

有

股

票

價

目

一

二

三

四

句

股

義

徐光啓撰

中華書局

句股義

叢書集成初編所選指
海暨海山仙館叢書皆
收有此書指海在先故
據以排印

句股義序

周髀算經曰。昔者周公問于商高曰。竊聞乎大夫善數也。請問古者庖犧立周天歷度。夫天不可階而升。地不可尺寸而度。請問數從安出。商高曰。數之法。出于圓方。圓出于方。方出于矩。矩出于九九八十一。故折矩以爲勾。廣三。股修四。徑隅五。既方之外。半其一矩。環而共盤。得成三。四。五兩矩。共長二十有五。是謂積矩。故禹之所以治天下者。此數之所生也。漢趙君卿注曰。禹治洪水。決流江河。望山川之形。定高下之勢。除滔天之災。釋昏墊之厄。使東注于海。而無浸溺。乃句股之所由生也。又曰。觀其迭相規矩。其爲反覆。方與通分。各有所得。然則統敘羣倫。弘紀衆理。貫幽入微。鉤深致遠。故曰。其裁制萬物。惟所爲之也。徐光啓曰。周髀句股者。世傳黃帝所作。而經言庖犧疑莫能明也。然二帝皆用造歷。而禹復繕之以平水土。蓋度數之用。無所不通者也。後世治歷之家。代不絕人。亦且增修遞進。至元郭守敬若思。十得其六七矣。亡不資算術爲用者。獨水學久廢。卽有耑門名家。代不一二人。亦絕不聞以句股從事。僅見元史載守敬受學于劉秉忠。精算數水利。巧思絕人。世祖召見。面陳水利六事。又陳水利十有一事。又嘗以海面較京師至汴梁。定其地形高下之差。又自孟門而東。循黃河故道。縱廣數百里間。各爲測量地平。或可以分殺河勢。或可以灌漑田土。具有圖志。如若思者。可謂博大精深。繼神禹之絕學者矣。勝國略信用之。若通惠會通諸役。僅十之一二。後其書復不傳。實可惜也。至乃邇其爲法。不過句股測量。變而通之。故在人耳。又自

古迄今無有言二法之所以然者。自余從西秦子譯得測量法義。不揣復作句股諸義。卽此法底裏洞然。于以通變施用。如伐材于林。挹水于澤。若思而在。當爲之撫掌一快已。方今歷象之學。或歲月可緩。紛綸衆務。或非世道所急。至如西北治河。東南治水利。皆目前救時至計。然而欲尋禹績。恐此法終不可廢也。有紹明郭氏之業者。必能佐平成之功。周公豈欺我哉。句股遺言。獨見于九章中。凡數十法。不出余所撰正法十五條。元李治廣之作測圓海鏡。近顧司寇應祥爲之分類釋術。余欲爲說其義。未遑也。其造端第一論。則此篇之七亦略具矣。周髀首章九章句股之鼻祖。甄鸞李淳風輩爲之重釋。頗明悉實爲算術中古文第一。余故爲採摭要語。并諸篇端。以俟用世之君子。不廢芻蕘者。其圖注見他本。爲節解。至于商高問答之後。所謂榮方問于陳子者。言日月天地之數。則千古大惑也。李淳風駁正之。殊爲未辨。若周髀果盡此。其學廢弗傳。不足怪。而亦有近理者數十語。絕勝渾天家。余嘗爲雌黃之。別有論。

句股義

明 徐光啓撰

句股卽三邊直角形也。底線爲句。底上之垂線爲股。對直角邊爲弦。句股上兩直角方形并與弦上直角方形等。故句三股四則弦必五。卷四 七注從此可以句股求弦。句弦求股。股弦求句。卷四 七注可以求句股中容方容圓。可以各較求句求股求弦。可以各和求句求股求弦。可以大小兩句股互相求。可以立表求高深廣遠。以通句股之窮。可以二表四表求極高深極廣遠。以通立表之窮。其大小相求及立表諸法測量法義所論著略備矣。句股自相求以至容方容圓各和較相求者舊九章中亦有之。第能言其法不能言其義也。所立諸法雖陋不堪諍門人孫初陽氏刪爲正法十五條稍簡明矣。余因各爲評議其華使夫精於數學者攬圖誦說庶或爲之解頤。

第一題

句股求弦

法曰甲乙股四乙丙句三求弦以股自之得十六句自之得九并得二十五

爲實開方得甲丙弦五

第二題

句股義



句弦求股。

法曰。如前圖。乙丙句三。自之得九。甲丙弦五。自之得二十五。相減得較十六。開方得甲乙股四。

第三題

股弦求句。

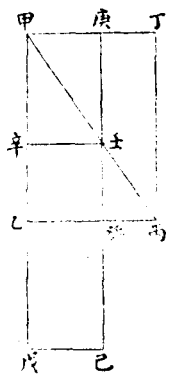
法曰。如前圖。甲乙股四。自之得十六。甲丙弦五。自之得二十五。相減得較九。開方得乙丙句三。

已上三論俱見一卷四十七題。凡言某某題者皆引幾何原本爲證下同。

第四題

句股求容方。

法曰。甲乙股三十六。乙丙句二十七。求容方。以句股相乘爲實。并句股得甲戊六十三。爲法。除之得容方辛乙。乙癸各邊俱一十五。四二八。論曰。甲乙三十六。乙丙二十七。相乘得九百七十三。二以爲實。即成甲乙丙丁直角形。次以甲乙乙丙并得六十三。爲法。即成甲戊線。除實得戊己邊十五。四二八。即成甲戊己庚直角形。與甲乙丙丁形等。六卷十而己庚邊截乙丙句于癸。甲丙弦于壬。即成乙辛壬癸滿句股之直角方形。何者。甲乙丙丁與甲戊己庚兩形互相視。即甲乙與甲戊。若乙癸與乙丙。六卷十分之。即甲乙與乙戊。若乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。



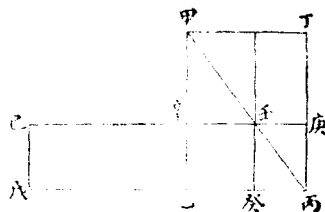
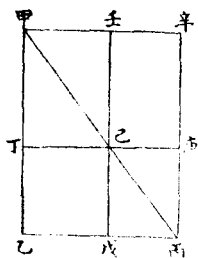
亦若乙癸與癸丙也。乙丙·乙戊·元等又甲辛與辛壬若壬癸與癸丙。六卷更之。即甲辛與壬癸。若辛壬與癸丙也。而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬等。則甲辛與辛乙。若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙。既若乙癸與癸丙。而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙。則甲乙與乙丙。亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸。為滿句股之直角方形。六卷十五增題又簡論曰。如前圖。以甲乙戊為法。而除甲丙實。既得甲庚。戊己。各與方形邊等。今以等甲乙戊之丙乙戊為法。而除甲丙實。得庚丙。戊己。亦各與方形邊等。則辛乙癸壬。為直角方形。

第五題

餘句餘股。求容方求句求股。

法曰。甲丁餘股七百五十。戊丙餘句三十。求丁乙戊己容方邊。以丙戊甲丁相乘。得二萬二千五百為實。開方得容方乙丁丁己各邊。俱一百五十。加餘股得股九百。加餘句得句一百八十。

論曰。甲丁戊丙相乘為實。即成己壬辛庚直角形。與丁乙戊己為甲丙角線形內之兩餘方形等。一卷四而壬己與己戊。偕丁己與己庚。為互相視之邊。大卷十故己壬辛庚之實。即丁乙戊己之實。開方得丁乙戊己直角



方形邊

又論曰。甲丁與丁己。既若己戊與戊丙。

六卷四之系。

即方形邊。當爲甲丁、戊丙之中率。六卷卅三之十五增題。

今列甲丁

七百五十。戊丙三十。而求其中率之數。其法以前率比後率。爲二十五倍大之比例。二十五開方得五。

則中率當爲五倍之比例。甲丁七百五十。反五倍。得一百五十。一百五十反五倍。得丙戊三十。則方形

邊一百五十。爲甲丁丙戊之中率。

六卷界說五。

第六題

容方與餘句。求餘股與餘股求餘句。

法曰。容方乙丁、丁己各邊。俱一百五十。戊丙餘句三十。求甲丁餘股。以容

方邊自之。爲實。以餘句爲法。除之。得甲丁餘股七百五十。以容方與餘股

求餘句。法同。

論曰。如上論。兩餘方形等實。故以等己庚之丙戊除之。得等壬己之甲丁。

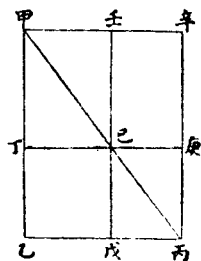
又論曰。方形邊既爲甲丁、戊丙之中率。六卷卅三之十五增題。

即方形邊自乘爲實。

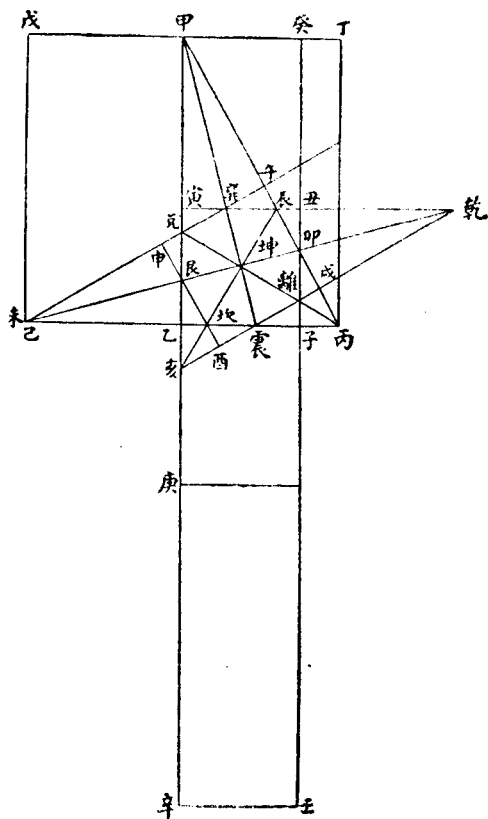
以戊丙除之。得甲丁。以甲丁除之。得戊丙。六卷十七。

第七題

勾股求容圓。



法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。求容圓。以句股相乘。得一萬九千二百。倍之。得三萬八千四百。爲實。別以句股求弦。得甲丙弦六百八十一。本籍并勾股弦爲法。除實。得容圓徑乙子二百四十。論曰。甲乙股。乙丙句。相乘。卽甲乙丙丁直角形。倍之爲實。卽丙丁戊己直角形。求得甲丙弦。并勾股得



一千六百。於甲乙線引長之。截乙庚。與句等。庚辛。與弦等。得甲辛。爲弦和和線。以爲法。除實。得辛壬邊二百四十。卽成甲辛壬癸直角形。與丙丁戊己形等。六卷十而壬癸邊。截乙丙句於子。次從子。作子丑寅乙直角方形。卽此形之各邊。皆爲容圓徑。易名爲容圓徑也。謂於甲乙丙三邊直角形內。作一圓。其甲丙弦。截子丑寅乙直角方形之卯辰線。與乙子。子丑。丑寅。寅乙。諸邊。皆爲切圓線也。則何以顯此五邊之皆爲切圓線乎。試于甲乙丙形上。復作一丙午未直角三邊形。交加其上。其午丙。與乙丙等。未午與甲乙等。未丙。與甲丙等。卽兩形必等。一卷廿二可依丙午未直角。作午申酉戌直角方形。與乙子丑寅直角方形等。次于戌酉線。引之至亥。又成甲戌亥直角三邊形。以甲爲同角。交加于甲乙丙形之上。亦以午申酉戌爲容圓徑。次于亥戌。寅丑兩線引之。遇于乾。又成乾寅亥直角三邊形。以亥爲同角。交加于甲乙丙形之上。亦以乙子丑寅爲容圓徑。次作丙兌線。遇諸形之交加線于離于兌。次作甲震線。遇諸形之交加線于巽于震。次作亥辰線。遇諸形之交加線于坎于辰。次作未乾線。遇諸形之交加線于艮于卯。而四線俱相遇于坤。夫午丙與乙丙兩線等。而減相等之午戌。乙子。卽戌丙與子丙必等。丙離同線。丙戌離。丙子離。又等爲直角。戌離丙子離內。又俱小于直角。卽丙離戌丙離子兩三角形必等。而兩形之各邊各角俱等。六卷則丙兌線。必分甲丙未角爲兩平分矣。一卷九又子離與戌離兩邊既等。本論子離震。戌離卯。兩交角又等。一卷十卯戌離。震子離。又等爲直角。卽卯離戌離震子之各邊各角俱等。而兩形亦等。一卷廿又子離與離戌兩邊既等。離卯與離震兩邊又等。本論卽子卯與戌震兩邊亦等。

子丑與戌酉各爲相等之直角方形邊必等而各減相等之子卯戌震其所存卯丑震酉必等丑卯辰
 坎震酉兩角又各爲離卯戌離震子相等角之交角必等辰丑卯震酉坎又等爲直角即卯丑辰震酉
 坎之各邊各角俱等而兩形亦等。一卷廿依顯午巽辰與坎艮乙之各邊各角俱等而兩形亦等巽寅
 兌與兌艮申之各邊各角俱等而兩形亦等又子丙戌丙之數各八十乙子戌午各二百四十以諸率
 分數論之則丑卯酉震各九十丑辰坎酉各四十八卯辰坎震各一百〇二。算見測圓海鏡則減丑卯之
 卯子必一百五十也卯子股一百五十丙子句八十以求卯丙弦則一百七十也。本篇次減丙戌八十
 即卯戌亦九十也丑辰卯卯戌離兩三角形之辰丑卯離戌卯既等爲直角丑卯辰戌卯離兩交角又
 等丑卯與戌卯復等即兩形必等而其各邊各角俱等。一卷廿依顯子離震與震酉坎兩形亦等依顯
 諸形之交角者皆相等其連角如酉亥坎乙亥坎兩形亦等而子離離戌皆四十八也則酉坎坎乙亦
 皆四十八也亥酉亥乙皆八十也子乙與戌酉等子丙與酉亥復等則乙丙與戌亥必等而甲爲同角
 甲乙丙甲戌亥又等爲直角則甲乙丙甲戌亥之各邊各角俱等而兩形亦等。一卷廿甲亥與甲丙既
 等各減相等之內戌乙亥又減相等之乙寅戌午即甲寅與甲午必等夫甲巽午甲巽寅兩形之甲寅
 甲午既等甲巽同線甲午巽甲寅巽又等爲直角即兩形必等而各邊各角俱等。六卷是甲震線必分
 丙甲亥角爲兩平分也。一卷甲乙丙一形內既以丙兌線分甲丙乙角爲兩平分又以甲震線分丙甲
 乙角爲兩平分而相遇于坤則以坤爲心甲乙爲界作圓必切乙子子丑丑寅寅乙卯辰五邊而爲甲

上直角方形與甲乙乙丙上兩直角方形并等。一卷四

即甲戌一弦幕內有一甲乙股幕一乙丙丙幕

也。己丙兩弦幕內有兩甲乙幕兩乙丙幕也。故以己丙爲實開方。即得丑辰直角方形。其丑寅與卯辰

兩形兩股幕也。丙壬與癸子兩形兩句幕也。而丑寅卯辰之間則重一等甲辛之卯寅形減之。即丑辰

直角方形與己辛丙磬折形等矣。乙丙爲句丙丑與甲乙等。故乙丑邊。即句股和也。若于乙丙句加甲

丁較。即與甲乙股等。故甲乙乙丙甲丁并半之爲甲乙股。以甲丁較減甲乙股爲乙丙句。

第九題

句弦較求句求弦。

法曰。甲乙股三十六。乙丙句甲丙弦之較。爲甲丁十八。求句求弦。

以股自之得一千二百九十六。較自之得三百二十四。相減存九

百七十二爲實。倍較爲法。除之得二十七。爲乙丙句。加較得四十

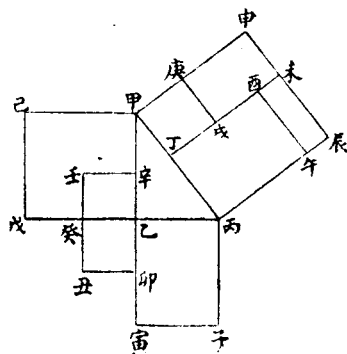
五爲甲丙弦。

論曰。股幕爲甲戊直角方形。較幕爲丁庚直角方形。與辛癸等。相

減存甲壬戊磬折形。爲實。次倍甲丁較線爲乙寅線。以爲法。除實。

即得乙子直角形。與甲壬戊磬折形等。何者。乙子直角形加一等較幕之乙丑直角方形。戊子卯癸磬

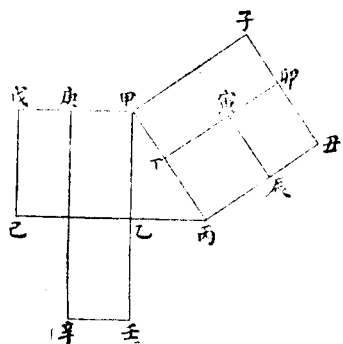
折形。即與股幕之甲戊直角方形等也。又何者。甲丙弦幕之甲辰直角方形內當函一句幕一股幕。一卷



試于甲辰形內截取丁庚較幕之外分作庚未、未午、午丁三直角形。其中庚申、未酉、戌三線各與甲丁較線等。庚申、未戌、午酉、四線各與等乙丙句之丁丙線等。夫未酉、酉戌、并與句等。即申未、未酉、并亦與句等。而庚申、未辰、各與句等。即庚未、未午、兩形并爲句幕。而丁庚、午丁、兩形并爲股幕矣。丁戌、戌酉、兩較也。乙卯、卯寅、亦兩較也。而丁丙與乙丙元等。即丁午、乙子、兩形等。丁庚與乙丑兩形又等。即丁庚、午丁、并與子卯癸磬折形等。而子卯癸磬折形與股幕之甲戌形等。此兩率者各減一等較幕之辛亥、乙丑形。即乙子直角形與甲壬戌磬折形等。

又法曰：股自之得一千二百九十六爲實，以句弦較十八爲法，除之得句弦和七十二，加較得九十，半之得弦四十五，減較得句二十七。

論曰：股幕爲甲己直角方形，以較而一爲甲辛直角形，即得甲壬邊與乙丙丙甲句弦和等。何者甲丙弦幕之甲丑直角方形內，當內一股幕一句幕。一卷四試于甲丑形內截取子卯丑辰邊，各與甲丁較線等。即卯丑辰俱與等乙丙句之丁丙線等。而作甲卯卯辰、辰丁三直角形，其辰丁形之四邊皆與句等。句幕也。即甲卯卯辰兩形當與股幕等。亦當與甲辛形等。而甲庚卯寅皆較也。甲子弦也。卯丑句也。則甲辛形之甲壬邊與句弦和等。



論曰。句幕爲丙戌直角方形。以較而一。爲丙己直角形。卽得丙庚邊。與甲乙、甲丙、股弦相等。何者。甲丙弦幕之甲辛。直角方形內。當函一股幕一句幕。一卷四試于甲辛形內。依丙丁較。截作丁辛。丁癸。癸壬。三直角形。卽癸壬形。與股幕等。而丁辛。丁癸。兩形并。當與句幕等。亦與丙己直角形等。夫壬辛。甲癸。己庚。皆較也。而甲丁與股等。丙辛與弦等。卽丙庚與股弦和等。

第十一題

句股和求股求句。

法曰。甲丙弦四十五。甲乙、乙丙、句股和六十三。求句求股。以弦自之。得二千〇二十五。句股和自之。得三千九百六十九。相減。得一千九百四十四。復與弦幕相減。得八十一。開方。得句股較甲卯九。加和。得七十二。半之。得甲乙股三十六。減較。得乙丙句二十七。

論曰。以句股和作甲丁一直線。自之。爲甲己直角方形。此形內。函甲辛、癸己、兩股幕。乙寅、庚壬、兩句幕。而甲辛、癸己之間。重一癸辛直角方形。夫甲丙弦之幕。旣與句股兩幕并。一卷四以減甲乙形內之甲辛、乙寅、兩形。卽所存戊辛寅磬折形。少于弦幕者。爲癸辛形矣。乙辛、股也。乙丑、句也。則丑辛、較也。

第十二題

