

8843
1040

772549

电动力学教学辅导

丁士章 宋日祥

DIAN DONG LI XUE JIAO XUE FU DAO

3343

1040

772540

3 343
1040

电动力学教学辅导

丁士章 朱日祥 编写

王世宁 校订

山西人民出版社

电动力学教学辅导

丁士章 朱日祥 编写

山西人民出版社出版 (太原并州北路十一号)

山西省新华书店发行 山西省七二五厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 7.125 字数: 145 千字

1986年2月第1版 1986年2月山西第1次印刷

印数: 1—3,300 册

*

书号: 7088·1263 定价: 1.05 元

前 言

电动力学是物理系各专业所必修的公共基础理论课程。为了使学能更好地学好这门课程，全面掌握电动力学的基本概念和方法，我们根据多年来的教学实践和积累的资料，整理编写了这本书。

本书是根据1980年6月教育部公布的综合性大学物理系《电动力学教学大纲》，并考虑到师范院校和工科院校的需要编写的。全书分五章，每一章都有内容提要 and 习题辅导，并有适当的例题帮助学生理解概念，掌握方法。每章最后附有一定数量的练习题，包括思考题和习题，供学生练习。

本书稿在整理过程中得到我系广大教师和学生的热情支持和帮助，最后经山西省科协主席，省物理学会理事长张永崙教授审阅定稿，并为本书写了序，王世宁副教授校订并提供了部分资料，谨向诸位先生和同学致谢。

编写本书是我们的初步尝试。由于水平有限，时间仓促，缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

编者于山西大学

序

电动力学是一门理论性比较强的重要基础理论课。它不仅仅是综合性大学和高等师范院校物理系的必修课，也是其它院校有关专业的重要课程。学生在学习这门课时常常遇到不少的困难，尤其在解题时，不知如何下手。目前已出版的电动力学教材比较单一，教学参考书尤感缺乏，致使学生在学习中找不到适当的辅导资料。

本书作者丁士章、朱日祥二位同志经过多年教学实践，摸索出一些经验，并通过历届学生的课堂提问、习题作业和考试答卷中发现的一些问题，不断改进教材内容和习题课的引导方法，使学生较好地掌握基本物理概念，培养解题方法的能力。学生学习这门课的积极性不断提高，考试成绩接连上升，特别是对部分报考研究生的学生在电动力学这门课的考试中，均得到优良的成绩。学生学习电动力学不仅要懂，而且要会。要懂，就要在掌握物理概念和基本方法上下功夫。只有弄清了基本物理概念，掌握了解典型问题的一些基本方法，以及这种方法所依据的原理，再做一些必要的练习题，才能在懂的基础上达到会的目的。这本书兼顾了这两方面的特点。全书在阐明电动力学基本原理的基础上，比较详细地介绍了各种解题方法，指出了解题时应注意的地方，并以例题使之具体化。每一章附有一定数量的练习题。练习题中既有联系实际，开阔思路，进一步理解有关概念和方法的思考

题，也有为提高学习能力，掌握物理定律和定理的不同类型的习题。所以这本书的出版，对讲授和学习电动力学的教师和学生都有一定的参考价值。

张永苍

目 录

第一章	电磁现象的普遍规律.....	(1)
第二章	静电场和稳恒电流磁场.....	(40)
第三章	电磁波的传播和辐射.....	(83)
第四章	狭义相对论.....	(123)
第五章	带电粒子和电磁场的相互作用.....	(160)
答 案		(185)

第一章 电磁现象的普遍规律

电动力学是研究电磁运动普遍规律的科学，它是从麦克斯韦方程和洛伦兹力公式出发，运用数学演绎方法，结合有关物质结构的知识，建立了完整的电磁场理论体系。

电动力学中用到的主要数学工具是矢量场论、数学物理方程、张量的基本概念和张量代数的运算等。

本章是在扼要分析有关实验定律基础上，从中总结出电磁场的普遍规律，建立了麦克斯韦方程组和洛伦兹力公式，讨论电磁场能量和动量，以及如何运用这些知识求解有关问题的方法。

一、电荷守恒定律

实验表明：总电荷是不消灭也不增多的。对于空间某一区域 V ，电荷守恒定律的积分形式为：

$$\oint_V \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad (1.1)$$

式中 $\vec{j}$ ($\vec{X}'$)和 ρ ($\vec{X}'$)分别是电流密度和电荷密度， S 是区域 V 的边界面。

电荷守恒定律的微分形式为：

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

上式又称为电荷电流连续性方程。对于稳恒电流有 $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$,

于是

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (1.3)$$

(1, 3) 式表明稳恒电流是无源的, 电流线是闭合的。

二、麦克斯韦方程组及其实验基础

麦克斯韦方程组是电磁现象基本规律的数学表达式, 它是麦克斯韦在总结前人工作的基础上, 即在库仑定律、安培—毕奥—萨伐尔定律及法拉第电磁感应定律和场的叠加原理基础上, 引入位移电流概念后建立起来的, 是电磁学的基本方程。

1. 库仑定律 真空中静止点电荷 Q_1 对另一个静止点电荷 Q_2 的作用力为:

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \vec{r}_{12} \quad (1.4)$$

式中 $\vec{r}_{12}$ 为由 Q_1 到 Q_2 的矢径, ϵ_0 是真空介电常数。

根据库仑定律和场强定义, 可得点电荷 Q 激发的静电场强度为:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r} \quad (1.5)$$

由场的叠加原理和库仑定律, 可得静止电荷分布 $\rho(\vec{r}')$ 激发的静电场为:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \int_v \frac{\rho(\vec{x}')}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} dV' \quad (1.6)$$

式中 $\vec{r}$ 为电荷源分布点 $\vec{x}'$ 到场点 $\vec{x}$ 的矢径。积分遍及整个电荷分布区域。

由库仑定律出发可以得出描述静电场重要性质的高斯定律：在静电场中，通过任意闭合面的电通量只与它包围的电荷的代数和成正比，与它们如何分布无关，也与面外的电荷无关，即

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (1.7)$$

电荷连续分布时，上式可写成

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_v \rho dV \quad (1.7')$$

其微分形式为

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.8)$$

由只适用于静止点电荷情况的库仑定律推广得出来的高斯定理反映了矢量场 $\vec{E}$ 的散度与场源之间的关系。实验表明高斯定理在一般情况下也适用，故推广到普遍情况。

2. 安培—毕奥—萨伐尔定律

实验表明，稳恒电流 $\vec{j}(\vec{x}')$ 激发的静磁场为

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\vec{j}(\vec{x}') \times \vec{r}}{r^3} dV' \quad (1.9)$$

式中 μ_0 为真空中磁导率， $\vec{r}$ 是电流源点 X' 到场点 X 的矢径，积分遍及整个电流分布区域。(1, 9)式为毕奥—萨伐尔定律。

一个电流元 $I d\vec{L}$ 在磁场中所受到的磁场力为

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B} \quad (1.10)$$

(1, 10)式称为安培—毕奥—萨伐尔定律。

由(1, 9)式可以导出安培环路定律

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad (1.11)$$

上式表明，磁场中对任何闭合曲线的磁感应强度 $\vec{B}$ 的环量，正比于以此曲线为边界的任意曲面上的电流通量。

由(1, 9)式还可得到磁场中的高斯定理，即

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (1.12)$$

其微分形式为

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.13)$$

它表示磁感应强度 $\vec{B}$ 对任何闭曲面的总通量为零。说明由电流所激发的磁场是无源的。(1, 12)式和(1, 13)式是从稳流情况下得出来的，实验表明，在普遍情况下也适用。因此，在假定磁荷不存在的情况下，(1, 13)式作为磁场的一个基本规律。

3. 法拉弟电磁感应定律

实验表明, 在变化的磁场中, 闭合导电线圈L中获得的感应电动势 ε , 正比于以L为边界的任意曲面上磁感应强度通量的变化率。

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1.14)$$

上式表明磁场变化时, 周围空间将激发有旋电场, 因而在任何闭合路径中形成电动势。

(1.14)式的微分形式为

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.15)$$

法拉弟电磁感应定律是在电磁场缓变情况下得出的, 麦克斯韦将其推广到普遍情况, 后来实验证明这种推广是正确的。

4. 麦克斯韦方程组

(1.11)式对稳恒电流磁场是正确的, 但在一般情况下与电荷守恒定律发生矛盾。麦克斯韦引入位移电流的概念

$\vec{j}_{\text{位}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, 即变化电场和电流一样, 能够产生磁效应, 在变化电场周围要激发有旋磁场。因而对(1.11)式作了修改, 并推广到普遍情况, 建立了麦克斯韦方程组。

引入辅助量 $\vec{D}$ 和 $\vec{H}$ 后, 介质中麦克斯韦方程组的积分形式和

$$\begin{cases} \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_f \\ \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \\ \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \\ \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f + \frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{D} \cdot d\vec{s} \end{cases} \quad (1.16)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.16')$$

微分形式为式中 $\vec{j}_f$ 和 ρ_f 分别为传导电流体密度和自由电荷体密度, I_f 和 Q_f 为传导电流和自由电荷。 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 为描述电磁场的基本物理量, $\vec{D}$ 和 $\vec{H}$ 是辅助量, 称为电位移矢量和磁场强度, 由(1.24)式和(1.25)确定。真空中, 麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.16'')$$

麦克斯韦方程组确定了电荷电流和电磁场之间的普遍联系。当 $\rho_f = 0$, $\vec{j}_f = 0$ 时, 方程组反映了电磁场本身的运动规

律。所以方程组原则上解决了电磁场的基本问题。可由麦克斯韦方程组出发，根据介质的电磁性质方程，即状态方程和电磁场边值关系，原则上可以求解具体的电磁场。

当电荷电流分布具有某种对称性时，可直接用高斯定理和安培环路定理求解具体的电场和磁场。

三、洛 伦 兹 力 公 式

电荷密度为 ρ 的电荷系统，其单位体积电荷在电磁场中所受到的力密度为

$$\vec{f} = \rho \vec{E} + \rho \vec{V} \times \vec{B} \quad (1.17)$$

上式称为洛伦兹力公式。

对于电量为 Q ，运动速度为 $\vec{V}$ 的带电粒子，在电磁场中所受到的作用力为

$$\vec{F} = Q \vec{E} + Q \vec{V} \times \vec{B} \quad (1.18)$$

洛伦兹力公式中第一项是单位体积电荷所受的电场力，第二项是上述电荷运动形成的电流所受到的磁场力。式中 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 是总电磁场强度。洛伦兹力公式是在低速、宏观情况下得出的，后来推广到普遍情况。它与电荷守恒定律、麦克斯韦方程组一起成为电动力学三大假设，并在实验中证明是正确的，成为电磁场理论的基本原理。

四、介质的极化和磁化

在电磁场的作用下,介质将被极化和磁化,在介质内及介质表面处出现极化电荷和诱导电流。设介质的极化强度为 $\vec{P}$,磁化强度为 $\vec{M}$,则介质内的极化电荷密度 ρ_p ,极化电流密度 $\vec{j}_p$ 和磁化电流密度 $\vec{j}_m$ 分别为,

$$\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P} \quad (1.19)$$

$$\vec{j}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (1.20)$$

$$\vec{j}_m = \nabla \times \vec{M} \quad (1.21)$$

极化电流和磁化电流统称为诱导电流。非均匀介质极化时,在介质内部出现极化电荷。均匀介质极化时,极化电荷只出现在自由电荷附近及介质表面处。在介质表面的极化电荷面密度 σ_p 和磁化电流线密度 α_m 分别为

$$\sigma_p = \vec{n} \cdot \vec{P} \quad (1.22)$$

$$\alpha_m = -\vec{n} \times \vec{M} \quad (1.23)$$

式中 $\vec{n}$ 为介质表面法线方向单位矢量。

电位移矢量 $\vec{D}$ 和磁场强度 $\vec{H}$ 分别为

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.24)$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (1.25)$$

实验表明, 对于各向同性的非铁磁性线性介质, 当作用于介质的场不太强, 变化也不太迅速时有

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (1.26)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.27)$$

式中 ϵ 和 μ 称为介质的介电常数和磁导率。

实验表明:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - 1 \right) \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.28)$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H} \quad (1.29)$$

式中 $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$, $\frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r$ 分别为介质的相对介电常数和相对磁导率。

$$\chi_e = \epsilon_r - 1 \quad (1.30)$$

$$\chi_m = \mu_r - 1 \quad (1.31)$$

对于导电介质, 在电场作用下其电流密度和电场强度之间遵从欧姆定律:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.32)$$

式中 σ 称为介质的电导率。

对于各向异性介质, 在弱场时有

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad D_i = \epsilon_{ij} E_j \quad (1.33)$$

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad j_i = \sigma_{ij} E_j \quad (1.34)$$

式中 $\vec{\epsilon}$ 和 $\vec{\sigma}$ 分别为介质的介电常数张量和电导率张量。

五、边值关系

(一) 电磁场边值关系

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_f \\ \left[\vec{n} \cdot (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \sigma_{\text{总}}/\epsilon_0 \right] \\ \vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \\ \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \\ \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}_f \end{array} \right. \quad (1.35)$$

式中 $\vec{n}$ 为界面法线方向的单位矢量，其方向规定为由介质 I 指向介质 II。（下同）

(二) 电荷电流的边值关系

$$\vec{n} \cdot (\vec{j}_2 - \vec{j}_1) = -\frac{\partial \sigma_{\text{总}}}{\partial t} \quad (1.36)$$

导电介质分界面上有：

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n} \cdot (\vec{j}_{2f} - \vec{j}_{1f}) = -\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} \\ \left[\vec{n} \cdot (\sigma_2 \vec{E}_2 - \sigma_1 \vec{E}_1) = -\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} \right] \\ \vec{n} \cdot (\vec{j}_2 - \vec{j}_1) = 0 \text{ (稳流情况)} \end{array} \right. \quad (1.37)$$

介质面上有：