面向21世纪

高等学校计算机类专业系列教材

离散数学

Discrete Mathematics

蔡 英 刘均梅 编著

西安电子科技大学出版社

Http://www.xduph.com

面向 21 世纪高等学校计算机类专业系列教材

离散数学

Discrete Mathematics

蔡 英 刘均梅 编著

西安电子科技大学出版社

2003

内 容 简 介

本书系统地介绍了离散数学的基本内容。全书共分 10 章，主要由 4 部分组成：数理逻辑，包括命题逻辑和一阶逻辑；集合论，包括集合的基本概念和运算及二元关系和函数；代数结构，包括代数系统的基本概念、几个典型的代数系统及格和布尔代数；图论基础，包括图的基本概念、树和几类典型图。各章备有例题选解和较多的习题，便于读者自学。

本书可作为计算机等相关专业的离散数学教材，可供一般本科院校教学使用，也可作为其他类院校离散数学课程的教材和教学参考书。

★ 本书配有电子教案，有需要者可与西安电子科技大学出版社联系，免费索取。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/蔡英，刘均梅编著. 一西安：西安电子科技大学出版社，2003.6

(面向 21 世纪高等学校计算机类专业系列教材)

ISBN 7 - 5606 - 1221 - 0

Ⅰ. 离… Ⅱ. ① 蔡… ② 刘… Ⅲ. 离散数学一高等学校一教材 Ⅳ. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 017663 号

责任编辑 云立实 龙 晖

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电　　话 (029)8242885 8201467 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfxb@pub.xaonline.com

经　　销 新华书店

印刷单位 高陵县印刷厂

版　　次 2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

开　　本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 17.125

字　　数 405 千字

印　　数 1～4 000 册

定　　价 19.00 元

ISBN 7 - 5606 - 1221 - 0/O・0062(课)

XDUP 1492001 - 1

序

第三次全国教育工作会议以来，我国高等教育得到空前规模的发展。经过高校布局和结构的调整，各个学校的新专业均有所增加，招生规模也迅速扩大。为了适应社会对“大专业、宽口径”人才的需求，各学校对专业进行了调整和合并，拓宽专业面，相应地教学计划、大纲也都有了较大的变化。特别是进入21世纪以来，信息产业发展迅速，技术更新加快。面对这样的发展形势，原有的计算机、信息工程两个专业的传统教材已很难适应高等教育的需要，作为教学改革的重要组成部分，教材的更新和建设迫在眉睫。为此，西安电子科技大学出版社聘请南京邮电学院、西安邮电学院、重庆邮电学院、吉林大学、杭州电子工业学院、桂林电子工业学院、北京信息工程学院、深圳大学、解放军电子工程学院等10余所国内电子信息类专业知名院校中长期工作在教学科研第一线的专家教授，组成了高等学校计算机、信息工程类专业系列教材编审专家委员会，并且面向全国进行系列教材编写招标。该委员会依据教育部有关文件及规定对这两大类专业的教学计划和课程大纲，目前本科教育的发展变化和相应系列教材应具有的特色和定位以及如何适应各类院校的教学需求等进行了反复研究、充分讨论，并对投标教材进行了认真评审，筛选并确定了高等学校计算机、信息工程类专业系列教材的作者及审稿人，这套教材预计在2004年全部出齐。

审定并组织出版这套教材的基本指导思想是力求精品、力求创新、优中选优、以质取胜。教材内容要反映21世纪信息科学技术的发展，体现专业课内容更新快的要求；编写上要具有一定的弹性和可调性，以适合多数学校使用。体系上要有所创新，突出工程技术型人才培养的特点，面向国民经济对工程技术人才的需求，强调培养学生较系统地掌握本学科专业必需的基础知识和基本理论，有较强的本专业的基本技能、方法和相关知识，培养学生具有从事实际工程的研发能力。在作者的遴选上，强调作者应在教学、科研第一线长期工作，有较高的学术水平和丰富的教材编写经验；教材在体系和篇幅上符合各学校的教学计划要求。

相信这套精心策划、精心编审、精心出版的系列教材会成为精品教材，得到各院校的认可，对于新世纪高等学校教学改革和教材建设起到积极的推动作用。

系列教材编委会

2002年8月

高等学校计算机、信息工程类专业

系列教材编审专家委员会

主　任：杨　震（南京邮电学院副院长、教授）
副主任：张德民（重庆邮电学院通信与信息工程学院院长、教授）
　　　　韩俊刚（西安邮电学院计算机系主任、教授）
　　　　李荣才（西安电子科技大学出版社总编辑、教授）

计算机组

组　长：韩俊刚（兼）
成　员：（按姓氏笔画排列）
　　　　王小民（深圳大学信息工程学院计算机系主任、副教授）
　　　　王小华（杭州电子工业学院计算机分院副院长、副教授）
　　　　孙力娟（南京邮电学院计算机系副主任、副教授）
　　　　李秉智（重庆邮电学院计算机学院院长、教授）
　　　　孟庆昌（北京信息工程学院教授）
　　　　周　娅（桂林电子工业学院计算机系副主任、副教授）
　　　　张长海（吉林大学计算机科学与技术学院副院长、教授）

信息工程组

组　长：张德民（兼）
成　员：（按姓氏笔画排列）
　　　　方　强（西安邮电学院电信系主任、教授）
　　　　王　晖（深圳大学信息工程学院电子工程系主任、副教授）
　　　　胡建萍（杭州电子工业学院电子信息分院副院长、副教授）
　　　　徐　祎（解放军电子工程学院电子技术教研室主任、副教授）
　　　　唐　宁（桂林电子工业学院通信与信息工程系副主任、副教授）
　　　　章坚武（杭州电子工业学院通信工程分院副院长、教授）
　　　　康　健（吉林大学通信工程学院副院长、教授）
　　　　蒋国平（南京邮电学院电子工程系副主任、副教授）

总 策 划：梁家新
策　　划：马乐惠　云立实　马武装　马晓娟
电子教案：马武装

前　言

离散数学是以离散型变量为研究对象的一门科学，它以研究离散型变量的结构和相互间的关系为主要目标。

在现实世界中，变量总是可以分成离散型和连续型两类，离散型就是变量的变化是可数的(包括有限或无限)，与之相对的就是连续型变量。例如，自然数 0，1，2，3，4，…是离散量，而一天内的温度变化则是一个连续型的变量。

从人类历史的发展过程来看，人们最初接触的量是离散型的，反映到数学领域上则属于离散数学的范畴，所以，按照离散数学的定义，人们最早熟悉的数学就是离散数学。随着数学理论的不断发展和对无限概念的深入探讨，同时由于处理离散型数量关系的数学工具在刻画物体运动方面无能为力，因而，在近代出现了连续的数量概念——实数，出现了处理连续型数量关系的数学工具——微积分。近代数学主要研究连续型变量关系及其数学结构、数学模型，并且取得了辉煌的成绩。近代数学的这一特征，一直延续至今，现仍在现代数学中占据主导地位。

由于计算机本身是一个离散结构，它只能处理离散型的或离散化了的数量关系，因此，随着计算机科学的迅猛发展，在计算技术、计算机系统功能和计算机应用等各个领域中提出了许多有关离散量的理论问题，并迫切需要用适当的数学工具来描述和深化，于是离散数学作为一门学科应运而生，并成为近代数学的一个重要分支。

离散数学课程是介绍离散数学各分支的基本概念、基本理论和基本研究方法、研究工具的基础课程。它所涉及的概念、方法和理论，大量地应用在数字电路、编译原理、数据结构、操作系统、数据库系统、算法的分析与设计、软件工程、人工智能、计算机网络等专业课程及信息管理、信号处理等相关课程中。它着重培养和训练学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和归纳构造能力，为学生提高专业理论水平打下扎实的数学基础，为后续专业课程的学习做好准备。

根据国家教委颁布的计算机专业教学基本要求，本书包含了 4 部分内容：数理逻辑、集合论、代数结构和图论基础。全书体系严谨，叙述深入浅出，并配有大量习题，可作为普通高等学校计算机等相关专业的本科生教材。根据我们的经验，本书可在 90～110 学时内完成教学计划，如果课时不够，可适当删去代数结构中的部分内容和有星号(*)的内容。

本书的数理逻辑和图论基础部分(第一、二章，第八、九、十章)由刘均梅编写，集合论和代数结构部分(第三章至第七章)由蔡英编写。在编写过程中，夏伦进副教授曾与我们讨论本书的内容、观点，使我们受益匪浅。书中参阅了大量的离散数学书籍和资料，在此一并对原书有关作者表示衷心的感谢，并感谢北京信息工程学院的孟庆昌教授和王友兰老师所提供的帮助。同时，我们衷心感谢西安电子科技大学出版社对本书的出版所给予的大力支持。

本书还将配套出版《离散数学》学习指导书，目的在于对本书的习题提供较为详细的解答并提供一定的解题方法指导。

最后，我们诚恳地期待着读者的批评和指正。

编　者

2002年12月于北京

目　　录

第一篇　数理逻辑

第二篇　集　合　论

第三篇　代数结构

第四篇 图论基础

第一篇

数理逻辑

数理逻辑是以数学的方法研究推理的形式结构和规律的数学学科。所谓数学方法，是指建立一套符号，其作用是为了避免用自然语言讨论问题时所带来的歧义性。例如，下面三条语句均用“是”作谓语动词：

(1) 曹雪芹是《红楼梦》的作者。

(2) 曹雪芹是小说家。

(3) 小说家是文学家。

三个语句中的三个“是”含义各不相同。(1)中的“是”表示“＝”，其主语和宾语是对等的；(2)中的“是”表示“∈”，小说家是一个集合，曹雪芹只是其中的一分子；(3)中的“是”表示“⊆”，文学家是包含着小说家的一个更大的集合。显然，符号准确地表达了语句的含义。

推理就是研究前提和结论之间的关系和思维规律，亦即表义符号之间的关系。

数理逻辑与人工智能、知识工程之间的关系，就相当于微积分与力学、机械工程之间的关系。微积分在人类体力劳动自动化的过程中扮演了重要角色，数理逻辑在人类脑力劳动自动化的过程中也起着越来越大的作用。

第一章 命题逻辑

1.1 命题符号化及联结词

任何基于命题分析的逻辑称为命题逻辑。命题是研究思维规律的科学中的一项基本要素，它是一个判断的语言表达。

命题 能惟一判断真假的陈述句。

这种陈述句的判断只有两种可能，一种是正确的判断，一种是错误的判断。如果某个陈述句判断为真(与人们公认的客观事实相符)，则我们称其为真命题，并说此命题的真值为真，否则称为假命题，并说此命题的真值为假。

【例 1.1.1】 下述各句均为命题：

(1) 4 是偶数。

(2) 煤是白色的。

(3)《几何原本》的作者是欧几里德。

(4) 2190 年人类将移居火星。

(5) 地球外也有生命存在。

上述命题中(1)、(3)是真命题，(2)是假命题，其中的(3)可能有人说不出它的真假，但客观上能判断真假。(4)的结果目前谁也不知道，但到了时候则真假可辨，即其真值是客观存在的，因而是命题。同样，(5)的真值也是客观存在的，只是我们地球人尚不知道而已，随着科学技术的发展，其真值是可以知道的，因而也是命题。

【例 1.1.2】 下列语句不是命题：

(1) 你好吗?

(2) 好棒啊!

(3) 请勿吸烟。

(4) $x>3$。

(5) 我正在说谎。

(1)、(2)、(3)均不是陈述句，因而不是命题。(4)是陈述句，但它的真假取决于变量 x 的取值，例如取 x 为 4 时其值为真，取 x 为 2 时其值为假，即其真值不惟一，因此不是命题。(5)也是陈述句，但它是悖论，因而也不是命题。

从上面的讨论可以看出，判断一个语句是否是命题的关键是：

（1）语句必须是陈述句。

（2）陈述句必须具有惟一的真值。要注意两点：

① 一个陈述句在客观上能判断真假，而不受人的知识范围的限制。

② 一个陈述句暂时不能确定真值，但到了一定时候就可以确定，与一个陈述句的真值不能惟一确定是不同的。

以上所讨论的命题均是一些简单陈述句。在语言学中称为简单句，其结构均具有"主语＋谓语"的形式，在数理逻辑中，我们将这种由简单句构成的命题称为简单命题，或称为原子命题，用 p、q、r、p_i、q_i、r_i 等符号表示(必要时亦可用其他小写的英文字母表示)。如：

p：4 是偶数。

q：煤是白的。

r：《几何原本》的作者是欧几里德。

命题的真值只能有两种，以 1 表真命题的真值，以 0 表假命题的真值。例如：p、r 的真值是 1，q 的真值是 0。

【例 1.1.3】 下列命题不是简单命题：

（1）4 是偶数且是 2 的倍数。

（2）北京不是个小城市。

（3）小王或小李考试得第一。

（4）如果你努力，则你能成功。

（5）三角形是等边三角形，当且仅当三内角相等。

上面除命题(3)的真假需由具体情况客观判断外，余者的真值均为 1。但是它们均不是简单命题，分别用了"且"、"非"、"或"、"如果……则……"、"当且仅当"等联结词。

由命题和联结词构成的命题称为复合命题。构成复合命题的可以是原子命题，也可以是另一个复合命题。一个复合命题的真值不仅与构成复合命题的命题的真值有关，而且也与所用联结词有关。下面我们给出几个基本的联结词。

1. 否定"¬"

设 p 为任一命题，复合命题"非 p"(p 的否定)称为 p 的否定式，记作：$\neg p$。"¬"为否定联结词。$\neg p$ 为真，当且仅当 p 为假。

$\neg p$ 的真值亦可由表 1.1.1 所示的称为"真值表"的表格确定。由表 1.1.1 可知：命题 p 为真，当且仅当 $\neg p$ 为假。事实上，它定义了一个一元函数(称为一元真值函数)：

$$f^{\neg}:\{0,1\}\to\{0,1\}$$

$$f^{\neg}(0)=1 \qquad f^{\neg}(1)=0$$

表 1.1.1

p	$\neg p$
0	1
1	0

【例 1.1.4】

（1）p：4 是偶数。其真值为 1。

$\neg p$：4 不是偶数。其真值为 0。

（2）q：这些都是学生。

$\neg q$：这些不都是学生。

注 否定联结词使用的原则：将真命题变成假命题，将假命题变成真命题。但这并不是简单地随意加个不字就能完成的。例如上例中的(2)，q 的否定式就不能写成“这些都不是学生”。事实上严格来讲，“不是”不一定否定“是”。如阿契贝难题：“本句是六字句”与“本句不是六字句”均是真命题。不过，一般地，自然语言中的“不”、“无”、“没有”、“并非”等词均可符号化为“$\neg$”。

2. 合取“$\wedge$”

设 p、q 是任意两个命题，复合命题“p 且 q”(p 与 q)称为 p 与 q 的合取式，记作：$p\wedge q$。“$\wedge$”是合取联结词。$p\wedge q$ 为真，当且仅当 p、q 均为真。

$p\wedge q$ 的真值表如表 1.1.2 所示，它定义了一个二元真值函数：

$$f^{\wedge}:\{00,01,10,11\}\rightarrow\{0,1\}$$

$$f^{\wedge}(00)=0 \qquad f^{\wedge}(01)=0$$

$$f^{\wedge}(10)=0 \qquad f^{\wedge}(11)=1$$

表 1.1.2

p	q	$p\wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

【例 1.1.5】

(1) p：4 是偶数。

q：3 是素数。则

$p\wedge q$：4 是偶数且 3 是素数。其真值为 1。

(2) r：煤是白的。则

$p\wedge r$：4 是偶数且煤是白的。其真值为 0。

注

(1) 日常语言中的联结词所联结的语句之间一般都有一定的内在联系，但数理逻辑中的联结词是对日常语言中联结词的逻辑抽象。因此，它所联结的命题其内容可能毫无关系，如上例中的(2)。

(2) 自然语言中常用的联结词诸如：“既……又……”、“不仅……而且……”、“虽然……但是……”、“……和……”等，都可以符号化为“$\wedge$”。

(3) “$\wedge$”联结的是两个命题，并不能见到“与”、“和”就用“$\wedge$”。例如，“张三和李四都是好学生”是“张三是好学生”和“李四是好学生”的合取式，但“张三和李四是好朋友”则是一个简单命题，其中“张三和李四”是句子的主语。

3. 析取“$\vee$”

设 p、q 是任意两个命题，复合命题“p 或 q”称为 p、q 的析取式，记作：$p\vee q$。“$\vee$”称为析取联结词。$p\vee q$ 为假，当且仅当 p、q 同为假。

$p\vee q$ 的真值表如表 1.1.3 所示，它定义了一个二元真值函数：

$$f^{\vee}:\{00,01,10,11\}\rightarrow\{0,1\}$$

$$f^{\vee}(00)=0 \qquad f^{\vee}(01)=1$$

$$f^{\vee}(10)=1 \qquad f^{\vee}(11)=1$$

【例 1.1.6】

(1) p：小王喜欢唱歌。

q：小王喜欢跳舞。则

$p \vee q$：小王喜欢唱歌或喜欢跳舞。

(2) p：明天刮风。

q：明天下雨。则

$p \vee q$：明天或者刮风或者下雨。

表 1.1.3

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

注 "$\vee$"的逻辑关系是明确的，即 p、q 两个命题中至少有一个为真则析取式为真。因而，自然语言中常用的联结词诸如："或者……或者……"、"可能……可能……"等，都可以符号化为"$\vee$"。但日常语言中的"或"是具有二义性的，用"或"联结的命题有时是具有相容性的，如例 1.1.6 中的二例，我们称之为可兼或。而有时又具有排斥性，称为不可兼或(异或)，如：

(1) 小李明天出差去上海或去广州。

(2) 刘昕这次考试可能是全班第一也可能是全班第二。

在(1)中用 p 表示"小李明天出差去上海"，用 q 表示"小李明天出差去广州"，则 p、q 可以同时为假，此时是假命题。也可以 p 为真、q 为假，或 p 为假、q 为真，这两种情况下原命题均为真，但决不能 p、q 同为真。(2)的情况完全类似。因此，这两个命题均是当且仅当只有其中一个命题为真时，其真值为 1。这时的"或"具有排斥性，是"不可兼或"，不能用"$\vee$"联结。但可以用多个联结词表示：$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ 或 $(p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q)$，此二式准确地表达了(1)、(2)的含义。

4. 蕴含"→"

设 p、q 是任意两个命题，复合命题"如果 p，则 q"称为 p 与 q 的蕴含式，记作：$p \to q$。p 称为蕴含式的前件，q 称为蕴含式的后件，→称为蕴含联结词。$p \to q$ 为假，当且仅当 p 为真、q 为假。

$p \to q$ 的真值表如表 1.1.4 所示，它定义了一个二元真值函数：

$$f^{\to}: \{00,01,10,11\} \to \{0,1\}$$

$$f^{\to}(00)=1 \qquad f^{\to}(01)=1$$

$$f^{\to}(10)=0 \qquad f^{\to}(11)=1$$

表 1.1.4

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

【例 1.1.7】

(1) p：天下雨了。

q：路面湿了。则

$p \to q$：如果天下雨，则路面湿。

(2) r：三七二十一。则

$p \to r$：如果天下雨，则三七二十一。

注

(1) 逻辑中，前件 p 为假时，无论后件 q 是真是假，蕴含式 $p \to q$ 的真值均为 1。这与

日常语言特别是数学中常用的“真蕴含真”不太一样。事实上并不矛盾，例如，某人说：“如果张三能及格，那太阳从西边升起。”说话者当然知道“张三能及格”与“太阳从西边升起”风马牛不相及，而一般人此时并没有说谎的必要，即这是真命题，它所要明确的是“张三能及格”是假命题。

（2）正如前面所说，数理逻辑中的联结词是对日常语言中的联结词的一种逻辑抽象，日常语言中联结词所联结的句子之间是有一定内在联系的，但在数理逻辑中，联结词所联结的命题可以毫无关系。如在日常语言中“如果……则……”所联结的句子之间表现的是一种因果关系，如例 1.1.7 中的(1)。但在数理逻辑中，尽管说前件蕴含后件，但两个命题可以是毫不相关的，如例 1.1.7 中的(2)。

（3）$p \to q$ 的逻辑关系是：p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件。在日常语言中，特别是在数学语言中，q 是 p 的必要条件还有许多不同的叙述方式，如：“p 仅当 q（仅当 q，则 p）”、“只有 q 才 p”、“只要 p 就 q”、“除非 q，否则非 p（非 p，除非 q）”等，均可符号化成 $p \to q$ 的形式。

【例 1.1.8】 符号化下列命题：

（1）只要天下雨，我就回家。

（2）只有天下雨，我才回家。

（3）除非天下雨，否则我不回家。

（4）仅当天下雨，我才回家。

解 设 p：天下雨。q：我回家。则(1)符号化为 $p \to q$。(2)、(3)、(4)均符号化为 $q \to p$（或等价形式：$\neg p \to \neg q$）。

5. 等价“$\leftrightarrow$”

设 p、q 是任意两个命题，复合命题“p 当且仅当 q”称为 p 与 q 的等价式，记作：$p \leftrightarrow q$。“$\leftrightarrow$”称为等价联结词。$p \leftrightarrow q$ 为真，当且仅当 p、q 真值相同。

$p \leftrightarrow q$ 的真值表如表 1.1.5 所示，它定义了一个二元真值函数：

$$f^{\leftrightarrow}:\{00,01,10,11\} \to \{0,1\}$$

$$f^{\leftrightarrow}(00)=1 \qquad f^{\leftrightarrow}(01)=0$$

$$f^{\leftrightarrow}(10)=0 \qquad f^{\leftrightarrow}(11)=1$$

表 1.1.5

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

【例 1.1.9】

（1）p：$2+2=4$。

q：5 是素数。则

$p \leftrightarrow q$：$2+2=4$ 当且仅当 5 是素数。

（2）p：$\angle A=\angle B$。

q：二角是同位角。则

$p \leftrightarrow q$：$\angle A=\angle B$ 当且仅当二角是同位角。

在(1)中的 p 与 q 并无内在关系，但因二者均为真，所以 $p \leftrightarrow q$ 的真值为 1。

在(2)中由于相等的两角不一定是同位角，所以真值为 0。

“$\leftrightarrow$”的逻辑关系是：所联结的二命题互为充分必要条件。

以上定义了5种联结词，它们构成了一个联结词集合$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$。其中$\neg$是一元联结词，其余均为二元联结词，亦称逻辑运算符，因此，将命题用联结词联结成复合命题的过程也称命题演算。

用上面介绍的5个联结词和简单命题，通过各种形式的组合，可以对自然语言中的一些复杂语句进行形式化，过程如下：

(1) 用p、q、r等字母(命题表示符)表示简单命题。

(2) 用逻辑联结词，根据自然语言中联结词的逻辑含义，将简单命题符联结起来。

【例 1.1.10】 将下列自然语言形式化：

(1) 如果天不下雨并且不刮风，我就去书店。

(2) 小王边走边唱。

(3) 除非a能被2整除，否则a不能被4整除。

(4) 此时，小刚要么在学习，要么在玩游戏。

(5) 如果天不下雨，我们去打篮球，除非班上有会。

解

(1) 设p：今天天下雨，q：今天天刮风，r：我去书店。则原命题符号化为：

$$\neg p \wedge \neg q \rightarrow r$$

(2) 设p：小王走路，q：小王唱歌。则原命题符号化为：

$$p \wedge q$$

(3) 设p：a能被2整除，q：a能被4整除。则原命题符号化为：

$$\neg p \rightarrow \neg q \quad 或 \quad q \rightarrow p$$

(4) 设p：小刚在学习，q：小刚在玩游戏。则原命题符号化为：

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \quad 或 \quad (p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q)$$

(5) 设p：今天天下雨，q：我们去打篮球，r：今天班上有会。则原命题符号化为：

$$\neg r \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$$

1.2 命题公式及分类

为了用数学的方法研究命题，就必须像数学处理问题那样将命题公式化，并讨论对于这些公式的演算(推理)规则，以期由给定的公式推导出新的命题公式来。

前面我们用p、q、r等符号表示确定的简单命题，通常此时称它们为命题常元。而事实上，这些常元无论具体是怎样的简单命题，它们的真值均只可能是“1”或“0”。为了更广泛地应用命题演算，在研究时，我们只考虑命题的“真”与“假”，而不考虑它的具体含义(即只重“外延”，不顾“内涵”)。譬如：当p是一个真命题时，$\neg p$就是一个假命题，而不管此时p表示的是命题“三七二十一”，还是命题“今天天下雨”。这时的p实际上就是一个简单命题的抽象，就如同数学公式中的变量x一样，我们称其为命题变元。

命题变元　一个不确指的(抽象的)命题，以p、q、r等表之。

注意　*命题变元不是命题，它只是一个可以用来表示命题的符号，因此没有确定的真值，只有当变元被代以确定的命题时，它变成了常元，此时方有真值。*