



(美) G. H. 麦基特著 蔡起璜译

解析摄影测量学

中国工业出版社

本书叙述摄影测量的理论基础，其中包括透视规则、像面和物面的几何关系，单张像片定向、纠正，像对定向及确定空间点的坐标等的数学分析，并推导出相应的方程式。

本书第一版于1958年在纽约、多伦多、伦敦出版，1961年译成俄文，此次系根据1961年俄文版译出。

本书可供航空摄影测量专业研究、教学、生产人员参考。

Эверит Л. Меррит
АНАЛИТИЧЕСКАЯ
ФОТОГРАММЕТРИЯ
ГЕОДЕЗИЗДАТ Москва 1961

* * *
解析摄影测量学

蔡起璜 译
堵德刚 校

国家测绘总局测绘书刊编辑部编辑（北京三里河国家测绘总局）

中国工业出版社出版（北京后厂胡同10号）

北京市书刊出版业营业许可证出字第110号

中国工业出版社第四印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*
开本 $850 \times 1168^{1/32}$ ·印张6·字数157,000

1964年9月北京第一版·1964年9月北京第一次印刷

印数0001—1,480·定价(科六)1.00元

*
统一书号：15165·3041（测绘-109）

目 录

緒 論	1
第一章 基本概念	3
§ 1. 定义	3
§ 2. 中心投影的像片	3
§ 3. 定向	13
§ 4. 角方位方程式的簡化	30
§ 5. 一座标系对于另一座标系的方向角	31
§ 6. 应用透視定律确定像片的內外方位元素	36
§ 7. 解析摄影测量学的应用	40
第二章 糾正	43
第三章 单张像片的一般严密方程式	49
§ 1. 绝对 (内部-外部) 定向 (大地測量空間)	49
§ 2. 绝对定向 (天体空間)	54
§ 3. 内部定向	57
§ 4. 外部定向	61
§ 5. 解算一般严密方程式的例題 (绝对定向)	78
第四章 单张像片的一般迭代方程式	86
§ 1. 内部-外部定向	86
§ 2. 内部定向	91
§ 3. 外部定向	95
§ 4. 在起始数据中具有变数的迭代方程式	116
§ 5. 解算一般迭代方程式的例題	117
第五章 像对的定向	134
§ 1. 一般概念	134
§ 2. 从同一摄影站得到的重迭像片的相对定向和绝对定向	134
§ 3. 从不同摄影站得到的重迭像片的定向	139

§ 4. 确定点的空間座标	149
§ 5. 解算相对方位元素和絕對方位元素方程式的例題	152
第六章 根据沒有野外控制的像片确定点的空間座标	155
§ 1. 輔助的定向摄影机	156
§ 2. 空中的直綫測量	179
§ 3. 根据沒有野外控制点的像片确定地面点的座标	179

緒 論

在本书中闡明了摄影测量的基础理論，从叙述透視規則的实质开始，到研究确定任一物体的表面对任一座标系的座标，空間形状与方位結束。

关于摄影测量問題有許多卓越的著作。但其中的每一著作都是叙述某一国家在某一时期的作业方法，过程与仪器。由于这种总的趋势使得摄影测量人員只熟悉使用他們本国的特定方法与仪器。許多摄影测量书籍中都只有供理解所叙述仪器的作业原理所必需的那些解析公式和推导。

本著作试图給出摄影测量基本問題的一般几何概念。为此目的书中对于单张像片或者是像对都給出了严密的与近似的公式。要指出，任何問題，無論是检校摄影机，确定天文座标或者物体的形状，都是摄影测量基本解析方程的某些簡化。因而，具备有摄影测量基本原理知識的讀者可以摆脱某个时期或某一方法的狹隘的看法，而能够較容易地胜任任何任务，并且在评价任何著作时不会有特殊的困难。

本书中所叙述的全部方程式都是作者独立推导出来的。其中某些方程式难免与其他摄影测量书籍中所得到的相同。这是因为，不同的研究者以同一科学方法对同一問題进行研究，而得到同样的公式、結論和結果。为了避免重复，对于其他书中所叙述的虽然是很重要的公式，在本书中也未列入。

书中所列举的公式和方程式都是从十年来对一系列問題进行选择与研究的結果中得到的。这些問題是：

- 1) 确定汽車出事时制动痕跡的长度。
- 2) 根据恒星的像片、地面像片和利用量角器测量角度来检校鏡箱。

3) 根据地面像片和从导弹上得到的像片确定导弹的空间坐标、方向余弦、速度和加速度。

4) 确定原子弹爆炸期间，爆炸前后的空间坐标。

5) 确定载有原子弹的飞机的空间轨道。

6) 确定冰雪复盖地区独立点的大地坐标。

7) 根据恒星确定投影中心的天文坐标与像片的方位。

8) 根据恒星像片确定摄影经纬仪的常差。

9) 在已有和没有地面控制点的情况下加密控制点和其他许多问题。

书中所列出的全部方程式在各种不同的与多次的应用于解决类似上述的实际问题中都得到了可靠的结果。

在决定写出这本书时产生了这样的想法，即使得大多数摄影测量问题能根据同样一些基本方程式来解决。作者打算推导出无遗地概括全部主要概念的公式，同时在中等程度范围的书籍中给出解析概念。后面的方程式是在不久前才全部推导出来的。

第一章 基本概念

§ 1. 定 义

摄影测量学是根据测量像片上影像的座标来确定物体相对于光学-摄影坐标系的方向角的科学。也就是利用摄影机来测量角度的科学。从更广泛的意义上来说，摄影测量学是根据测量从两个摄影站所得到的同名影像来确定几何空间或者物体的外貌的科学。为了确定除方向和外貌以外的其他特征，除了摄影机所记录的资料外，必须有辅助资料。将航空像片资料与其他资料（非航空摄影的）同时利用，以便得到物体的更为完整的概念。

§ 2. 中心投影的像片

摄影测量学也可定义为将中心投影的像片变换为物体的正射投影的科学。

在平面几何学中，点在直线上的正射投影是由点向直线所引垂线的迹点。图 1 中点 P 、 P 是点 L 在直线 x_1x_2 上的投影。

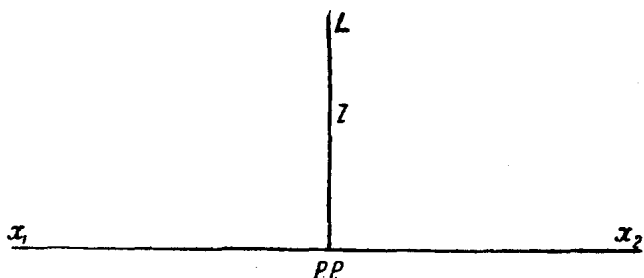


图 1

在立体几何学中由点向平面所引垂线的迹点叫作点在平面上的投影，即垂线在投影点处贯穿该平面。在图 2 上点 p 、 p 是点

L 在 xy 平面上或是在影像平面上的投影。

正射法定点是很普遍的。例如，很多城市的街道被分成为直綫正交系的形式，圍繞着这些街道的建筑物都具有高程，高程的

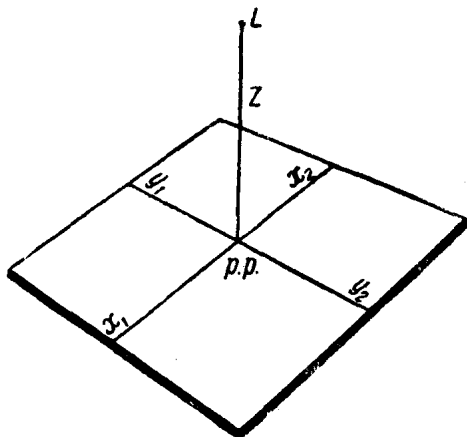


图 2

方向是垂直于街道綫的，而其数值决定于建筑物的层数。例如，如果說，某一办公室位于15号街和K街交叉处的亚当大厦十层楼上，显然，这是很明确的和易于理解的。这就是指出点的直角座标的一般的方法。实际上，我們把帶有号碼从北向南延伸的街道方向用 Y 軸表示；把帶有字母的由东向西延伸的街道方向用 X 軸表示，建筑物楼层的方向用 Z 軸表示。那么我們就确定出一般几何学意义中的点的直角座标。

我們来研究三个互相垂直的平面和在这个系統內的点 A ，如图3所示。当知道了点 A 到每个平面的距离，即到平面 YZ 的距离 XA ，到平面 XZ 的距离 YA 和到平面 XY 的距离 ZA ，則点 A 的位置就完全可以确定了。点 A 对于笛卡儿坐标系的空間座标是 XA ， YA 和 ZA 。空間座标的这种符号以后将一直沿用。

一般，投影的作图是在于根据一定的規律通过每一地物点引划一系列直綫，并且用平面来截取这些直綫，使在这个平面上截取的每一个地物点都与原图上的地物点对应。如果投影光綫是彼

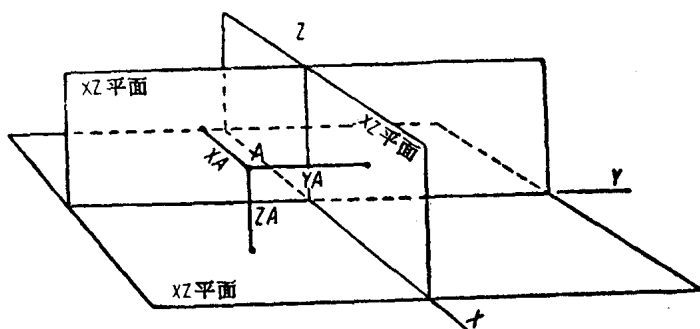


图 3

此平行，并且用平面与它们垂直相交，那么在这个平面上得到的是物体的正射投影。在图 4 中直线 $a'aA$, $b'bB$ 和 $c'cC$ 是彼此平行的。

平面 xy 垂直于这些直线，在平面 xy 中的 abc 构成截面，此截面是物体 ABC 的正射投影。截面上的每一个点与物体的一定点相应。地形图通常就是地面点在给定的水准面上的正射投影。

如果投影光线不平行，而是通过一公共点 L ，那么，用平面截取这些光线的结果就得到物体的中

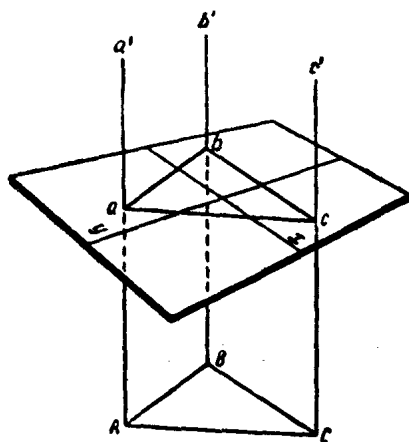


图 4

心投影或者透视投影。在图 5 中直线 LnN 既垂直于 xy 平面，又垂直于 XY 平面；因而平面 xy 平行于平面 XY ， abc 既是物体 ABC 的中心投影，同时又是它的正射投影。轮廓线 abc 是中心投影，因为构成这个轮廓线的投影光线是通过一个公共点，而它又是正射投影，因为 abc 的形状和 ABC 相似。三角形 abc 与三角形 ABC 仅在

大小上有差别。图形 abc 的綫段和图形 ABC 相应綫段相除得到的商称为投影比例尺。因为平面 xy 平行于平面 XY ，則

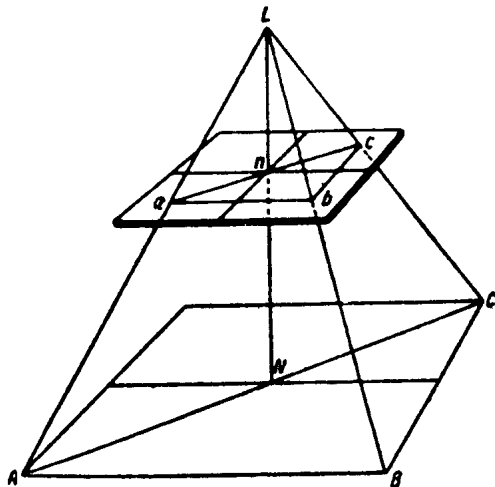


图 5

$$\frac{ab}{AB} = \frac{bc}{BC} = \frac{ca}{CA} = \frac{abc}{ABC} = \frac{Ln}{LN} = \text{比例尺}.$$

因为每一根光綫与平面 xy 相交后（此时平面 xy 可認為是透明的）就构成了物体一定点的影像，則光綫的总和就构成物体完整的影像。所以，平面 xy 是影像平面或者是投影面。

因此，当投影面平行于物体表面时，那么由通过一个公共点的光綫所构成的影像既是中心投影又是正射投影。在航空摄影时，当像片平面和物体表面都平行于起始面时也就是这样的情形。但一般地說来，像片平面和物体表面無論是彼此之間，也無論是和起始平面之間通常是不平行的。但任意表面的像片都能很容易地归化为正射投影。实际上，三个所选取的点在空間刚巧有相等的高程这是很罕見的。假設点 A ， B 和 C 有不同的高程，这些点相对于在像片上高程最小的点将有背着底点 n 的向外移位。

移位值决定于这些点之间的高差和起始点的高程(图6)。

在图6上影像平面平行于平面 $A'B'C'$ ，此时平面 $A'B'C'$ 是海水面。根据定义， $A'B'C'$ 是 ABC 的正射投影。但是图形 abc 因为高差或者地形起伏而产生了移位所以是透视投影，而不是正射投影。地形起伏改变了投影的性质。图形 $a'bc'$ 不是影像，但是具有图形 $A'B'C'$ 的正确形状。

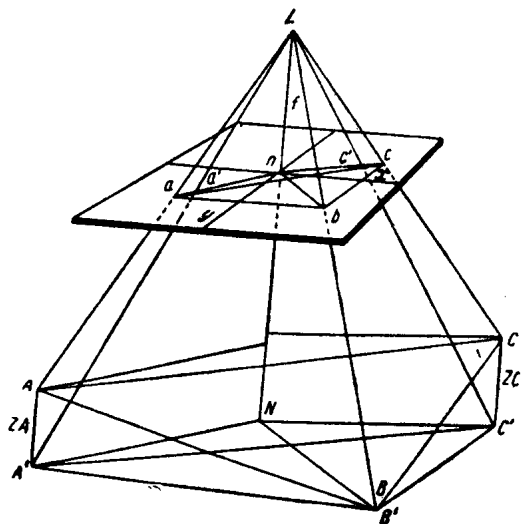


图 6

影像的移位 aa' 和 cc' 称为投影差，它是点的高差的函数。由相似三角形(图6)得出

$$\frac{ZL - ZA}{NA} = \frac{f}{na'}$$

$$\frac{ZL}{NA} = \frac{f}{na'}$$

和

$$ZL - ZA = \frac{NA \cdot f}{na'}$$

$$ZL = \frac{NA \cdot f}{na'},$$

所以

$$na - na' = aa' = \frac{na \cdot ZA}{ZL}.$$

这就是平行于起始平面的像片上的投影差方程式。

对平行于起始平面的像片上的透视投影和正射投影所进行的讨论，同样地也适用于垂直于起始平面的像片。例如，假设观测者 L 观看长方体的表面，如图 7 所示。假设在点 L 和物体的垂直表面 $ABCD$ 之间放置有透明的承影面，它也是垂直的，并且平行于 $ABCD$ 。此承影面与由点 L 到点 A, B, C, D 的视线的相交就产生了轮廓线 $abcd$ 。因为影像平面和物平面平行，根据前面的定义， $abcd$ 是透视投影和正射投影。

假设，影像平面与其他三个平面相交。其中通过 N 点垂直于直线 LN 和影像平面的一个平面叫做起始平面或者基面。通常它是平行于海水面。另一平行起始平面，但比起始面高出高程为 LN 的平面称为水平面。第三个平面是铅垂面，它垂直于影像平

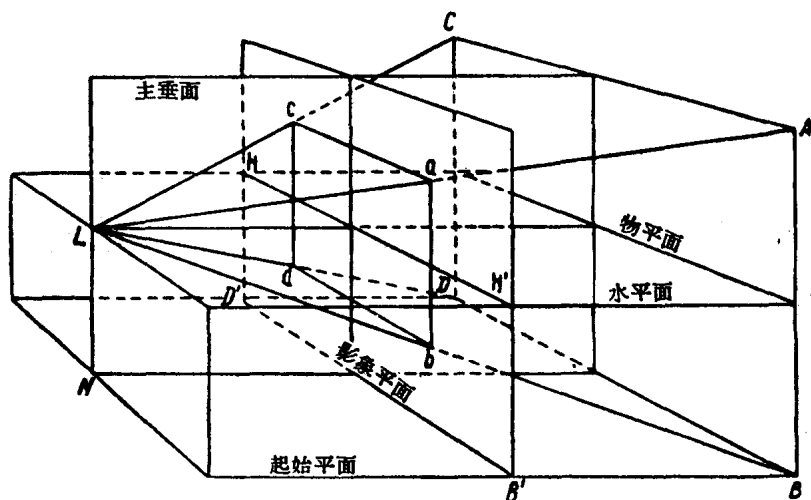


图 7

面并通过 LN ，称为主垂面。水平面迹像的影像 HH' 在摄影测量学中有很大的意义，是用图解法确定像片相对于水平面（通常是对于海水面）的倾斜角时的资料。

直到现在，为了简便，透视投影的说明仅限于特殊情况，即影像平面的位置或者是平行于起始平面，或者是垂直于起始平面。较为一般的情况是影像平面对起始平面的倾斜角为由 0° 到 90° 中的某一角度。如果影像平面对于起始平面较之 0° 或 90° 有某一倾斜角时，则物体的水平面和垂直面就不能构成正射投影，因为在这种情况下，直线系，例如物体的平行直线系，不平行于影像平面。不平行于影像平面的平行直线系在影像平面上具有会聚的特性。平行直线影像的会聚点称为这些直线的合点。

物体上的平行直线在像片平面上的影像的会聚或者收敛的情况如图8所示。

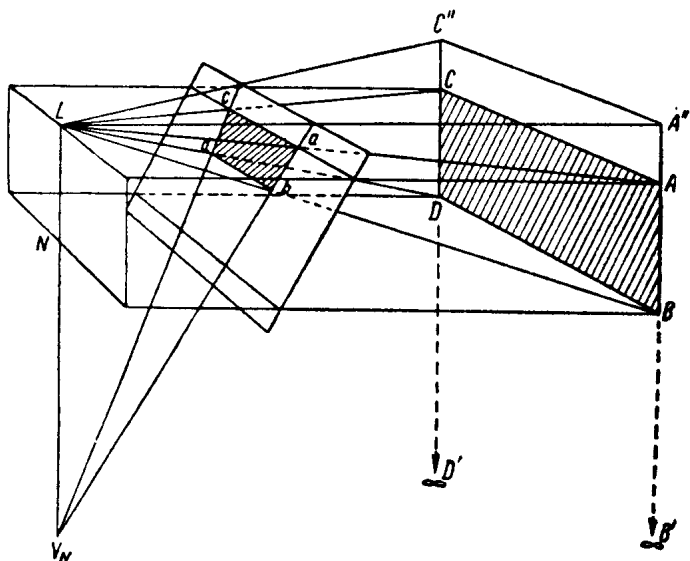


图 8

由于 $abcd$ 的形状与 $ABCD$ 不同，在此情况下，中心投影 $abcd$ 并不同时也是正射投影。图中 AC 平行于 BD ，且两者皆平行于

起始平面和影像平面， AB 平行于 CD ，但不平行于影像平面，根据直线会聚和不会聚的规则，因为 ac 平行于 AC 而 bd 平行于 BD ，故 ac 平行 bd 。因为 AB ， CD 不平行于影像平面，故同时 ab 和 cd 会聚。由于直线 AB 和 CD 铅垂向下延长到无穷远，则这些直线在影像平面的迹点将聚合于 V_n ，即当点 D' 和 B' 位于无穷远时，直线 LD' 和 LB' 与直线 LV_n 重合，因而， V_n 是底点——铅垂的平行直线系在倾斜的影像平面上的影像的合点。

这些原理可以很容易地就推广到与影像平面不平行的水平面上的平行直线系去。图 9 中，直线 A_1A_n 平行于直线 B_1B_n 。假设，点 A_∞ 和点 B_∞ 位于无穷远。若 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 逐渐接近 A_∞ ，而点 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 逐渐接近 B_∞ ，则共轭影像 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 和 $b_1, b_2, \dots, b_n$ 构成直线的影像，这些直线在水平线上将会聚于 V 点。

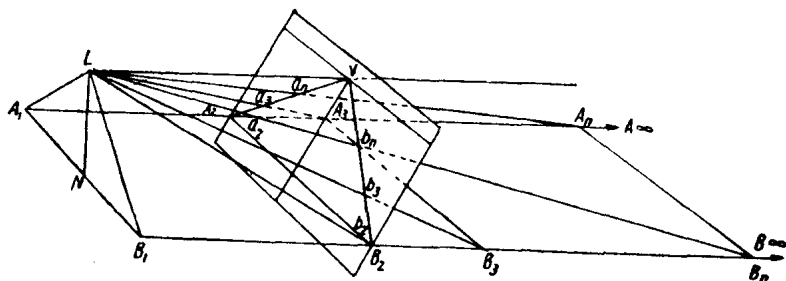


图 9

因而，水平线上的任何一点，都是彼此平行且平行于水平面的直线的影像的合点。而水平线本身就是合点的几何位置。对于任意的不平行于影像平面的平行直线系，其合点总由无穷远的方向线所构成。这个方向线与由投影中心引出的并平行于直线系的光线的方向一致。例如，在图 8 中，无穷远的方向与到底点的方向重合，因而平行的铅垂直线系的影像会聚于底点，即铅垂线 LN 在底点处通过影像平面。在图 9 中无穷远的方向与到水平线的方向一致，因而平行的水平直线系会聚于水平线上的一点，该

点由水平綫与平行該直綫系的鉛垂面相交而构成。只有在这些平行直綫系同时又平行于主垂面的情况下，它們的影像才会聚于主垂面和水平綫的交点上。

若一水平平行直綫系在基面上与主垂面組成一正角度，而另一水平平行直綫系組成一負角度，則組成正角度的直綫系的影像将会聚在水平綫的正方向上，而組成負角度的直綫系将会聚在水平綫的負方向上。这些位置都表示在图10上。

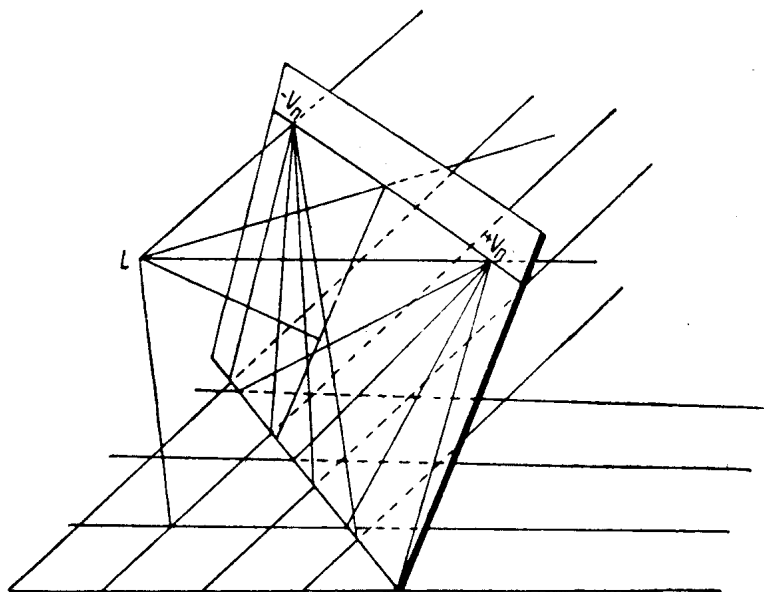


图 10

如果觀測者处在能看到一豎直的建筑物的上部和兩側的位置，則可以选出三个平行直綫系：一个鉛垂直綫系和两个水平直綫系。按照上述的定义，每一个直綫系的影像在像平面或者在投影面上都将会聚。这样的位置如图11所示。

由图 7、9 和 6 可以得出某些有价值的結論。在图 7 中像平面平行于物平面，故 $abcd$ 是 $ABCD$ 的正射投影，即 ca 平行 CA ， ab 平行 AB ， bd 平行 BD 和 dc 平行 DC 。因而，如果一直綫系平

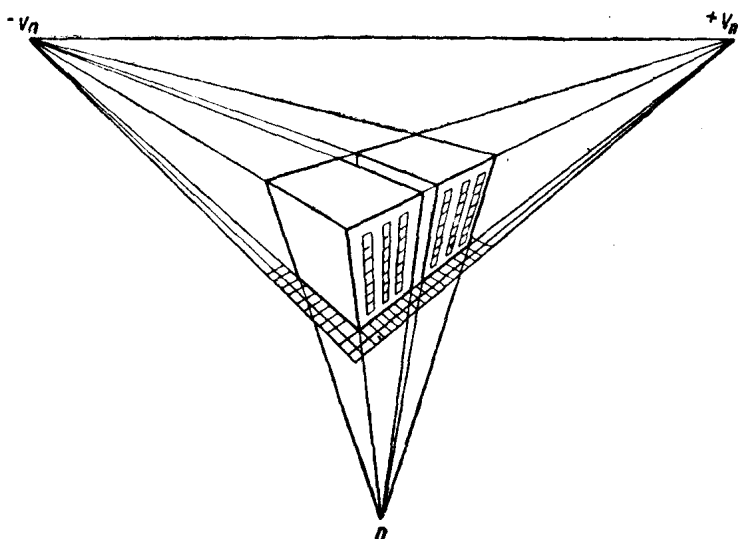


图 11

行于投影面，則此直綫系的影像就不会聚。根据图 7 可得出下面的結論，在鉛垂的投影面上，虽然水平綫的影像迅速地会聚，而鉛垂綫的影像却不会聚。由图 9 得出結論，由于直綫 A_1B_1 , A_2B_2 和 A_nB_n 都平行于投影面，所以它們的影像不会聚，而因为水平直綫系和垂直直綫系不平行于像平面，故它們的影像都会聚。在图 6 上，因为像平面平行于起始平面，所以平行于該平面的直綫的影像就不会聚。当鉛垂直綫的投影以极快的速度会聚时，构成了輻射狀的投影差。

讀者可以得出結論，由于我們把所有的会聚系統不是归結于底点，就是归結于地平綫，所以物体上所有的平行直綫系或者是会聚于底点，或者是会聚于水平綫上。这个結論是因为我們預先把所有的物体都归化到水平和鉛垂的起始平面上而得出的。然而，不平行于水平的或者鉛垂的起始平面的任一直綫系，既不会聚于底点，也不会聚于水平綫上。我們来研究兩組平行綫，它們从观测者兩側通过，既不平行于水平面，也不平行于鉛垂平面，

而与观测者的主垂面组成某一角度 θ (图12)。

在图12上, 直线 A_1A_n 和 B_1B_n 平行于水准面和主垂面 $LN'V'V_1$ 。这些直线的影像会聚于主垂面与地平线的交点 V 。直线 $A_1'A_n'$ 和 $B_1'B_n'$ 彼此平行, 但既不平行于水平面, 也不平行于铅垂面, 因

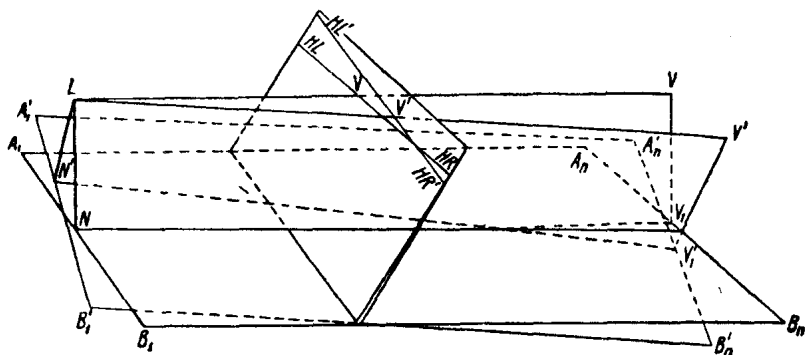


图 12

此, 它们的影像既不会聚于底点, 也不会聚在水平线上; 它们会聚于点 V' , V' 点是过 L 平行于直线 $A_1'A_n'$ 和 $B_1'B_n'$ 的直线的迹点。因而 $LN'V'V_1$ 是相对于任意起始平面的暂定主垂面。同样地, HL' , HR' 是暂定水平线。

合点的实质可以简短地叙述如下:

任一不平行于像平面的平行直线系的投影都要会聚于通过点 L 且平行于直线系的直线和像平面的交点。彼此平行且平行于像平面的直线系的投影在像平面内不会聚, 并且垂直地投影到像平面上。

§ 3. 定 向

1. 内 部 定 向

摄影机从最简单的意义来理解就是一个暗匣。暗匣前面安置有一个遮盖着的孔口, 而在其对面的里边放置着感光材料。当打开孔口, 光能从暗匣外面的物体通过这个孔口, 并且把物体的影