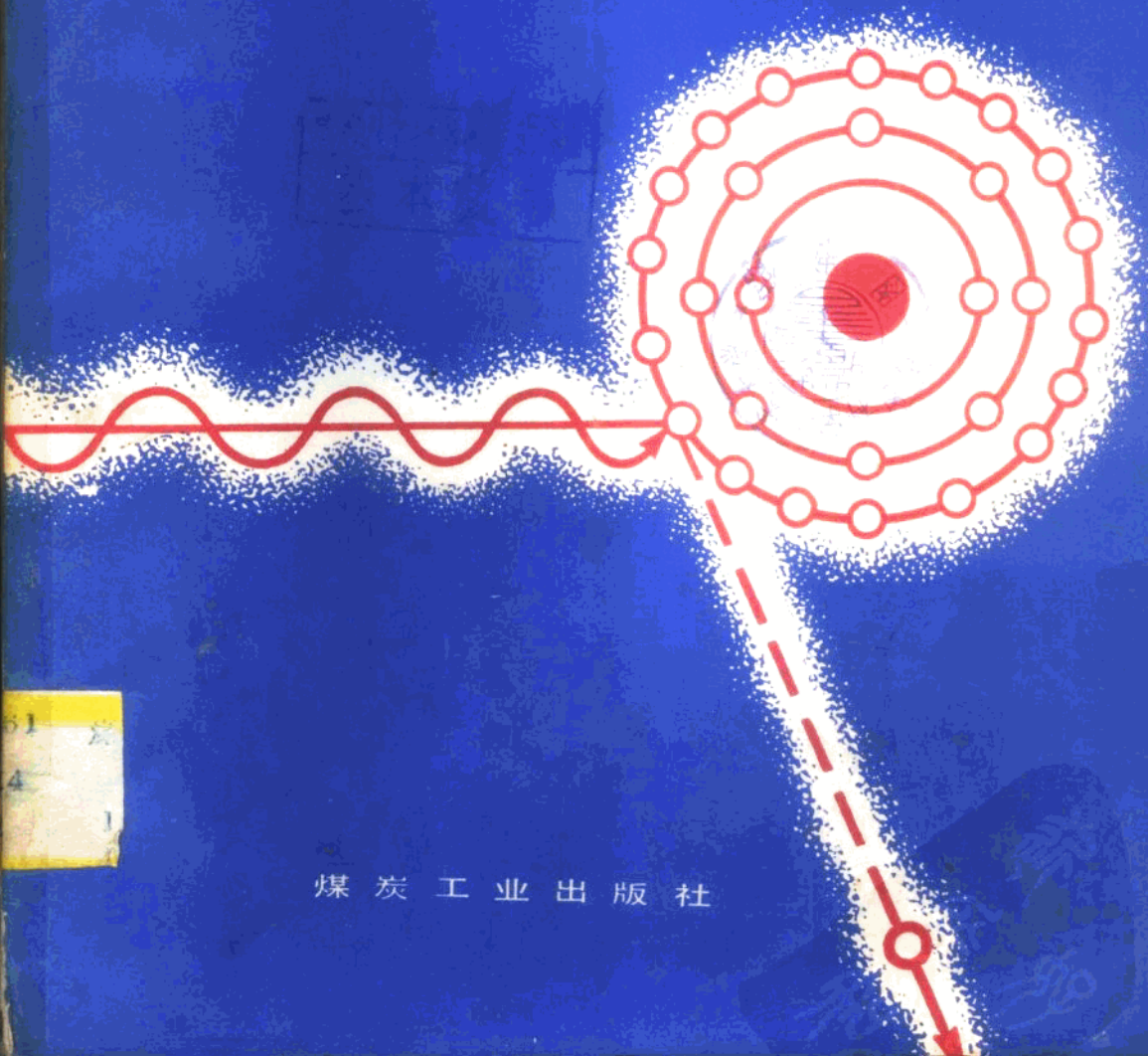


664438

黄作华等编著

煤田测井方法与数字处理

下 册



煤炭工业出版社

煤田测井方法与数字处理

下 册

测井资料的数字处理

黄作华 等 编 著

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书共分六章。前三章系统地介绍了煤田测井中常用的电测井、核测井、声测井的原理和方法，着重介绍三侧向、感应、密度、中子、能谱、三维速度、超声成像等新方法，并分别引入了电测井的拉普拉斯方程求解、核测井的迁移方程理论、声测井的波动方程理论等；后三章详细介绍了煤田测井资料的电子计算机解释技术，对各种数字测井仪及数字处理中的硬件设备也有简明介绍。可供高等院校地质、物探专业的学生、研究生作为数学参考书，也可供从事地质、测井工作的工程技术人员使用。为了便于读者使用，本书分上、下两册出版。

杨方伟同志参与了本册部分章节的编写工作，王杰、焦富怡和研究生林建民也协助做了一些工作。书中插图由王雪琴、戴凤云描绘。

煤 田 测 井 方 法 与 数 字 处 理

下 册

黄 作 华 等 编 著

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本787×1092¹/₁₆ 印张 18¹/₈

字数 433 千字 印数 1—2,910

1982年7月第1版 1982年7月第1次印刷

书号15035·2470 定价2.25元

目 录

第四章 数字测井技术概述	1
§1 测井曲线的数字化	2
一、模拟曲线与数字曲线	2
二、富氏变换与频谱分析	3
三、连续曲线的离散化与采样定理	9
四、有限离散富氏变换	13
§2 测井资料的数字磁带记录	14
一、地面模数转换式数字测井仪	15
二、脉冲计数式数字测井仪	36
三、计算机控制的数字测井仪	39
§3 测井资料数字处理的硬件系统——电子计算机及其外围设备	43
一、数字电子计算机	43
二、用于煤田测井资料处理的计算机系统	47
§4 测井资料数字处理的软件系统与基本处理流程	51
一、数字电子计算机的系统软件	51
二、测井资料数字处理的专用软件	53
三、测井资料数字处理的流程	54
第五章 预处理与分层	58
§1 模拟记录的预处理	58
一、光电扫描数字化仪所得数字化曲线的预处理	58
二、平板式数字化仪所得数字化曲线的预处理	60
§2 野外数字记录的预处理	64
一、3317 数字磁带的预处理	64
二、Y4-1 数字磁带的预处理	65
§3 测井曲线的数字滤波	70
一、概述	70
二、频率域滤波	73
三、时间域滤波	75
四、反褶积滤波	81
§4 分层	82
一、模拟人工分层	82
二、统计分层	85
三、反褶积分层	98
§5 取值与校正	103
一、取值方法	103
二、校正	104
第六章 数字处理方法	114
§1 解释模型与基本公式	114

一、体积模型与概率模型	114
二、纯砂岩的体积模型	114
三、纯灰岩的体积模型	118
四、泥质岩石的体积模型	122
五、煤层的体积模型	125
§ 2 用统计分析法判断岩性与煤质	127
一、统计关系曲线法	127
二、交会图法	147
三、判别分析法	172
§ 3 用体积模型分析法判别岩性与煤质	181
一、确定岩性	182
二、确定煤质	186
三、流程图及成果的显示	187
§ 4 岩石强度特性的计算	198
一、弹性介质中的应力和应变——广义虎克定律	198
二、弹性波传输速度与弹性模量间的关系	202
三、利用纵波速度、横波速度和密度资料计算岩石弹性模量的方法	204
四、利用纵波速度和密度测井资料计算岩石弹性模量的方法	208
§ 5 地层倾角测井资料的数字处理	214
一、地层倾角测井概述	214
二、采用相关对比方法确定高程差	215
三、用图形识别对比方法确定高程差	220
四、地层倾角矢量的计算	226
五、流程图与成果的显示解释	229
§ 6 声阻抗、反射系数的计算与合成地震记录	240
一、地层声阻抗的计算	241
二、地层反射系数的计算	244
三、合成地震记录	245
§ 7 地震参考测井与声波测井曲线的校正	255
一、方法原理	255
二、平均速度与层速度的计算	256
三、声波测井曲线的校正	259
§ 8 煤田测井资料的综合处理	262
一、地层对比	262
二、综合解释的流程与成果	281
参考资料	284

第四章 数字测井技术概述

早在六十年代初，地球物理测井就开始引进了通讯技术、讯息科学和电子计算机科学领域中的先进技术，促使测井技术向着数字化的方向发展，并将这一技术首先应用于石油测井。六十年代末七十年代初，由于世界各国对煤炭资源的开发日益重视，使煤田地球物理测井技术得到了迅速发展，并开始广泛应用数字测井技术。

数字测井技术和数字地震技术一样是与电子计算机的发展紧密相连的。简单地说，数字测井技术包括地球物理测井信息的定量化、数字化和测井资料的计算机自动解释。所谓测井信息的定量化是对测井曲线进行定量刻度，它是计算机定量解释的基础；数字化是采用数字测井仪在井场取得数字形式的测井资料，即实现野外数字磁带记录；测井资料的计算机自动解释是采用计算机通过多种数学方法来处理所获得的测井数据，即进行自动分层、确定岩性、判断煤质、计算地层产状、地层对比、制作合成地震记录等项处理，并将解释成果根据需要由计算机以表格、图形等多种形式显示出来，作为测井解释的最终地质成果。

采用这一技术的主要目的是提高测量精度，充分利用我们所记录下来的测井信息，通过计算机采用各种数学方法来扩大解释的范围和完成人工所无法完成的大量运算。采用这一技术的优点是：第一，由于计算机具有精度高、运算速度快、使用灵活，又能快速自动成图等特点，可使测井解释人员从繁琐累赘的计算与绘图工作中解放出来，使他们能够把精力集中到解释方法的研究和解释成果的地质分析上来；第二，可以提高解释的速度和精度，避免人为的计算误差，并能够校正由于各种干扰因素引起的误差；第三，便于采用现代的数学方法如相关分析、回归分析、方差分析、多变量统计判别分析、时间序列分析、数字滤波、褶积运算、样条函数、信息论等一系列数学方法来处理和分析测井资料，这不仅丰富了解释的内容，同时也扩大了解释工作的范围，从而为解释工作开辟了新的领域；第四，采用大容量的计算机还可以进行多井资料的综合解释，对整个勘探区域作出综合解释评价。此外，计算机还是测井方法理论研究的有力工具，它可以取代电模拟方法来进行电极系探测深度的研究、电极系尺寸的设计和选择，以及各种校正图板的计算等。

一般来说，测井信息的利用程度，象征着数字处理的技术水平。七十年代以来，煤田测井的数字处理技术得到了迅速发展，不仅形成了完善的煤田测井资料处理系统——计算机中心，也开始出现了车装小型计算机控制的数字测井仪；不仅引入了一些在石油测井资料处理中的成熟解释方法，也发展了一些具有煤田特点的计算机处理方法；不仅研究使用了较为完整的单井资料解释方法，也正在研究发展多井资料的综合解释评价，使煤田测井资料的计算机解释成果在煤田开发设计中占有越来越重要的地位。目前采用数字测井技术所能提供的地质成果有：

全孔岩性解释 对砂泥岩地层可以确定砂岩骨架、泥质和孔隙的含量体积比；对复杂岩性可以确定泥质、孔隙和矿物成分的含量体积比。并以柱状图的方式显示出来。

煤层分析 确定煤层的深度、厚度、结构和煤层的含碳量、含灰量、含水量、挥发份、发热量和含硫量。其中确定灰分含量的精度可达2~3%。

岩石强度分析 提供钻孔中反映煤层的顶、底板强度的杨氏模量、切变模量、体积模

量和泊松比等弹性参数,可供选择开采条件时参考。

地层倾角分析 可以精确地确定岩层、煤层的倾角和倾向,进而可以准确地确定倾斜煤层的真实厚度;可以确定区域构造倾角,解释地质构造的异常;还可以用于沉积相的研究和地层对比。

声阻抗与合成地震记录 在地震勘探资料处理中能否充分地利用声阻抗、反射系数、吸收系数、波形特征等动力学信息和密度、孔隙度、纵波速度、横波速度等地层物理参数信息,是提高资料解释水平的关键。但是,动力学信息的充分利用,必须结合井下物理参数相辅进行。由于由钻孔资料所计算出的声阻抗曲线和人工合成的地震记录可以用来研究合成的反射波组与相应的地层岩性柱状间存在的对应关系,为判断目的层反射波的存在及其波形特点提供了有力的依据,所以这一成果成为地震资料处理的重要参考,因而也成为测井数字处理的发展方向之一。

地层对比与综合解释 这是一种多井资料的综合处理成果,它可以提供整个勘探区域的煤层对比、覆盖层等厚线图、全部煤层或可采煤层的等厚线图、等灰分线图和整个煤田的底板等高线图等地质成果,并可计算出地质储量。

目前,为了进一步提高煤田测井资料处理技术的水平和提供更多的地质成果,正在研究进一步提高井下仪器的精度和分辨率,并对实测曲线进行更为精确的校正;研究采用适应煤田特点的新方法和各种新型解释模型;研究采用反褶积技术来恢复薄层曲线的幅值和界面上曲线的陡度,以保证煤层分析成果的准确;研究采用频谱分析的方法来进行地层的快速对比和采用相关元识别的方法来进行地层倾角曲线的对比等等。可以相信,随着这一技术的发展,测井资料的计算机处理将与煤田的开发设计更紧密地结合起来,并将提供更多的地质成果。

§ 1 测井曲线的数字化

一、模拟曲线与数字曲线

通常的测井记录,是用连续的电压变化曲线来表示被测物理量随钻孔深度变化的情况。它是一种连续变化的模拟记录,在数学上可以用一个函数关系式 $y(z)$ 来表示,其中, z 为深度。这样的曲线图称为模拟测井曲线。

数字化的测井记录是用一系列离散的数字量来表示被测物理量随钻孔深度变化的情况。每个数字量(称为子样)代表一个采样点的物理量大小,并按等间距或等时距进行采样。它是一种不连续的离散记录,在数学上可以用一个序列 $\{y(n\Delta)\}$ 来表示,其中, Δ 是采样间隔, n 为序号, $n=0, 1, 2, \dots$ 。

模拟曲线的记录形式虽有着直观、明确、一目了然的好处,但是,由于仪器的测量精度低,动态范围小,又不能直接输入计算机去进行处理,因此,在进一步实现测井操作的自动化控制 and 处理时受到了限制。这样就促使数字记录得到了迅速发展。

模拟曲线的数字化是一个模数转换的过程。它包含着两个步骤:一是“采样”,二是“量化”。所谓“采样”,就是把连续变化的曲线 $y(z)$,用它在一系列不同深度(或时间)上的值来代替。最常用的是所谓均匀采样,即每隔一定的间隔 Δ 取一个 y 值,这样就

可以用一个序列 $\{y(n\Delta)\}$ 来代替 $y(z)$ 。采样间隔的倒数 $\frac{1}{\Delta}$ 称为“采样率”。采样间隔或采样率在不同的应用中是不同的。例如，用于测井的采样率是每秒几十个样，而在地震勘探的数字处理中，常用的采样率为每秒五百个或一千个样；在语言分析中，要求每秒一万个样；在射电天文信号分析中则要求高达每秒上百万个样。

经过采样后，我们把一个连续曲线 $y(z)$ ，变成了一串离散值 $\{y(n\Delta)\}$ ，这在时间上是离散化了，但是这时的每一个子样 $y(n\Delta)$ 可能取的数值还是在某个范围内连续变化的，因此，还必须把采样取得的 $y(n\Delta)$ 经过舍入的方法变为只有有限个有效数字的数，这一过程就称为“量化”。常用的方法是：设 $y(z)$ 可能取的最大值为 M ，最小值为 N ，则把这一区间分为 K 个小区间，令它的编号从 $0, 1, 2, \dots$ 到 $K-1$ 。当 $y(n\Delta)$ 的数值落在第 i 个小区间时，我们就将该小区间的值取作这一采样点的数值。由于只能用一组指定的电平近似地表示连续曲线中的无限个电平，因而不论电平划分的如何细，总需要对两个相邻电平之间的值进行选择，所以“量化”的过程也会有一些误差，称为“量化误差”。当前大多数的数字化设备产生的二进制输出是适合计算机运算的，因而可以用二进制数字的位数确定电平的数目。在地球物理勘探中采用的通常是10到16位二进制数字，其相应的电平数目为1024到65536。对于理想的转换，量化误差具有均匀的概率分布，其标准差约为 $0.29\Delta x$ 。这里， Δx 是量化增量。事实说明，与数据的获取和处理过程中的其它误差源比较，量化误差通常是不重要的，但应保证连续数据的范围应尽可能占满可用的量化范围，否则，分辨率太低，量化误差可能会变大。从以上分析中可以看出，曲线的数字化有两个重要的参数，一个是它的采样间隔或称采样率，一个是它的相对量化精度。这两个参数的选择，对于数字记录系统的设计和数字资料的处理是非常重要的。

测井资料数字化后，数据量十分庞大。若以每一厘米取一个样，按每口井测量8种参数来计算，那么一公里深的钻孔将有80万个数据。这样庞大的数据量通常是采用数字磁带来记录的。因为数字磁带的记录容量大，数据的精度高，动态范围大，又便于贮存，并可直接输到计算机去进行处理。

常规的测井曲线可以记作连续信号 $y(z)$ ，数字测井数据可以记为离散信号 $y(n\Delta)$ 。由于离散信号 $y(n\Delta)$ 是从连续信号 $y(z)$ 中以一定的间隔采取的子样，因此，离散信号 $y(n\Delta)$ 与连续信号 $y(z)$ 是局部与整体的关系。这样，就提出了一些问题：离散序列 $y(n\Delta)$ 在什么条件下能完全代表原来的连续信号？从离散信号 $y(n\Delta)$ 能否不失真地恢复出原来的连续信号 $y(z)$ ？怎样研究离散信号的特性和它的处理方法？为了说明这些问题，并为以后讲述处理方法打下基础，我们先对富氏级数、富氏变换和频谱分析等基础知识作一简介。详细的证明与严格的推导可参阅有关的专著。

二、富氏变换与频谱分析

对离散信号的数字处理来说，其基本的和重要的概念与方法是直接建立在富氏分析或谱分析的基础上的，它主要用来研究序列的周期性或频谱特性，分离各种频率成分。可以证明，任何复杂的曲线都可以分解为具有不同的周期、振幅和相位的许多正弦波的迭加。同样也可以证明，任何复杂的曲线也可以由一系列不同周期、振幅和相位的正弦波的迭加来恢复。因此，可以说富氏分析或谱分析是现代信号数字处理的理论基础。

(一) 周期函数的富氏级数

对于周期为 T 的函数 $f(t)$, 当它满足一定条件时, 可以展成如下的富氏级数 (无穷三角级数)

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (4-1)$$

式中的系数 a_0 、 a_n 和 b_n 是由下式所确定的富氏级数系数

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (n=1, 2, 3, \dots) \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

这一级数的收敛条件是很一般的, 对于通常的地球物理信号来说总是可以满足这些条件的。式中的 a_0 代表了直流分量; $a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t$ 代表了具有不同频率成分的交流分量; ω_0 为基频, 它等于 $\frac{2\pi}{T}$ 。

为了进一步说明这一级数的意义, 上述展开式还可以写成以下形式, 即

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (4-2)$$

其中 $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, 为简谐分量的振幅, $\varphi_n = \text{tg}^{-1}\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$, 为简谐分量的初相位。可以看出, 上述两个展开式都是实数级数。

周期函数还可以展成以下复数形式, 即

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i n \omega_0 t} \\ C_n &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt \end{aligned} \quad (4-3)$$

C_n 称为富氏级数系数, 它是一个复数, 可以写成

$$C_n = |C_n| e^{i \varphi_n} \quad (4-4)$$

其中

$$\begin{aligned} |C_n| &= \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \varphi_n &= \text{tg}^{-1}\left(-\frac{b_n}{a_n}\right) \end{aligned}$$

从 (4-2) 式可以看出, 周期函数 $f(t)$ 展成实数级数 (即三角级数) 的物理意义是: 一个复杂的波形 $f(t)$ 可以分解为直流分量 (或常数分量) 与一系列谐波分量之和; 谐波以圆频率 ω_0 为基频, 高次谐波为 ω_0 的整数倍, 它的成分由振幅 A_n 和相位 φ_n 所确定。不难想象和证明, 奇函数一定展成正弦级数, 偶函数一定展成余弦级数。

对于复数形式的展开式来说, C_n 表示了 n 次谐波的振幅与相位。因此, 我们把 C_n 称为

周期函数 $f(t)$ 在有限区间 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 上的离散频谱。将 $|C_n|$ 与 $n\omega_0$ 的函数关系称为 $f(t)$ 的振幅谱, φ_n 与 $n\omega_0$ 的函数关系称为相位谱。把由 $f(t)$ 求出富氏级数系数 C_n 的过程, 称为在有限区间上对 $f(t)$ 作频谱分析。在展成复数形式时所出现的负频率, 完全是由采用复数表示引起的, 在物理上没有明显的解释, 主要是为了数学处理上的方便。

应该特别指出的是, 周期函数的谱是离散谱, 即由一组谱线组成, 如图 4-1 所示。此外, 在富氏级数展开式中, 虚数 i 前面的符号可以取 “+” 号, 也可以取 “-” 号, 只不过当在富氏级数展开式中取定一种符号后, 在富氏级数系数公式中则应取相反的符号。

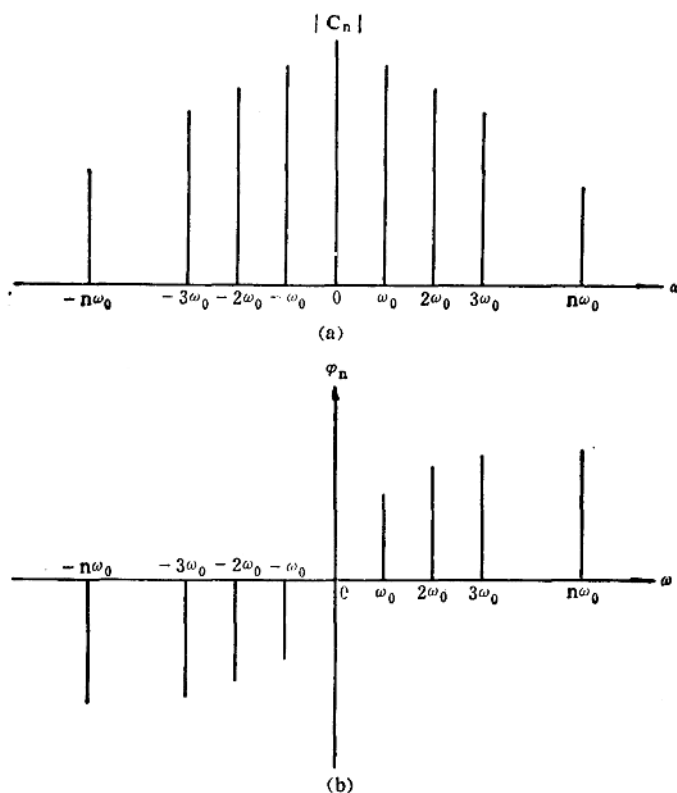


图 4-1 离散振幅谱与相位谱

(二) 非周期函数的富氏积分

上面我们研究了周期函数的富氏级数展开。但是, 在地球物理测井中所遇到的信号通常是非周期性的。如果我们将非周期函数 $f(t)$ 在区间 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 上视为周期函数, 并应用上述的结论, 则有

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i n \omega_0 t} \quad (4-5)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt \quad (4-6)$$

当我们不断扩大周期 T 时, 级数 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i n \omega_0 t}$ 表示 $f(t)$ 的范围就越大。若令 $T \rightarrow \infty$,

那么, 有限区间 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 就转化为无限区间 $(-\infty, +\infty)$, 复杂波分解为简谐波迭加的数学形式就从富氏级数转化为富氏积分。

为了方便起见, 令

$$F(n\omega_0) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt$$

即 $C_n = \frac{1}{T} F(n\omega_0)$, 代入 (4-5)、(4-6) 式中, 则得

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) e^{i n \omega_0 t} \quad (4-7)$$

$$F(n\omega_0) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt \quad (4-8)$$

若将频率增量 $\Delta\omega = (n+1)\omega_0 - n\omega_0 = \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 代入 (4-7) 式则有

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) e^{i n \omega_0 t} \Delta\omega$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时, $n\omega_0$ 变成连续量 ω , $\Delta\omega$ 变成 $d\omega$, 于是可以得出以下转换:

$$F(n\omega_0) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt \xrightarrow{T \rightarrow \infty} F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i \omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0) e^{i n \omega_0 t} \Delta\omega \xrightarrow{T \rightarrow \infty} f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i \omega t} d\omega$$

这就得到了非周期函数的富氏积分

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i \omega t} dt \quad (4-9)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i \omega t} d\omega \quad (4-10)$$

从这两个公式中可以看出, 当一个信号 $f(t)$ 确定后, 由 (4-9) 式可以唯一地确定其谱 $F(\omega)$; 相反, 当一个信号的谱 $F(\omega)$ 确定后, 由 (4-10) 式可以唯一地确定信号 $f(t)$ 。这种一个函数与另一个函数一一对应的关系, 在数学上称为变换。通常, 我们称 $F(\omega)$ 为 $f(t)$ 的正富氏变换, 称 $f(t)$ 为 $F(\omega)$ 的逆富氏变换。富氏变换在信号的数字处理中占有很重要的地位, 这主要是因为它建立了时间域与频率域的联系。

在物理学中, 把对函数 $f(t)$ 求 $F(\omega)$ 的过程称为频谱分析。 $F(\omega)$ 也是一个复数, 因而称 $|F(\omega)|$ 为 $f(t)$ 的振幅谱; $\varphi(\omega)$ 为 $f(t)$ 的相位谱。它的物理意义是: 非周期函数 $f(t)$ 可以看成无穷多个简谐量的“连续迭加”, 每一简谐量的振幅由 $|F(\omega)|$ 确定, 相位由 $\varphi(\omega)$ 确定。应该特别注意的是非周期函数的谱是连续谱, 所有简谱分量并无共同的周期, 因而

它们的“连续迭加”仍是一个非周期函数。其中每一个分量的振幅 $|F(\omega)|$ 表示了 $d\omega$ 这个小频率区间内的能量密度，因而又称 $|F(\omega)|^2$ 为功率谱。图 4-2 为连续的振幅谱和相位谱，它分布于 $-\infty < \omega < +\infty$ 。

现在我们以天然放射性测井对无限薄层所反映的双边指数衰减波形和地球物理中经常用到的 δ 函数为例，来分析它们的频谱。

1. 双边指数衰减函数

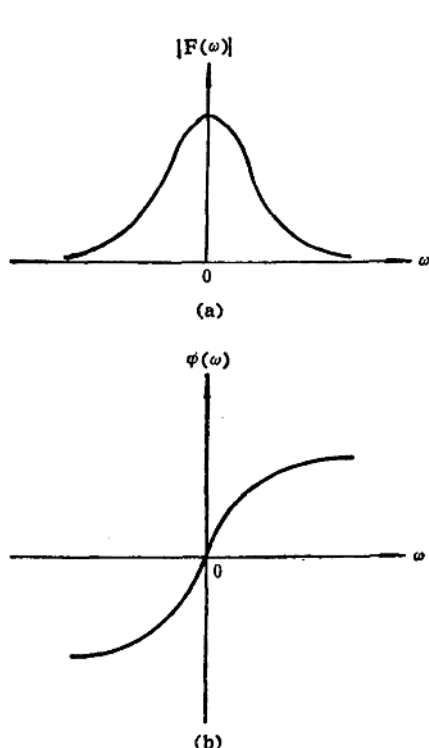


图 4-2 连续振幅谱与相位谱

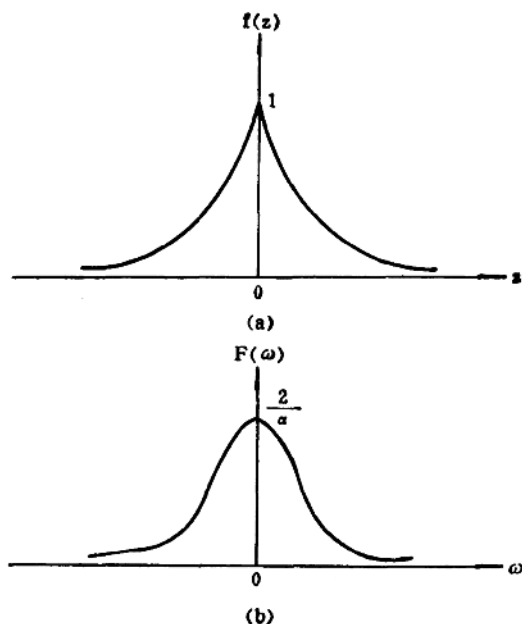


图 4-3 双边指数衰减函数及其频谱

如果一伽玛射线测井仪在理想条件下测井（无噪声计数、点探测器、无限小采样间隔），则它对无限薄的放射性矿物层所反映出的曲线波形为一双边指数衰减函数（图4-3a），即

$$f(z) = e^{-\alpha|z|} \quad (\alpha > 0)$$

则该曲线的频谱为

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-i\omega z} dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|z|} \cdot e^{-i\omega z} dz \\ &= \int_{-\infty}^0 e^{\alpha z} \cdot e^{-i\omega z} dz + \int_0^{\infty} e^{-\alpha z} \cdot e^{-i\omega z} dz \\ &= \int_{-\infty}^0 e^{(\alpha - i\omega)z} dz + \int_0^{\infty} e^{-(\alpha + i\omega)z} dz \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a - i\omega} + \frac{1}{a + i\omega}$$

$$= \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

图4-3b即为此频谱的图形。

2. δ 函数

δ 函数也称为脉冲函数或冲激函数。它不同于数学上的普通函数，因为它没有通常意义下的“函数值”，而只有在积分号下经过求积分的运算才给出数值，因此称为广义函数。它在地球物理中有着重要的应用，因而我们分析它的频谱。

考虑一个在 h 时间内激发的方波（图4-4a），其函数为

$$\delta_h(t) = \begin{cases} \frac{1}{h} & |t| \leq \frac{h}{2} \\ 0 & |t| > \frac{h}{2} \end{cases}$$

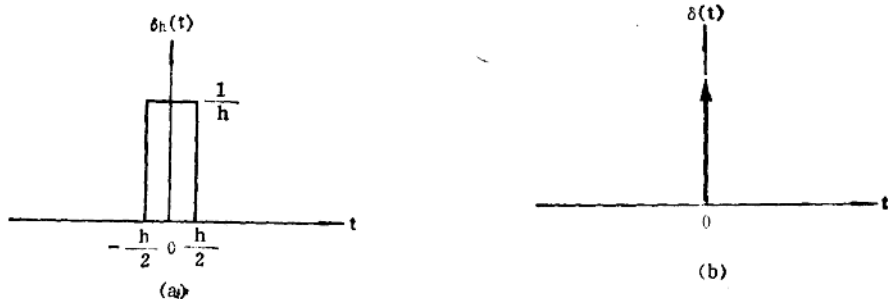


图 4-4 方波与 δ 函数

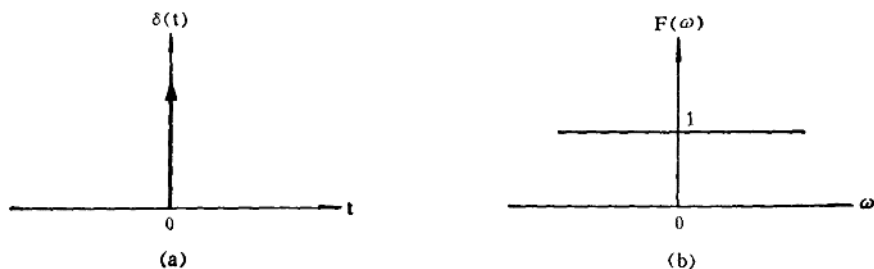


图 4-5 δ 函数及其频谱

当 $h \rightarrow 0$ 时，我们将 $\delta_h(t)$ 的极限称为脉冲函数 $\delta(t)$ （图4-4b），即

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

对 δ 函数也可以进行富氏变换，但这时的富氏变换是广义函数的富氏变换。 δ 函数的谱为其正富氏变换

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt = e^0 = 1$$

反之也有其逆富氏变换

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

这说明 δ 函数的谱是一个连续的平直谱, 如图4-5b所示, 这是 δ 函数的重要性质。关于它的应用, 下面将会讲到。

三、连续曲线的高散化与采样定理

以上讨论了富氏级数、富氏积分和频谱的概念。有了这些基础知识, 我们就可以来研究连续信号转化为离散信号的采样问题了。

我们用 $y(t)$ 来表示连续信号, t 的取值从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 连续变化, 另外, 用 $y(n\Delta)$ 来表示经过等间隔采样和量化后所得到的序列 ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), 我们称 $y(n\Delta)$ 为离散信号或时间序列。

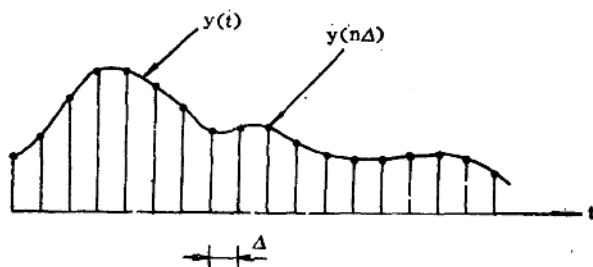


图 4-6 连续信号与离散信号

从图4-6 不难想象, 当采样间隔 Δ 取得越小时, 离散信号 $y(n\Delta)$ 就能越精确地反映出连续信号 $y(t)$ 中的细节(高频成分)。这就提出了一个问题, 采样间隔 Δ 选择多大时, $y(n\Delta)$ 能够唯一地确定原始连续信号 $y(t)$ 呢? 而采样间隔 Δ 的选择又依据什么呢? 显然, 如果对采样间隔 Δ 不加限制, 利用离散序列 $y(n\Delta)$ 总不能确定 $y(t)$ 的全部。例如当序列 $y(n\Delta)$ 给定时, 在 $y(0)$ 与 $y(\Delta)$ 之间, $y(t)$ 是完全可以自由变动的。有趣的是, 对于给定的采样间隔 Δ , 如果已知 $y(t)$ 的频谱在区间 $\left[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right]$ 之外为零, 那么我们的确能用一系列子样 $y(n\Delta)$ 来确定 $y(t)$ 的全部。

若连续信号 $y(t)$ 的频谱为 $Y(f)$, 如图4-7 所示, 即信号 $y(t)$ 所含的频率范围是有限的, 它只包括低于 f_c 的频率成分(我们称 f_c 为截止频率), 或者说 $y(t)$ 可以表示为一系列谐波的迭加, 而这些谐波的频率处于 $0 \leq f < f_c$ 之间。因为周期 $T = \frac{1}{f}$, 因此这些谐波的周期 T 处于 $\frac{1}{f_c} < T < +\infty$ 之间, 而 $T_c = \frac{1}{f_c}$ 为极小周期。也就是说如果满足以下两个条件:

- 1) 连续信号 $y(t)$ 的频谱 $Y(f)$ 存在截频 f_c , 并当 $f \geq f_c$ 时 $Y(f) = 0$;

2) 采样间隔为 Δ , 而 $f_c \leq \frac{1}{2\Delta}$ 。

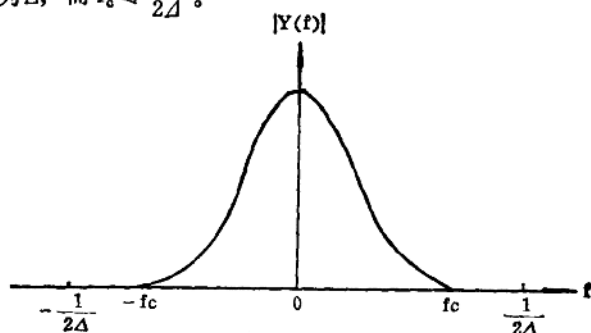


图 4-7 采样间隔 Δ 与截频 f_c 。

这时就可以由离散序列 $y(n\Delta)$ 来唯一地确定 $y(t)$ 。下面我们就来证明这一结论。

在 (4-10) 式的逆富氏变换中用 $\omega = 2\pi f$ 代入, 则有

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f) e^{i 2\pi f t} df \quad (4-11)$$

因为当 $|f| > \frac{1}{2\Delta}$ 时, 连续信号 $y(t)$ 的谱 $Y(f) = 0$, 所以有

$$y(t) = \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} Y(f) e^{i 2\pi f t} df \quad (4-12)$$

$Y(f)$ 完全由 $\left[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right]$ 上的值所确定, 因而可在区间 $\left[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right]$ 上把 $Y(f)$ 展成富氏级数

$$Y(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{-i 2\pi f n \Delta} \quad (4-13)$$

其中富氏级数系数

$$C_n = \Delta \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} Y(f) e^{i 2\pi f n \Delta} df \quad (4-14)$$

若在 (4-12) 式中令 $t = n\Delta$,

$$\text{则有} \quad y(n\Delta) = \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} Y(f) e^{i 2\pi f n \Delta} df \quad (4-15)$$

比较 (4-14) 式与 (4-15) 式, 可以得出

$$C_n = \Delta \cdot y(n\Delta)$$

将 C_n 代入 (4-13) 式, 得

$$Y(f) = \Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) e^{-i 2\pi f n \Delta} \quad (4-16)$$

再将上式代入 (4-12) 式, 则有

$$y(t) = \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} \left(\Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) e^{-i 2\pi f n \Delta} \right) e^{i 2\pi f t} df$$

$$\begin{aligned}
&= \Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) \int_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} e^{i2\pi f(t-n\Delta)} df \\
&= \Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) \frac{e^{i2\pi f(t-n\Delta)}}{2\pi i(t-n\Delta)} \Big|_{-\frac{1}{2\Delta}}^{\frac{1}{2\Delta}} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)} \tag{4-17}
\end{aligned}$$

该式说明, 在满足上述两个条件时, 由离散信号 $y(n\Delta)$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), 可以完全恢复连续信号 $y(t)$ 。这就是采样定理。它的严格表述如下:

设 $y(t)$ 为连续信号, 其谱为 $Y(f)$, 若存在截止频率 f_c , 使得当 $|f| \geq f_c$ 时, $Y(f) = 0$, 则当采样间隔 Δ 满足 $f_c \leq \frac{1}{2\Delta}$ (或 $\Delta \leq \frac{1}{2f_c}$) 时, 采样值 $y(n\Delta)$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 的谱 $\Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) e^{-i2\pi f n\Delta}$ 和 $Y(f)$ 有如下关系 (当 $|f| \leq \frac{1}{2\Delta}$ 时),

$$Y(f) = \Delta \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) e^{-i2\pi f n\Delta}$$

并且, 由采样值 $y(n\Delta)$ 可按下式来完全确定连续信号 $y(t)$,

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\Delta) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}{\frac{\pi}{\Delta}(t-n\Delta)}$$

采样定理说明了以下三个问题:

- 1) 如果频谱 $Y(f)$ 和采样间隔 Δ 满足上述定理条件时, 可由离散信号 $y(n\Delta)$ 按 (4-16) 式完全确定频谱 $Y(f)$, 它是以 $\frac{1}{\Delta}$ 为周期的周期函数, 记为 $Y_\Delta(f)$,
- 2) 如果频谱 $Y(f)$ 和采样间隔 Δ 满足上述定理条件时, 由 $y(n\Delta)$ 按 (4-17) 式可完全确定连续信号 $y(t)$ 。
- 3) 该定理提供了一个选择采样间隔 Δ 的标准。可以看出, 频率 $\frac{1}{2\Delta}$ 在定理条件中起着重要作用, 通常记

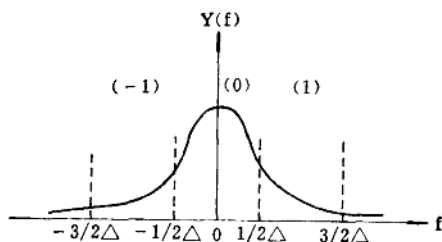
$$f_N = \frac{1}{2\Delta} \tag{4-18}$$

并称 f_N 为奈奎斯特频率。这就是说, 对于给定采样间隔的离散信号 $y(n\Delta)$, 它所能表示连续信号 $y(t)$ 中的最高频率成分不超过 f_N 。因此, 在拟对一连续信号数字化时, 应根据信号中所含的最高频率成分, 按下式来选择采样间隔

$$\Delta \leq \frac{1}{2f_N} \tag{4-19}$$

奈奎斯特频率 (也称为折叠频率) 提供了理论上要求的最低采样率 (它表示每秒钟的采样次数)。但实际应用的采样率要比它高好几倍。这主要有两个原因:

第一, 在对连续信号 $y(t)$ 以 Δ 为采样间隔采样时, 如果 $y(t)$ 的频谱 $Y(f)$ 中有高于奈魁斯特频率 $f_N = \frac{1}{2\Delta}$ 的高频成分时, 采样后, 这些高频成分就要混入到低于奈魁斯特频率的范围 $\left[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right]$ 上去。因此, 采样后离散信号的频谱 $Y_\Delta(f)$ 在 $\left[-\frac{1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right]$ 上与原来的频谱 $Y(f)$ 就不一样了, 得到的是假频谱 $Y_\Delta(f)$ 。这时, 离散信号 $y(n\Delta)$ 的频谱 $Y_\Delta(f)$ 是连续信号 $y(t)$ 的频谱, $Y(f)$ 以 $\frac{1}{\Delta}$ 为周期的分段迭加, 即



$$Y_\Delta(f) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} Y\left(f + \frac{K}{\Delta}\right) \quad (4-20)$$

图4-8为这一迭加过程的示意图。由图可见, 高频混淆本质上是低于 f_N 的频谱畸变, 所以, 高频混淆是一种特殊类型的频谱混淆。它的存在将对曲线的数字化带来无法避免的误差。它不可能完全消除, 只能尽量减小。通常采用二个办法: 一是减少采样间隔 Δ , 这意味着增大折叠频率, 折叠频率越高, 高频混淆影响就越小; 二是在采样前用滤波器滤掉不必要的高频成分。在实际工作中, 采样间隔不能任意小, 因为采样间隔越小, 计算的工作量越大; 另外, Δ 取的太小, 对随机过程会产生相关问题。以上是选择采样间隔时必须考虑的第一个因素。

第二, 当考虑从离散信号恢复连续信号的数模转换时, 虽然按采样定理 (4-17) 式进行恢复是精确的, 但是它是无穷项的求和, 因而不可能实现的。在实际应用的数模转换中, 通常采用的是零阶保持或一阶多角保持方法, 它实质上是一种线性插值过程, 而不是采用采样定理中的公式。

以上的分析说明, 如果我们要研究的最高频率为 f_c , 理论上要求 $f_N = f_c$, 即采样间隔

$\Delta = \frac{1}{2f_N}$ 即可, 但实际上是满足不了要求的。由于采样误差、高频混淆和数模转换的误差等因素, 使离散的频谱在高频方面还不到 f_c 就已经误差很大了。实践结果表明, 在考虑选择采样间隔时, 不能只取其最高频率成分, 而应当取它的2~4倍才合适, 这一点是应该特别注意的。

下面我们来具体地分析煤田数字测井采样间隔的选择。

若测井速度为 $v = 1800$ 米/小时, 即 0.5 米/秒, 且为恒速。当要求最小分层厚度为