

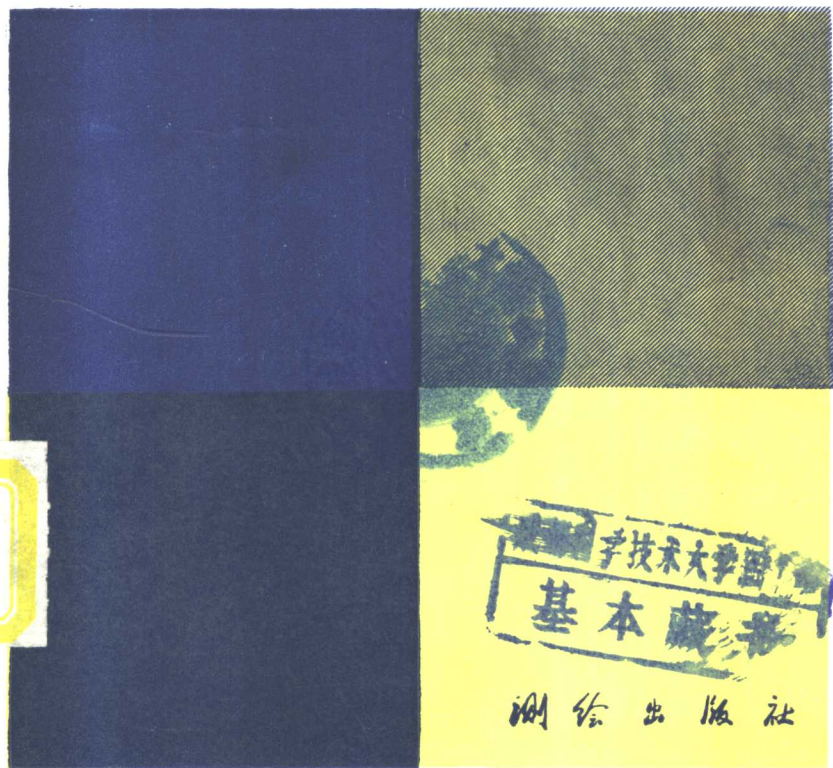
768425

321

7750

地面网与卫星网之间转换的数学模型

周忠谟 著



1
50

科学技术大学图书馆
基本藏书

测绘出版社

321

768425

7750

321
7750

地面网与卫星网之 间转换的数学模型

周忠谟 著

测绘出版社

内 容 提 要

本书主要是研究地面三角网与卫星网之间的转换模型。这些模型除确定平移参数和旋转参数外,还可确定地面三角网的系统尺度与定向误差。所荐数学模型均通过数例进行了检验。

地面网与卫星网之间转换的数学模型

周 忠 谟 著

*

测绘出版社出版

天津市振华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

· *

开本 850×1168 · 1/32 · 印张 5 · 字数 130 千字

1984 年 9 月 第一版 · 1984 年 9 月 第一次印刷

印数 1—2,100 册 · 定价 1.20 元

统一书号: 15039 · 新 328

序

当前,虽然新的大地测量技术在迅速地发展,但是,经典的天文大地网(以下简称地面网)无论对于确定地球的形状和大小,以及通过点的坐标来描述地球的自然表面,还是为国家地图测制和各种工程测绘建立可靠的基础,仍将具有重大的意义。尤其,一个现代化的,精密的地面网,对于解决未来的大地动力学任务,也将是不可缺少的^[44, 45]。

因此,目前大地测量学所面临的一项迫切任务,不仅在于以所要求或期望的精度来建立新的地面网,而特别在于,通过各种不同类型的大地观测数据的综合处理,来改善现有地面网的精度。

现代卫星大地测量技术的不断完善,使卫星观测的精度日益提高。高精度卫星网观测成果在大地测量中的广泛应用,既为精确地确定坐标系统的转换参数和分析网的系统误差提供了前所未有的可能,同时也为改善地面网的精度开辟了广阔的前景。

对于卫星网的上述应用来说,显然以下的研究工作是重要的:

- 参心坐标系与地心坐标系之间的转换模型;
- 为表达网的系统误差而应引入的附加参数;
- 可靠地确定观测量的先验权矩阵;
- 地面网与卫星网的联合平差方法。

为了进行地面网与卫星网的合并计算,早在卫星观测成果在大地测量中应用的初期, G. Veis 便推荐了进行这种合并计算的数学模型^[46]。随后, M. Molodensky (1962), M. Bursa (1962), H. Wolf (1963) 和 J. Badekas (1969) 都分别进行了许多极为有益的研究工作,并推荐了相应的数学模型。这些模型后来

在许多文献中被称为 BURSA-WOLF 模型和 MOLODENSKY-BADEKAS 模型^[2, 29, 44, 46]。

上述模型均包含七个参数,即三个平移参数、三个旋转参数和一个网的尺度因子。

在此,MOLODENSKY-BADEKAS 模型和 VEIS 模型的区别仅在于表达的形式不同;而 MOLODENSKY-BADEKAS 模型和 BURSA-WOLF 模型的区别是坐标系旋转参数和网的尺度因子的引入方法不同。这种区别将表现在由上述两种模型所确定的坐标系平移参数的差异。

一个地面网,若借助卫星网转换到地心坐标系,严格说来,首先应将地面网由参心坐标系统转换到由卫星网所定义的坐标系统(以下简称为卫星网坐标系统),然后再由后一坐标系统进一步转换到地心坐标系统。如果,卫星网坐标系与地心坐标系可视为相等,则通常均普遍地应用 BURSA-WOLF 模型^[8, 9, 25, 33, 34, 35, 36]。

为了进行卫星网与地面网之间的转换,1969 年 M.Hotine 推荐了一种相异的模型^[14, 46]。这一模型的主要特点,是把参心坐标系的定向与地面网的定向视为两个相区别的概念,因而在模型中同时引入了表达坐标系定向和描述地面网定向的参数。

七十年代以来,随着卫星观测成果在大地测量中的广泛应用,进一步推动了这方面的研究工作。

1975 年 D.E.Wells 和 P.Vanicek 提出了一种新的转换模型。利用该模型,通过全球卫星网与多个地面网合并计算,可以同时确定各参心坐标系相对地心坐标系的转换参数^[52]。与此同时, E.J.Krakiwsky 和 D.B.Thomson 综合了上述 VEIS 模型和 HOTINE 模型的特点,也推荐了一种不同的模型^[46]。

不过,上述各种模型都是以相似变换为基础,其间的主要区别在于,其中有关参心坐标系的定向参数和表达网的系统误差参数的引入方法不同。所以,根据不同模型所确定的参心坐标系的

平移参数也将有所差别。因此，在地面网与卫星网的转换模型中，合理地引入描述网的系统误差参数，已成为当前研究工作中的一个重要问题。

另外，在以上转换模型的应用方面，尚存在以下两个问题：

1. 由于上述转换模型均是以空间直角坐标的形式表达的，所以，应用这些模型时，都要求点的大地高程具有一定的精度；
2. 在所述模型中，尺度因子均定义为地面网相对卫星网的尺度变化，因此，只有当卫星网的尺度因子已知时，才有可能可靠地分析地面网本身的尺度因子。

本书的主要目的，是试图研究卫星网与地面网之间的转换模型，以及有关引入网的系统误差参数问题。

为此，书中首先简要地介绍了有关卫星网与地面网之间转换模型研究工作的概况，并论述了大地高程误差对研究坐标系平移参数和分析地面网尺度因子的影响，以及由于引入上述附加参数的方法不同，可能引起所求平移参数的差异。在此基础上，进而研究了引入网的系统误差参数问题，并由此分别推荐了在空间直角坐标系统和大地坐标系统中，地面网和卫星网之间的转换模型。最后，通过一个模拟地面网和一个实际地面网，对于这些新的数学模型进一步在数字上作了检核。

本书是我在西德进修期间撰写的一篇博士论文。原文已由西德大地测量委员会出版 (DGK, Reihe C, Nr. 274, 1983)。为了便于阅读，现将其改写为中文，并且对原文中的个别章节作了一些补充和修改。但是，由于水平所限，错误之处在所难免，请读者批评指正。

这里还须指出，对于本文的撰写，西德大地测量研究所 (DGFI) 所长，慕尼黑工业大学 (TU München) 建筑系天文与物理大地测量教研室主任 R. Sigl 教授曾给予了热心的指导和帮助；同时西德慕尼黑理论大地测量研究所 (Abt. 1 DGFI) 所长 Ch. Reigber 博士以及该所的同行人 R. Kelm 博士，W. Ehrnsper-

24007111

ger 博士和特许工程师 H.Hornik 先生等也给予了极其友好的帮助，愿借此机会再次表示衷心的感谢。

作者

1983. 3 于北京

目 录

第一章 卫星网与地面网之间转换的数学模型及其分类

.....	(1)
1.1 坐标系统及其定义.....	(1)
1.1.1 地心坐标系.....	(1)
1.1.2 参心坐标系.....	(5)
1.1.3 站心坐标系.....	(7)
1.1.4 天文坐标系.....	(9)
1.2 地面网与卫星网之间转换模型的介绍.....	(10)
1.2.1 BURSA-WOLF 模型.....	(10)
1.2.2 MOLODENSKY-BADEKAS 模型.....	(12)
1.2.3 VEIS 模型.....	(14)
1.2.4 HOTINE 模型.....	(16)
1.2.5 WELLS-VANICEK 模型.....	(17)
1.2.6 KRAKIWSKY-THOMSON 模型.....	(20)
1.3 模型的分类.....	(22)

第二章 应用卫星网与地面网之间转换模型的若干问题

.....	(25)
2.1 大地高程误差的影响.....	(25)
2.1.1 大地高程误差对研究平移参数的影响.....	(25)
2.1.2 大地高程误差对研究地面网尺度因子的影响.....	(27)
2.2 关于引入尺度因子的数学方法.....	(28)
2.2.1 尺度因子的定义.....	(28)
2.2.2 尺度因子对空间直角坐标的影响.....	(29)
2.2.3 尺度因子的引入方法对平移参数的影响.....	(30)

2.2.4 数例	(32)
2.3 转换模型的数学性质	(37)
2.3.1 若干特殊线性方程组的性质	(38)
2.3.2 几种转换模型的数学性质及其应用	(42)
第三章 参考椭球定位与定向的理论以及参心坐标系与地心坐标系之间的转换	(46)
3.1 参心坐标系定位与定向的一般关系式	(47)
3.2 对参考椭球定向的要求	(48)
3.2.1 要求	(48)
3.2.2 拉伯拉斯方程的一般形式	(49)
3.2.3 参考椭球定向条件的等价关系式	(52)
3.3 大地原点天文观测量的误差对参考椭球定位和定向的影响	(54)
3.3.1 一般关系式	(54)
3.3.2 附加条件	(56)
3.4 参心坐标系与地心坐标系之间的转换方法	(58)
3.4.1 确定坐标系转换参数的模型	(58)
3.4.2 坐标系统转换的模型	(61)
3.5 大地坐标与大地方位角之间的微分关系式	(61)
3.5.1 适于约 200km 的微分关系式	(61)
3.5.2 适于约 600 km 的微分关系式	(66)
3.5.3 适于任意距离的微分关系式	(70)
3.5.4 数例	(73)
第四章 应用卫星网研究地面网系统误差的数学模型	(75)
4.1 利用弦长之差确定网的相对尺度因子	(75)
4.1.1 模型	(75)
4.1.2 微分关系式的一般形式	(76)
4.1.3 网的系统误差对弦长的影响	(78)

4.2	分析地面网相对参考方向的定向误差·····	(80)
4.2.1	法截面的方位角·····	(80)
4.2.2	微分关系式·····	(80)
4.2.3	大地坐标误差对法截面方位角的影响·····	(81)
4.2.4	网的系统误差对法截面方位角的影响·····	(83)
4.3	同时研究地面网相对尺度和定向误差的模型—— HRISTOW 微分公式的应用·····	(83)
第五章	地面网与卫星网之间转换模型的研究·····	(86)
5.1	在空间直角坐标系统中地面网和卫星网之间的 转换模型·····	(86)
5.1.1	地面网系统误差在椭球面上定义时的模型 ·····	(86)
5.1.2	地面网系统误差在三维坐标系定义时的模型 ·····	(94)
5.1.3	以空间直角坐标差表示的数学模型·····	(96)
5.2	在大地坐标系中地面网与卫星网之间的转换 模型·····	(98)
5.2.1	一般关系式·····	(98)
5.2.2	卫星网与地面网在椭球面上的转换模型·· ·····	(99)
5.2.3	根据大地高程研究卫星网尺度因子的模型 ·····	(101)
5.3	参考椭球的位置和方向固定时地面网与卫星网 之间的转换模型·····	(104)
第六章	模型应用的数字说明·····	(106)
6.1	模型的汇集·····	(106)
6.1.1	空间直角坐标和大地坐标之间的转换模型 ·····	(106)
6.1.2	地面网与卫星网之间的转换模型	

—BURSA-WOLF 模型·····	(107)
6.1.3 地面网与卫星网之间的转换模型——模型 1 ·····	(107)
6.1.4 地面网与卫星网之间的转换模型——模型 2 ·····	(110)
6.1.5 应用大地高程分析卫星网尺度因子的模型 ——模型 3·····	(110)
6.2 模拟地面网算例·····	(111)
6.2.1 网的构成·····	(111)
6.2.2 模型 1 的应用·····	(115)
6.2.3 BURSA-WOLF 模型的应用·····	(123)
6.2.4 两种方法所求结果之比较·····	(126)
6.2.5 模型 2 和模型 3 的应用·····	(129)
6.3 实际地面网算例·····	(133)
6.3.1 地面网的构成·····	(133)
6.3.2 确定坐标系统的转换参数和分析网的尺度 因子·····	(137)
6.3.3 大地高程系统误差的影响·····	(139)
6.3.4 地面网偶然观测误差的影响·····	(140)
6.4 结论·····	(142)

第一章 卫星网与地面网之间转换 的数学模型及其分类

因为建立和选择适宜的模型，是卫星网与地面网合并计算的基础。所以，自从卫星观测资料在大地测量中获得应用以来，这方面的研究工作就一直为大地测量工作者所重视。这里主要介绍目前广泛采用的若干数学模型及其分类。

1.1 坐标系统及其定义

为了叙述的方便，这里首先对以下将要应用的若干地球坐标系统的定义及其相互关系介绍如下。

1.1.1 地心坐标系

1. 定义

地心空间直角坐标系：若以 $X_0 = (X, Y, Z)_0^T$ 表示地心空间直角坐标系，则其原点 O_0 与地球质心相重合， Z_0 轴指向国际协议的地极原点 CIO (Conventional International Origin)， X_0 轴指向起始天文子午面与地球平赤道的交点 E (相应 BIH 定义。BIH-Bureau International de l'Heure)，而 Y_0 轴垂直于 X_0, Z_0 平面，指向东。

地心大地坐标系：地心椭球的中心位于坐标系 X_0 的原点 O_0 ，椭球的短轴与 Z_0 轴相重合，而地心起始大地子午面与 Z_0, X_0 平面相重合。

在地心坐标系统中，任意点 P_i 的位置可表示为 $X_{0i} = (X, Y, Z)_{0i}^T$ ，或 $B_{0i} = (B, L, H)_{0i}^T$ 。其中 B ——大地纬度， L ——大地经度， H ——大地高程。

2. 空间直角坐标系与大地坐标系之间的换算公式

考虑到这种转换关系式的普遍意义，在此，我们略去了符号

的下标, 而分别以 $\mathbf{X} = (X, Y, Z)^T$ 和 $\mathbf{B} = (B, L, H)^T$ 来表示点的空间直角坐标和大地坐标。

这时, 为了由已知的大地坐标 $\mathbf{B}$ 确定相应的空间直角坐标 $\mathbf{X}$, 普遍地应用以下关系式^{[1], [2]}:

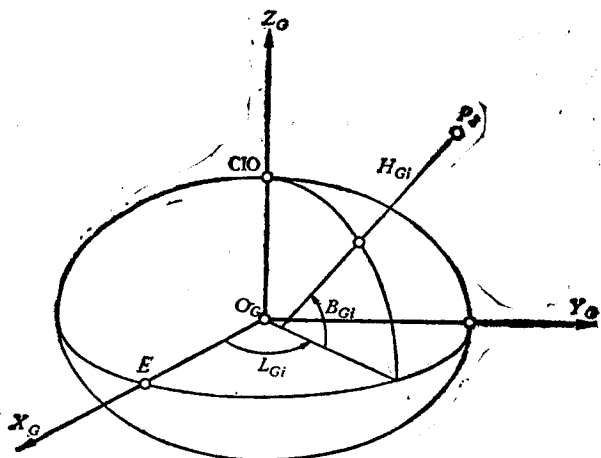


图 1-1 地心坐标系

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+H)\cos B\cos L \\ (N+H)\cos B\sin L \\ [N(1-e^2)+H]\sin B \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

其中

N ——椭球卯酉圈曲率半径

e ——椭球第一偏心率

而当已知任意点的空间直角坐标 $\mathbf{X}$, 计算相应的大地坐标 $\mathbf{B}$ 时, 通常则采用以下关系式^{[1], [2]}:

$$B = \arctan \left[\tan \phi \left(1 + \frac{ae^2}{Z} \frac{\sin B}{W} \right) \right]$$

$$L = \arctan \left(\frac{Y}{X} \right) \quad (1-2)$$

$$H = \frac{R \cos \phi}{\cos B} - N$$

其中

$$\phi = \arctan \left[\frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} \right]$$

$$R = (X^T X)^{1/2}$$

$$W = (1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}$$

a —— 椭球长半轴

由于式 (1-2) 形式简明, 理论严密, 所以在实际计算中应用广泛。

不过, 在应用式 (1-2) 计算大地纬度时, 一般需要采用逐次趋近法。例如, 为使所求大地纬度的误差小于 $5 \cdot 10^{-6} (")$, 往往需要趋近 3 或 4 次^[62]。

为了在计算中避免这一缺点, 通常可采用以下直接解算公式^[62]:

$$\begin{aligned} \tan B = \tan \phi + A_1 e^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} e^2 \left[A_2 + \frac{1}{4} e^2 \left(A_3 \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{1}{2} A_4 e^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1-3)$$

其中

$$A_1 = \left(-\frac{a}{R} \right) \tan \phi$$

$$A_2 = \sin^2 \phi + 2 \left(\frac{a}{R} \right) \cos^2 \phi$$

$$\begin{aligned} A_3 = 3 \sin^4 \phi + 16 \left(-\frac{a}{R} \right) \sin^2 \phi \cos^2 \phi \\ + 4 \left(-\frac{a}{R} \right)^2 \cos^2 \phi (2 - 5 \sin^2 \phi) \end{aligned}$$

$$A_4 = 5 \sin^6 \phi + 48 \left(-\frac{a}{R} \right) \sin^4 \phi \cos^2 \phi$$

$$+ 20\left(\frac{a}{R}\right)^2 \sin^2 \phi \cos^2 \phi (4 - 7 \sin^2 \phi) \\ + 16\left(\frac{a}{R}\right)^3 \cos^2 \phi (1 - 7 \sin^2 \phi + 8 \sin^4 \phi)$$

或者采用下式:

$$B - \phi = C_1 e^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} e^2 \left[C_2 + \frac{1}{12} e^2 \left(C_3 + \frac{3}{2} C_4 e^2 \right) \right] \right\} \quad (1-4)$$

$$C_1 = \left(\frac{a}{R}\right) \sin \phi \cos \phi$$

$$C_2 = \sin^2 \phi + 2\left(\frac{a}{R}\right) (1 - 2 \sin^2 \phi)$$

$$C_3 = 9 \sin^4 \phi + 24\left(\frac{a}{R}\right) \sin^2 \phi (2 - 3 \sin^2 \phi)$$

$$+ 4\left(\frac{a}{R}\right)^2 (6 - 35 \sin^2 \phi + 35 \sin^4 \phi)$$

$$C_4 = 5 \sin^6 \phi + 16\left(\frac{a}{R}\right) \sin^4 \phi (3 - 4 \sin^2 \phi)$$

$$+ 4\left(\frac{a}{R}\right)^2 \sin^2 \phi (20 - 77 \sin^2 \phi + 63 \sin^4 \phi)$$

$$+ 16\left(\frac{a}{R}\right)^3 (1 - 12 \sin^2 \phi + 30 \sin^4 \phi - 20 \sin^6 \phi)$$

因为, 以上大地纬度的直接解算公式, 在推导中忽略了含 e^{10} 的微小项, 由此而产生的模型误差, 当 $B \approx 45^\circ$ 时, 约为 $4 \cdot 10^{-7} (")$, 所以, 在实用上这些公式将足以保障精密的大地坐标换算的要求。

1.1.2 参心坐标系

1. 定义

参心大地坐标系：参考椭球的原点与接近地球质心的任意点 O_r 相重合。

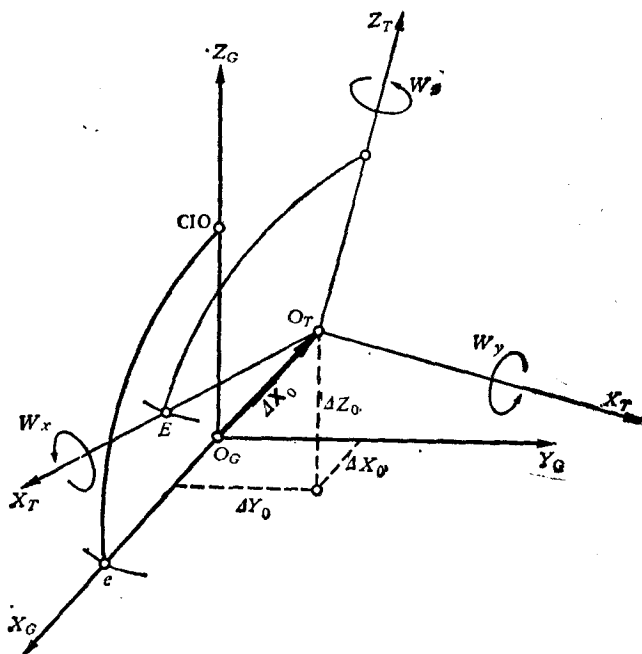


图 1-2 参心坐标系及其与地心坐标系之间的关系

通常，为了简化地面观测成果的归算模型，要求参考椭球的短轴平行于地心坐标系的 Z_0 轴，起始大地子午面平行于起始天文子午面。

不过大家知道，参考椭球相对于地心坐标系的定位和定向，习惯上都是通过大地原点的天文观测量实现的。所以，由于不可避免的天文观测量误差的影响，对于参考椭球定向的上述要求，实际上往往不能无条件地满足。关于这一点将在第三章中进一步

加以讨论。

参心空间直角坐标系：若以 $X_T = (X, Y, Z)_T^T$ 表示参心空间直角坐标系，则其原点位于 O_T ， Z_T 轴与参考椭球的短轴相重合， X_T 轴指向起始大地子午面与参考椭球赤道的交点 e ，而 Y_T 轴垂直于 $X_T O_T Z_T$ 平面，向东为正。

在参心坐标系中，任意点 P_i 的位置一般表示为 $B_{Ti} = (B, L, H)_T^T$ ，或 $X_{Ti} = (X, Y, Z)_T^T$ ，其中，下标“ T ”表示与参心坐标系有关的量。

参心大地坐标系与参心空间直角坐标系之间的关系，仍如式 (1-1) 和 (1-2) 所示。

2. 参心坐标系与地心坐标系之间的转换关系

为了表达上述两坐标系之间的普遍关系，现假设：参心坐标系相对地心坐标系的定向参数（或旋转参数）为 $W^T = (W_1, W_2, W_3)$ ，而定位参数（或平移参数）为 $\Delta X_0 = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T$ 。这些参数的定义如图 1-2 所示。

由此，参心坐标系与地心坐标系之间的普遍关系已知为^[1]

$$X_0 = \Delta X_0 + R(W_1, W_2, W_3) X_T \quad (1-5)$$

其中旋转矩阵的一般形式：

$$R(W_1, W_2, W_3) = R(W_1) R(W_2) R(W_3) \quad (1-6)$$

而

$$R(W_1) = \begin{bmatrix} \cos W_1 & \sin W_1 & 0 \\ -\sin W_1 & \cos W_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R(W_2) = \begin{bmatrix} \cos W_2 & 0 & -\sin W_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin W_2 & 0 & \cos W_2 \end{bmatrix}$$

$$R(W_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos W_3 & \sin W_3 \\ 0 & -\sin W_3 & \cos W_3 \end{bmatrix}$$