 = 0$ 的根的情况: _____.
2. 一元二次方程 $2x^2 - 3x + 2a - 1 = 0$ 没有实数根, 那么 $\Delta = \underline{\hspace{2cm}}$, a 的取值范围是 _____.
3. 如果关于 x 的方程 $2x^2 - (4k+1)x + 2k^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是 _____.
4. 若方程 $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ 没有实数根, 则 k 的最小整数值是 _____.
5. 方程 $3x^2 - 4x + k + 1 = 0$ 无实根, 则 k 的取值范围是 _____, 代数式 $\sqrt{k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{9}} + \left| \frac{1}{3} - 2k \right|$ 化简为 _____.
6. 方程 $ax^2 + b = 0$ 有两个实数根的条件是 _____.
7. 已知关于 x 的方程 $m(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 _____.
8. 已知一元二次方程 $(k-5)x^2 - 2(k-3)x + k = 0$, 当 $k < 9$ 时, 方程的根的情况是 _____.
9. 关于 x 的方程 $a^2x^2 + (2a-1)x + 1 = 0$ 有两个实数根, 则 a 的取值范围是 _____.
10. 如果 m 为任意实数, 那么一元二次方程 $x^2 - mx + \frac{1}{2}m^2 + m + \frac{3}{2} = 0$ 的根的情况是 _____.
11. 下列方程中有两个不相等的实数根的是 ()
 A. $2x^2 + 4x + 35 = 0$ B. $x^2 + 1 = 2x$ C. $(x-1)^2 = -1$ D. $5x^2 + 4x = 1$.
12. 关于 x 的方程 $ax^2 - 2x + 1 = 0$ 中, 如果 $a < 0$, 那么根的情况是 ()
 A. 有两个相等实根 B. 有两个不等实根 C. 没有实数根 D. 不能确定
13. 关于 x 的方程 $2kx^2 + (8k+1)x + 8k = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 k 的取值范围是 ()
 A. $k < \frac{1}{16}$ B. $k \geq -\frac{1}{16}$ C. $k > -\frac{1}{16}$ D. $k > -\frac{1}{16}$ 且 $k \neq 0$
14. 如果关于 x 的方程 $(m-2)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有实数根, 那么 m 的取值范围是 ()
 A. $m < 3$ B. $m \leq 3$ C. $m < 3$ 且 $m \neq 2$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$
15. 当 m 不小于 $-\frac{1}{8}$ 时, 一元二次方程 $4m^2x^2 + (4m+1)x + 1 = 0$ ()
 A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个实数根
 C. 有两个相等的实数根 D. 没有实数根
16. 若关于 x 的方程 $3ax^2 - (2\sqrt{3}a-1)x + a = 0$ 有两个实根, 则 a 应取 ()
 A. $a < \frac{\sqrt{3}}{12}$ B. $a \leq \frac{\sqrt{3}}{12}$ C. $a < \frac{\sqrt{3}}{12}$ 且 $a \neq 0$ D. $a \leq \frac{\sqrt{3}}{12}$ 且 $a \neq 0$
17. 若方程 $x^2 + \sqrt{m}x + n = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 $\frac{n}{m}$ 的值为 ()
 A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. -4 D. 4

提高——演绎推理能力·想象能力·空间几何直观能力

 拓展

18. m 为何值时, 方程 $(m-1)x^2 + 2(m-2)x + m+1 = 0$ 有两个相等的实数根? 求出此时方程的根.

19. 若 m 是非负整数, 且关于 x 的一元二次方程 $(1-m^2)x^2 + 2(1-m)x - 1 = 0$ 有两个实数根, 求 m 的值.

 探究

20. 已知一元二次方程 $(ab-2b)x^2 + 2(b-a)x + 2a-ab = 0$ 有两个相等的实数根, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的值.



12.3 一元二次方程的根的判别式（三）



基础

提高·演绎推理能力·抽象能力·综合运用能力

1. 如果方程 $x^2 - mx + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值等于_____.
2. 方程 $25x^2 + 4 = 20x$ 的根的判别式的值是_____.
3. 一元二次方程 $(m+1)x^2 - 3x + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.
4. 方程 $x^2 - (2k-3)x + (k+1)^2 = 0$ 的根的判别式 $\Delta =$ _____，当 k _____ 时，此方程有两个不相等的实数根.
5. 若关于 x 的方程 $ax^2 + ax = a - 2$ 有两个相等的实数根，则 a 的值是_____.
6. 关于 x 的方程 $(1-k)x^2 - 2x - 5 = 0$ ，当 k _____ 时，方程有两个不相等的实数根.
7. 使方程 $2x(4-ax) = 2x^2 + 6$ 有两个实根的 a 的最大负整数值为_____.
8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + b = 1$ 的根的情况是 ()
 A. 必有不相等的两个实数根 B. 当 $b \neq 2$ 时，有两个不相等的实数根
 C. 当 $b < 2$ 时，有两个不相等的实数根 D. 当 $b > 2$ 时，没有实数根
9. 使方程 $x^2 - 2\left(m - \frac{1}{2}\right)x - 1 + m^2 = 0$ 有实数根的非负整数 m 的个数是 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
10. 若关于 x 的方程 $a(x^2 + x + 1) = x^2 + x + 2$ 有两个相等的实数根，则 a 的值为 ()
 A. $\frac{7}{3}$ B. 1 C. $-\frac{7}{3}$ D. $\frac{7}{3}$ 或 1
11. 如果一元二次方程 $(1-2m)x^2 + 12x - 10 = 0$ 有实数根，那么 m 的最大整数值是 ()
 A. 1 B. 2 C. -1 D. 0
12. 当 m 为何值时，关于 x 的一元二次方程 $(3m+1)x^2 - 2(3m+1)x + m + 4 = 0$ 有两个相等的实数根？
13. 当 m 为何值时，关于 x 的方程 $(m+1)x^2 - (2m-1)x + m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根？

14. m 取何值时，方程 $x^2 + (2m+1)x + (m-2)^2 = 0$

- (1) 有两个不相等的实数根？
- (2) 有两个相等的实数根？
- (3) 没有实数根？

15. 已知 $\sqrt{a+4} + |b-1| = 0$, 试回答: k 取何值时, 方程 $kx^2 + ax + b = 0$ 有两个不相等的实数根?



拓展

16. 关于 x 的方程 $x^2 + \frac{k}{3}x + 4 = 0$ 有两个相等的实数根, 且方程 $x^2 - k = 0$ 无实根, 求关于 x 的方程 $x^2 + 4x + k = 0$ 的解.

提高——演绎推理能力·抽象能力·解决问题的能力



探究

17. 若 m 满足不等式 $8m > 9$, 求证: 方程 $(m-1)x^2 - 2(m+1)x - (m+7) = 0$ 有两个不相等的实数根.

12.3 一元二次方程的根的判别式（四）



1. 如果方程 $3x^2 - ax + 2 = 0$ 有两个相等的实数根，则 a 的值是_____.
2. 如果方程 $kx^2 - kx - 3 = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是_____.
3. 一元二次方程 $(k-1)x^2 + 2kx + k+3 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是_____.
4. 已知 a, b 是关于 x 的方程 $x^2 - 2px + p^2 + \sqrt{2p-1} = 0$ 的两个根，则 $\sqrt{ab} - p$ 的值是_____.
5. 不解方程，判断方程 $\sqrt{3}x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{2}x + 2 = 0$ 的根的情况是_____.
6. 已知 m 为常数，则方程 $x(2x+1) + m(1-4x) = 1$ 的根的情况是_____.
7. 如果方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 没有实数根，则 k 的取值范围是_____.
8. 一元二次方程 $(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$ 有_____实数根.
9. 如果方程 $2x^2 - x + m = 0$ 的根的判别式的值是 5，则 m 的值是_____.
10. 如果关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - mx - m^2 + \frac{1}{8} = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 应取值为 ()
- A. $m = \frac{1}{3}$ B. $m = \frac{1}{3}$ 或 $m = -\frac{1}{3}$ C. $m = 3$ D. $m = 3$ 或 $m = -3$
11. 下列方程中，没有实数根的是 ()
- A. $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{9}x = \frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{2}(x^2 + 4) = \frac{1}{3}(x + 27)$
C. $\frac{2x^2 - 1}{3} = \frac{1}{2}(x - 6)$ D. $3 - (2x - x^2) = 15x$
12. 若关于 x 的方程 $(m-1)x^2 - 2mx = 0$ 为一元二次方程，关于 x 的方程 $x^2 - mx + 3x + m = 0$ 有两个相等实数根，则 $m^2 - 1$ 的值为 ()
- A. 0 或 80 B. 0 C. 80 D. 以上答案都不对
13. 设 m, n 是两个实数，方程 $x^2 - (m+n)x + mn = 0$ ()
- A. 有两个实数根 B. 没有实数根
C. 一定有两个相等的根 D. 以上答案都不对
14. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长，且方程 $a(1+x^2) + 2bx - c(1-x^2) = 0$ 两根相等，则此三角形为 ()
- A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 任意三角形
15. 已知：关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2 + 2kx - 6x + 1 = 0$ ，求：
- (1) 当 k 取何值时，方程有实数根？
(2) 当 k 取何值时，方程没有实数根？

培优——清偿推理能力·运算能力·解决问题的能力