

苏联高等学校教学用书

地质矿山测量 实用投影学

П. А. 雷若夫 著

地质出版社

地質矿山測量实用投影学

П. А. 雷 若 夫 著

朱 曉 嵐 譯

苏联高等教育部審定作为
礦業及工業学院矿山測量專業学生用教材

地質出版社

1956•北京

П. А. РЫЖОВ
профессор, доктор техн. наук
ПРОЕКЦИИ
ПРИМЕНЯЕМЫЕ
В ГЕОЛОГО-МАРКШЕЙДЕРСКОМ
ДЕЛЕ
Углетехиздат
Москва—1951

本書適用於礦業學院礦山測量專業、工業學院和工藝學院採礦系作為教材之用。本書系作者根據蘇聯高等教育部審定的礦體幾何學教學大綱的第一部分——“地質礦山測量實用投影學”而編寫的，包括以下幾個主要部分：數字標高投影、地形式曲面的數學演算、相似投影（仿射投影）、軸測投影和球面投影。

上述各種投影適用於用來解決採礦企業和地質勘探企業礦山測量工作中的問題。

本書同樣可供採礦企業和地質勘探企業中希望提高自己在這方面業務的地質礦山測量工程技術人員作為參考書之用。

本書由北京礦業學院礦山測量教研室朱曉嵐同志譯出。

地質礦山測量實用投影學 145,000字

著者 П. А. 雷 若 夫
譯者 朱 曉 嵐
出版者 地 質 出 版 社

北京宣武門外永光寺西街3號
北京市書刊出版業營業許可證出字第004號

發行者 新 華 書 店
印刷者 地 質 印 刷 廠
北京廣安門內教子胡同甲32號

編輯：韓會林 技術編輯：李璧如

校對：白叔鈞

印數(京)1—7,260冊 一九五六年八月北京第一版

定價(10)1.00元 一九五六年八月第一次印刷

開本31"×43" 1/4 印張6 1/4

目 錄

緒 論	7
§ 1. 本課程研究的对象及其与其他学科的联系	7
第一篇 一般概念	
第一章 投影和投影圖几何变换的一般概念	13
§ 2. 中心(透視或極)投影	13
§ 3. 平行(圓柱)投影	15
§ 4. 平行投影的一般特性	16
§ 5. 圖像的变换。相似变换	17
§ 6. 透視相似对应	18
第二篇 数字标高投影	
第二章 点、直線和平面的数字标高投影	21
§ 7. 数字标高投影的实質。点的投影	21
§ 8. 直線的投影	22
§ 9. 兩直線的相互位置	26
§ 10. 平面的投影	28
§ 11. 直線与平面的相互分佈	30
第三章 数字标高投影的变换	33
§ 12. 更換投影面的方法	33
§ 13. 重合法	34
第四章 多面体和曲面的数字标高投影圖的描繪	38
§ 14. 多面体的描繪	38
§ 15. 曲線和曲面的描繪	39
§ 16. 平面与曲面、多面体的面的相交	40
§ 17. 地形式曲面的描繪	42
§ 18. 地形式曲面的某些特性	48
§ 19. 地形式曲面的等高線的作法	55

第五章 数字标高投影的練習	59
§ 20. 点的投影習題	59
§ 21. 直線的投影、分節和确定其相互位置的習題	61
§ 22. 平面的投影習題	71
§ 23. 确定点、直線和平面的相互位置的習題	74
§ 24. 地形面的習題	81
第三篇 地形式曲面的数学演算	
概述	92
第六章 地形式曲面的数学演算	93
§ 25. 地形式曲面的加法	93
§ 26. 地形式曲面的減法	95
§ 27. 地形式曲面的乘法和取对数	97
§ 28. 地形式曲面的除法	101
§ 29. 地形式曲面的乘方和开方	103
§ 30. 地形式曲面的微分和積分	105
第七章 第三篇練習	111
§ 31. 地形式曲面的数学演算習題	111
第四篇 相似投影、軸測投影和球面投影	
第八章 相似投影的實質	116
§ 32. 相似圖形。相似坐标。相似軸	116
§ 33. 繪制物体相似投影圖的例題	120
第九章 地質礦山測量相似投影圖的实际繪制	123
§ 34. 概述。繪制物体相似投影圖的工作程序	123
§ 35. 繪制地質礦山測量物体相似投影圖的例題	126
第十章 相似投影圖中某些基本尺度問題的求解	132
§ 36. 相似圓的作法	132
§ 37. 物体的線要素按其相似圖的測定	133
§ 38. 物体的角要素按其相似圖的測定	137
第十一章 軸測投影	138
§ 39. 軸測投影的基本知識	138
§ 40. 繪制探礦巷道和礦產產狀軸測投影圖的例題	141
§ 41. 立体軸測投影圖和补色立体圖的概念	143

第十二章 球面投影	147
§ 42. 球面投影的實質	147
§ 43. 卡夫拉依斯基教授赤道網	151
§ 44. 用卡夫拉依斯基網解題。概述	153
§ 45. 極（正）直角投影、極球面投影以及該兩投影的子午圈和平行圈網	159
第十三章 第四篇練習	165
§ 46. 作相似投影圖和軸測投影圖的習題	165
§ 47. 利用卡夫拉依斯基球面投影網解題	169
参考文献	171
中俄名詞对照表	172

“几何学乃是一切思维探索的主宰”

——米·瓦·罗蒙诺索夫

緒 論

§ 1. 本課程研究的对象及其与其他学科的联系

“地質礦山測量实用投影学”乃是建筑在画法几何投影理論的基礎上。

这里我們只研究画法几何所采用的各种投影中，那些對於採礦和地質勘探企業的地質礦山測量实际工作中所应用的几种投影。

本課程的任务是教会学生：

1. 在圖上（平面上）描繪：

（1）採礦巷道和勘探巷道；

（2）被勘探和被開採礦床的形狀及其產狀条件；

（3）地下整个礦產、各个品級的礦產和各个成分的儲量分佈。

2. 根据这些圖解决地質礦山測量实际工作中的各种問題。

本課程分为三个主要部分：

（1）数字标高投影；

（2）地形式曲面的数学演算；

（3）相似投影、軸測投影和球面投影。

講述本課程各章節同时，均附有求解地質礦山測量实际問題的例題。

各种投影敘述的完备性是不一样的；地質礦山測量实际工作中用得最多的投影（数字标高投影，相似投影），在本書中闡述得最为完备；地質礦山測量实际工作中較為次要的投影（軸測投影，球面投影），在本書中只提供一一些基本理論的概念和实际繪制这些投影的巷

道圖和礦產圖所需要的一些知識。

因為在學習本課之先，須學習画法幾何和制圖等一般課程，所以在書中許多闡述各種投影實質和特性的基本原理沒有理論的證明。

作為一般課程的画法幾何學，主要是敘述在兩三個相互垂直平面上的直角投影法和軸測投影的一般知識。學習画法幾何學各章節必須而且也要証實該課程的任務是：教會學生在平面上正確地作出物體的圖形、閱讀工程圖，以及教會學生利用這些圖解決各種不同的空間幾何問題並發揮學生具有空間概念的能力。

在“地質礦山測量實用投影學”專門課程的緒論中已經指出，地質礦山測量平面圖、地圖和其他的圖上的礦體、採礦巷道和勘探巷道的圖形常常不是用兩三個平面上的直角投影法繪制，而是用數字標高投影法，或是在個別情況下用相似投影法和直角投影法來繪制。

多數地質礦山測量問題，同樣是在以數字標高投影或者以球面投影、相似投影圖、少有以軸測投影所繪成的圖上來解決。

近年來在投影學的基礎上大大發展了下列這些重要的學科，例如，構造地質學，礦體幾何學，立體攝影學，航空攝影測量學等，利用投影理論，提出了幾何法和圖解法，使得這些科學方法能夠做出新的發現。

俄國科學和俄國學者在發展投影學的一般理論方面和用於地質礦山測量中投影學的理論方面所起的作用

天才的羅蒙諾索夫 (М.В. Ломоносов) 號召人們應將“高度的科學，特別是幾何學——一切思維探索的主宰，用來最多、最廣泛而又最清晰地洞悉地下的資源”。

幾何學乃是由於人們實踐的需要而起源於很早的古代（例如，在埃及由於尼羅河泛濫而被淹沒的田地需要確定其大小和邊界），從其存在的最初起直到今天，幾何學仍然符合生產的需要。

幾何學和幾何方法在其發展的過程中曾不斷地克服了许多障礙。

这些方法的作用經常被人縮小或歪曲，企圖使几何学脱离实践。

例如，畢达哥拉斯派学者，曾經以欧几里德几何学和畢达哥拉斯数作为基礎而从抽象臆断的观点來研究自然的和人类社会的現象。畢达哥拉斯派学者認為宇宙的一切都从屬於協調、度量、数。数、線、面予無形以有形，引起次序的紊乱。不是物質而是数——万物的开始和基礎。这种純粹的唯心哲学曾被用來作为奴隸社会制度的辯护。它企圖証明奴隸社会制度的“協調一致”，証明奴隸社会制度的建立是牢不可破的。

畢达哥拉斯派学者的哲学，使几何学脱离生活，而使之变成为几何而几何，因而妨碍了几何学的發展。

在几何学發展的后一階段中，形成了新的一支几何学——解析（笛卡兒）几何学。

解析几何学由於运用数学分析的方法，同时对这些方法的發展有所影响，所以它促進了力学和其他自然科学知識領域的蓬勃發展。在此，所研究的現象和过程都屬於机械运动的規律。

解析法和力学是随着資本主义的發展而發展。

因此，資產階級的科学特別吹噓数学分析，而把几何学的作用列为次要的和从屬的地位，忽視了几何学的直接的实际意义，这並不是偶然的。

僅此即可闡明下面普留克尔（Плюкер）下述的主張：“分析是一种独立的而不依賴於任何附加物的科学，而几何学正是力学的另一方面，只是这个偉大整体已知关系的有形說明”^①。

關於几何法和数学分析間的关系，类似这样的討論，直到目前为止，苏联某些学者之間仍在進行着。

在採礦技術書籍中，时常可以遇到这样的推断，即当解决採礦工程問題时，几何方法僅佔輔助的地位，这样的問題只有分析法才能解

① 苏联大百科全書，第15卷，351頁，B. 科干（Коран）論文，几何学。

決。許多著者認為：解決地質勘探工程問題和了解地下資源時所運用的各種幾何法是不能獨立地解決實踐中所提出的問題。因為它們是一些形式上的東西，故只能說明數學分析所確定的問題。

實踐否定了這些臆想，還在十九世紀中葉，由於工業生產的發展要求研究流體動力學、電學、磁學和热力學的許多新的現象，研究許多採礦工程問題，在這些問題的面前，數學分析的方法就無能為力了。幾何學以後的歷史發展的整個進程證明：當解決許多實際問題時，幾何（圖解）法乃是較為適用的方法，而且有時甚至是獲得圓滿解答的唯一可能的方法。

由於科學研究的結果使幾何法大大地趨於完善。

在蘇聯，這些方法曾特別有成效地促進了採礦工程技術上的進步。

本課程中所涉及的絕大多數的問題，其最早研究者要推俄國學者和蘇聯學者。

蘇聯地下資源的研究和勘探、礦井的建設，礦體的開採諸方面的實際工作，在蘇聯學者面前曾提出了一系列問題，為了解決這些問題，要求採用新的幾何法，因為現有的近代數學法在解決這些問題時表現了有時不適用或者有時不夠準確。

這種新的方法曾由蘇聯學者以斯大林命名的莫斯科礦業學院教授索波列夫斯基（П. К. Соболевский）所創立，在其地形式曲面數字標高投影圖的數學演算理論中作了敘述。

索波列夫斯基教授的理論乃是幾何學新的分支——礦體幾何學——的基礎，這對蘇聯採礦工業的發展有着十分重要的意義。

蘇聯採礦和地質勘探高等學校所學的礦體幾何學乃是蘇聯的科學，因為在國外過去和現在都沒有這樣的著作。

本書實際上為“礦體幾何學”課程的緒論。

很早以前就已採用數字標高投影描繪地形形式曲面。最早在十六世紀至十七世紀在法國即運用一個水平的曲線來描繪地形^①，而第一張

① 雷寧（Н. А. Рынин）教授：圖法幾何歷史資料，列寧格勒，1938年。

等高線地形圖的完成乃是在十八世紀後半期。

在 1791 年曾發表了法國的等高線地圖，而從 1802 年起在法國各種不同的學校就講授以等高線描繪地面的方法。

廣泛的運用等值線一般認為是由洪保德(Гумбольдт)創始(1769—1859 年)。

然而歷史資料證明俄國礦山測量工作者運用等高線的方法早於古姆博爾特。

不久以前奧格洛布林(Д. Н. Оглобин)教授在別列佐夫礦的檔案中發現了沙爾塔什湖的等高線圖，該圖在十七世紀末至十八世紀初由俄國農奴礦山測量工作者所繪制。也就是說早於法國地形圖並在古姆博爾特的著作以前 100 年。這個事實再一次證明俄國工程師和技術人員在發展世界科學和技術所起的主要作用。

目前正在進行整理有關俄國人民和蘇聯人民在所有科學和技術方面所作的創造和發明的歷史資料。甚至最近所作的研究都確鑿地證明俄國人民在創立一般投影(包括本課程所研究的礦山測量投影)理論和實際運用的最重要的問題上所起的主要作用。

引用沙里曉夫(К. А. Салищев)教授的著作為例，就可確鑿地證明自古以來祖國制圖術所起的主導作用以及對於其他國家制圖術的影響。

許多俄國學者關於數字標高投影的卓越著作，其理論建樹很深，補充材料也很廣。現在謹將這些著作簡述如下。

索莫夫(И. И. Сомов)教授在 1862 年，馬卡羅夫(Н. Макаров)在 1870 年出版了有關画法幾何的著作，在此著作中闡述了數字標高投影法。

1894 年庫爾久莫夫(В. И. Курдюмов)教授出版了一本很好的“画法幾何”手冊，該書第二篇——“數字標高投影”，和當時書籍中所敘述的不是一樣的。

1916 年雷寧教授在其“作圖法”一書中研究了投影幾何問題中的

數字標高投影，並指出這一方法的不同運用。

地質礦山測量物體的相似投影圖的作法，是在蘇聯首先研究和運用的。

球面投影主要理論問題的創立，以及實際運用於結晶學、制圖學和礦山測量學中，主要的作用同樣歸功於俄國學者和蘇聯學者。

俄國幾何結晶學家耶夫格拉夫·斯捷潘諾維奇·費多羅夫 (Евграф Степанович Федоров) 院士在研究晶體時，第一個引用子午圈網和極網，創立了球面投影的理論，並從新說明一般的投影問題。

另一個俄國結晶學家吳里弗 (Г. В. Вульф) 教授在 1897 年創立了球面投影網，該網無論在國內或國外當研究晶體時都被廣泛地採用，此即為大家所知道的所謂“吳里弗赤道網”。

1909 年卡夫拉依斯基 (В. В. Каврайский) 教授曾創造比較完善的工具——透明紙圖，用以圖解結晶學、天文學和球面的問題^①。

俄國和蘇聯學者在世界科學寶庫中所作的貢獻，對於我國生產力的發展和以後地質礦山測量科學的進步有不可估計的功勞。

本書系在祖國的投影科學成就的基礎上編寫的。在編寫本書時，曾採用了俄國和蘇聯學者許多的經典著作，並採用了尚未刊載的特羅菲莫夫 (А. А. Трофимов) 副教授、布克林斯基 (В. А. Букринский) 助教有關數字標高投影和球面投影的著作，以及雷洛夫 (А. П. Рылов) 的“論相似圖形的度量”、布克林斯基的“論球面投影求解斷層問題”和晉京 (А. Р. Зенгин) 的“論矢量作圖法”等科技碩士論文的材料。

① В. В. 卡夫拉依斯基著：天文問題的圖解，1913 年，聖彼得堡。

第一篇 一般概念

第一章 投影和投影圖几何变换的一般概念

§ 2. 中心（透視或極）投影

在下列已知的实际情况中廣泛地採用中心投影：

- (1) 攝影測量；
- (2) 由某一光源照明物体而繪制該一物体的落影；
- (3) 畫家的圖畫；
- (4) 網膜上所得的圖像及其他。

地質礦山測量工作人員當研究這樣一些專門學科，例如攝影學、攝影測量學、結晶學和制圖學等，都必須利用中心投影，在這些學科中通常都研究中心投影法的原理。因此下面只敘述中心投影或透視投影的一般概念。

為了求得物体 M （例如為一立方體）在平面 V 上的中心投影圖像（圖1），必須在平面 V 外選擇一定點 O ，用直線將物体的特征點 $1, 2, 3, \dots, 8$ 和點 O 連接，並求出這些直線和平面 V 的交點 $1', 2', \dots, 8'$ 。

按相應的形狀連接 $1', 2' \dots 8'$ 各點以後，即可得出該物体在平面 V 上為平面圖形形式的圖像或中心投影 m 。

在此，通常點 O 稱為投影中心或投影極，平面 V 稱為投影面、圖畫面或簡稱為畫面；物体 M 稱為投影物体；點 $1, 2, \dots, 8$ 稱為投影點，直線 $01, 02, \dots, 08$ 稱為投射線或光線；點 $1', 2' \dots 8'$ 稱為

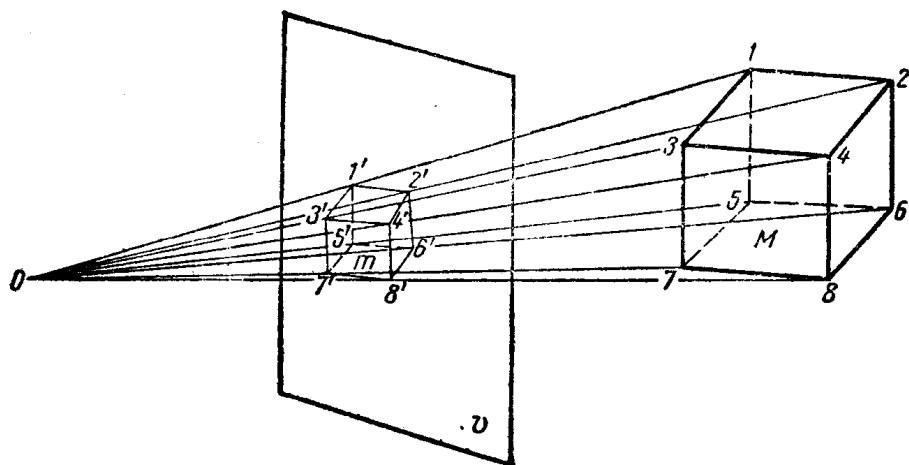


圖 1. 物体中心投影圖

点 1, 2 …… 8 的中心投影或透視（極投射）投影；平面 V 上的圖形 m 称为物体 M 的中心投影或透視投影。

过点 O 和物体的投影点的光線的总体称为投影光束，称为由視点 O 所見該物体的投影角錐或投影圓錐。

視点为 O 时，該角錐面或圓錐面沿所謂物体的輪廓線和該物体 M 相接触。

照度的角錐面或圓錐面和投影面 V 的交線，称为物体輪廓的投影。

透視投影圖具有很大的直觀性，因此，这种投影法在許多技術部門中廣泛地被採用。

根据求得圖像平面的形狀不同，透視圖可分为下列几类：

1. 直線透視圖，圖像繪在平面上。若圖像投影在房頂天花板上，則为頂面透視圖，此乃直線透視圖之特殊情况。
2. 全景透視圖，圖像繪在圓柱的內壁上。
3. 圓頂透視圖，圖像繪在圓球的內壁上。
4. 舞台透視圖，圖像在許多曲面和平面上出現。

5. 立体(地形)透視画, 圖像具有明顯的空間形狀, 和实际大小比較按比例尺偏縮。

6. 視鏡透視画, 該画为直線透視画(后景)和物体实际大小(前景)的結合。

7. 球面透視画, 圖像系按物体的直線透視画的規則在平面上繪出兩種形狀, 即觀測者每一眼睛(右眼和左眼)分別所見到的形狀。

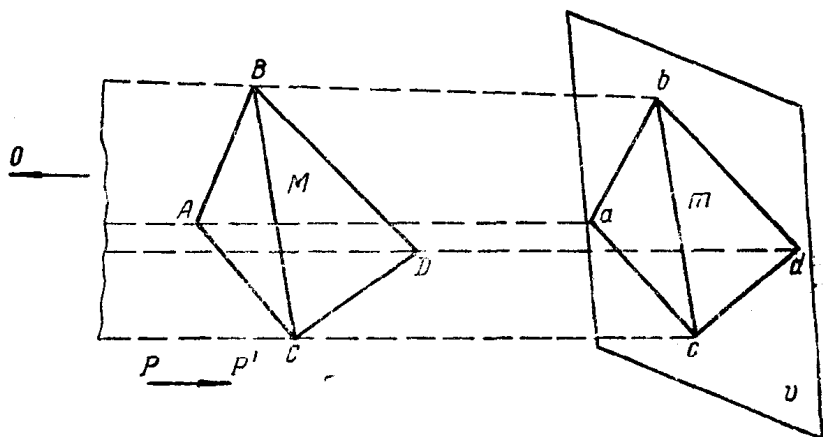


圖 2. 物体平行投影示意圖

§ 3. 平行(圓柱)投影

該方法可看作为中心投影的特殊情况, 假設投影中心 O 無限地远离投影面 v 。

在此情況下, 所有投射線將彼此平行。

圖 2 中 PP' 为平行投射的方向; 点 a, b, c, d 为被投影角錐体的頂点 A, B, C, D 的平行投影或圓錐投影。圖形 m 为物体 M 在平面 v 上的平行投影或圓柱投影。

此处投射線可看作是視線, 这样, 由無限远的視点來观察物体时, 照度的圓錐面或角錐面相应地变成为照度的圓柱面或角柱面。

圓柱面或角柱面和被投影物体的接触線, 称为該視線方向上物体

的輪廓線。

圓柱面或角柱面和投影面的交線，同樣得出物體的投影輪廓線。

平行投影中的圖像和物體的實際形狀比較，帶有某些偏縮，因為實際上不是從無限遠的點 O ，而是由一個比較不大的距離來觀察物體。

當平行投影的方向垂直於投影面時，則此投影稱為直角投影。

若平行投影的方向不與投影面成直角，而與其斜交，則此投影稱為斜角投影。

平行投影所得圖像儘管帶有某些偏縮，但是由於圖像便於度量而且作法簡單，因而廣泛運用這種投影。在某種情況下，這種圖像還具有明顯的特性。

平行投影乃是正投影、數字標高投影、軸測投影和相似投影的基礎。

§ 4. 平行投影的一般特性

假設有任意兩平面 P 和 H （圖3）

今將平面 P 上的 A 、 B 、 C 、 D 、 E 等點沿不與兩已知平面 P 和 H 之一相平行的任意方向 TS 投影在平面 H 上。

因此，平面 P 上的每一點在平面 H 上都有一點與其對應；平面 P 上的每一直線在平面 H 上都有一直線與其對應，因為直線上所有各點的投射線皆位於同一投射平面上。

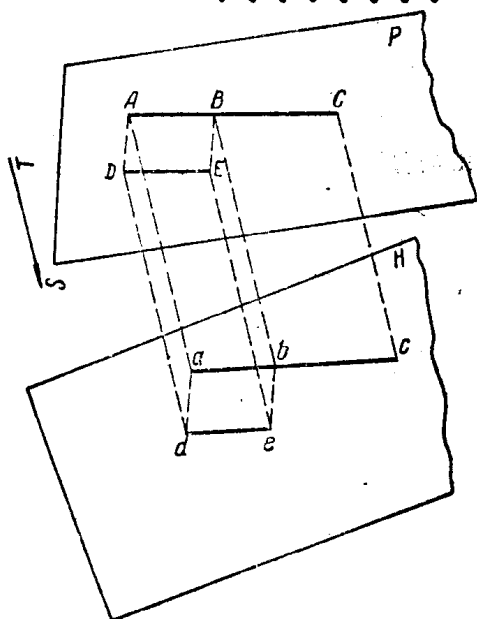


圖 3. 沿任一方向 TS 將平面 P 上 $ABCDE$ 等點投向平面 H 上的平行投影示意圖