

85年5月23日

通信线路原理

北方交通大学 简水生 主编

中国铁道出版社

25
2

通信线路原理

北方交通大学 简水生 主编

中国铁道出版社

1984年·北京

前 言

本书是根据铁路高等院校通信专业教学计划编写的，主要介绍和讨论现代各种传输线。目前我国铁路通信系统所大量采用的是TEM波传输线，它包括对称线和同轴线。因此，本书讨论的中心课题是对称线和同轴线的传输特性、相互干扰特性，外界电磁场对它们的影响，以及对这些影响的防护。同时，我们还要看到光纤通信强大的生命力。目前，光导纤维和激光器件的研究和制造已进入全面发展时期，光纤通信在市话中继和近距离通信中已进入实用阶段，而且在长途干线和海底通信中采用光纤通信系统也将很快成为现实。因此，本书有一章专门讨论光导纤维的传输原理。此外，为了加强实践性，本书专有一章介绍和讨论通信电缆和光纤的特性测试，还有一章专门讨论电缆的平衡。本书共分六章，全书教学时数为100小时。

本书由北方交通大学简水生主编并编写了绪论和第三章，上海铁道学院沈景沛编写第一章，北方交通大学赵学义编写第二章、温建华编写第四章、江中澳编写第五章，兰州铁道学院范希增编写第六章，并由兰州铁道学院孙祺荫教授主审。

本书涉及的理论基础和实际问题很广泛，如有错误和不妥之处，望读者批评指正。

编 者

内 容 简 介

本书主要阐述各种通信线路的原理、传输特性、测试技术和防干扰等内容，共分六章，包括：对称线、同轴线、光纤、通信线路对外部电磁场影响的防护、通信电缆与光纤特性的测试、对称电缆的平衡。

本书可作为高等学校通信专业教材，也可供从事通信线路研制、设计、施工和维护的工程技术人员参考。

目 录

绪 论	1
第一章 对 称 线	4
第一节 对称线的场结构和电磁波沿对称线的传播	4
第二节 对称线的一次参数	6
第三节 对称线的二次参数	17
第四节 音频对称电缆的加感	29
第五节 对称线的干扰参数	33
第六节 对称电缆的相互干扰	46
习 题	55
第二章 同 轴 线	56
第一节 同轴线传输的电磁波及其一次参数	56
第二节 同轴线的二次参数	64
第三节 同轴线的阻抗均匀性	71
第四节 波导及同轴线中传输的高次波型	77
第五节 同轴线的干扰参数	85
第六节 同轴线间的相互干扰	95
第七节 超导同轴线和低温电缆	104
第八节 开槽同轴线及漏泄同轴线	108
习 题	112
第三章 光 纤	113
第一节 模式和射线理论基础	113
第二节 折射率阶跃变化型光纤	123
第三节 折射率渐变型光纤	148
习 题	165
第四章 通信线路对外部电磁场影响的防护	166
第一节 外部电磁场对通信线路影响的一般概念	166
第二节 在通信线路上感应的电压和电流的分布	168
第三节 磁耦合互感系数的确定及 E 值的计算	174
第四节 磁耦合的干扰影响	179
第五节 强电线路地电流的影响	186
第六节 电耦合的影响	192
第七节 通信电缆金属护套的屏蔽作用	194
第八节 强电影响的防护措施	200
第九节 无线电波对通信线路的干扰	203

第十节 通信电缆的防雷	208
习 题	214
第五章 通信电缆与光纤特性的测试	216
第一节 通信电缆传输特性的测试	216
第二节 同轴线均匀性测试	227
第三节 光纤特性测试	235
习 题	243
第六章 对称电缆的平衡	244
第一节 对称电缆线路的串音标准	244
第二节 对称电缆干扰参数和串音的测试	245
第三节 低频对称电缆的平衡	251
第四节 高频对称电缆耦合矢量曲线的测绘	259
第五节 常用高频反耦合网络	263
第六节 高频平衡段、电缆的配盘和系统交叉	270
第七节 高频对称电缆的平衡	273
第八节 高频对称电缆的多段平衡	281
习 题	283
附图 1 互感系数及互感阻抗曲线计算图	
附图 2 圆线图	

绪 论

一、传输技术的发展进程

人类社会的发展离不开信息的时间传输和空间传输。所谓信息的时间传输就是信息随着时间的消逝而流传下去，这就是一般所说的信息存储，而信息的空间传输就是我们所说的通信。“结绳记事”是原始的信息存储，“举烽火为号”就是原始的“光通信”。但是，这种方式并不能将全部信息量准确无误地存储下来或从空间传送出去。随着纸张及印刷术的发明，人们可以用著书立说的方式把各种各样的信息较准确地记录下来，可用写信的方式把信息传送给对方，这是人类在信息传输史上的一大变革。我们中华民族的祖先为此曾做出巨大的贡献。但是这种通信方式速度太慢，即使是驿站快马传递也不能及时将边防的情况传到中央，这是需要解决的一个问题。尽管如此，在漫长的岁月里，它仍是人类社会的主要通信方式。19世纪30年代出现了崭新的运输工具——火车，快马传书的通信方式已不适于快速的铁路运输，必须有比火车更快的通信方式，因而促使了1837年电报的发明。稍后，于1876年又发明了电话。电磁波以 $3 \times 10^8 \text{ km/s}$ 的传播速度从根本上解决了人类通信的速度问题，揭示了电子通信和电子存储时代的到来。从此以后，信息的时间和空间的传输技术得到了日新月异的发展。人们可以用各种磁性元件、集成电路片和晶体来存储信息。一个小手提包大小的晶体存储器就可囊括全世界所有图书馆的藏书。具有万亿位的电子计算机正在研制之中，而数据提取速度也将从 μs 级进到 ns 级。电子通信技术也是百葩争艳。通信的内容除了电话、电报外，还有数据传输、可视电话、会议电视、工业电视、字符显示和远地复制等等。传输的方式除原有的有线和无线外，又发展了卫星通信，通道的话路都能达万路以上。正当电子通信和存储技术迅速发展之际，激光器的发明和光导纤维（简称“光纤”）的研制成功使人类的信息传输技术又与光联系起来。当然，这里的光不再是原始的“烽火”之光，而是激光器发出的单色性好、相干性高和方向性强的激光，所以能用它来调制电信号。由于光频极高（ $10^{14} \sim 10^{15} \text{ Hz}$ ），从理论上讲一个通道可通上亿个话路。实际上，每根光纤的容量也可达 $400 \text{ Gb/s} \cdot \text{km}$ 左右的带宽，而一条光缆又可以具有数根至数百根，甚至数千根光纤。由此可见，光纤通信的容量远非电子通信所能比拟。目前的光纤通信还仅仅限于近红外区一个极其窄小的范围内，随着时间的进展，人类必将利用整个可见光谱来传输信息。那时电话将会变成“光话”，电视将会成为“光视”。同时利用激光的相干性可进行全息信息存储，在即将出现的新型记录材料上，每平方厘米的面积大概可以存储一百亿页书，这差不多等于现在北京图书馆的全部存书。用一束和存储时波长相同的激光就可在荧光屏上重现你所要看的任何一页的文字或图表。若嫌太小，还可随意放大，也可通过信息网络将这文字和图表显示传输到世界各地。这将是人类信息传输史上的又一次大的变革。随着科学的发展，各种规模的集成电路将由集成光路所代替，电子计算机也将成为“光子计算机”。各种激光武器将会出现，激光在医学、工业和农业各方面的运用将会日益深入广泛。可以预见人类将进入到“光子时代”。

二、现代传输线

电子通信的诞生是与传输线紧密地联系在一起。目前,有线通信仍然是信息空间传输领域内的主要分支。传输线技术是一门历史悠久而又充满新的生命力的学科。传输线的作用是将电磁场的能量集中在它的周围,并将电磁波导向目的地。现代的传输线虽然种类繁多,但就其传输的性质来说可归纳为三种类型。

(一) 横电磁波 (TEM波) 传输线

这是由两根 (或两组) 导线所组成的传输线,横切面上的电场力线就是终止在这两根 (或两组) 导线上的。TEM波是没有截频而能传输零频的波型,是一种结构比较稳定的模式。在整个电磁波频谱中,它是用来传输较低频域的。当然,它也能传输更高频的高次型模式,但因传输衰减太大而不采用。

架空明线,这是由对称的双导线所组成的古老的TEM波传输线,它的电磁场是开放式的,极易受外界干扰和产生相互干扰,频率越高干扰越严重,这就使它只能传输极低的频率。

对称电缆,是由绝缘的导线绞合而成,它的电磁场基本被限制在金属护套内。但回路间的干扰还是频率越高越严重,所以传输的频率仍然很低。编码调制的兴起给与了对称电缆“第二次生命”,使它的传输频率提高了数十倍。在70年代内,各种数字通信对称电缆的结构相继出现。CCITT建议数字对称电缆可传输6~34Mb/s中等速率的数字系统。此外,采用单一回线提高使用频率以避免相互串音的方法,也使对称电缆模拟系统的使用频率达到4.8MHz。

我国铁路系统使用的对称电缆过去多是使用14个四线组,它的芯线是用泡沫聚乙烯绝缘的0.9mm铜线。这种电缆只能开通二线频分制载波。

最近研制成铁路通信用的同心式内屏蔽对称电缆。这种电缆可以开通单缆四线制24路、60路或一个300路,便于今后发展数字和实现模-数兼容。对于中等通信容量的干线和局线,采用这种电缆是比较经济合理的。

同轴线,这是由内外导体所组成的封闭式的TEM波传输线。它的结构从根本上解决了频率越高串音干扰越严重的问题,从而成为当前实际使用中最为主要的传输线。预计它的最高使用频率可达GHz级。我国铁路系统所使用的同轴电缆是由1.2/4.4小同轴线和四线组所组合的综合电缆。

低温纯铝同轴线和超导同轴线是同轴电缆的一个新的分支。而开槽和漏泄同轴线则具有天线和传输线的二重性,在铁路行车指挥自动化方面起着重要的作用,是同轴线的重要分支。

不论是架空明线还是对称电缆或是同轴电缆,都属于具有分布性参数的线性系统。它的频域特性,我们将作较详细的理论分析,但它的时域特性尚无较严密完整的理论,有待我们去进一步研究充实。

(二) 波 导

这是由单根空管 (或导体) 所组成的传输线。它不能传输TEM波,只能传输TE波、TM波或极耦合波。远在1897年就已在理论上证明单根空管能传输电磁波,但直到1936年后才被实践所证实。此后,波导的研究取得了较大的进展。波导的类型很多,有金属的、介质

的、开放式的和封闭式的。但能做为长途通信之用的只有能传输 TE_{01} 波的圆波导和由此派生出来的螺旋波导和介质膜波导。因为圆波导中的 TE_{01} 波的传输衰耗将随频率升高而下降。这从根本上解决了同轴线的传输衰耗随频率升高而增加的主要问题。它的传输频率提高到 10^{11} Hz 附近, 可实现中继站间距离为 $50 \sim 60$ km, 通话容量为 $20 \sim 50$ 万话路的长途通信, 看来是比较有希望的传输线。但是, 由于光纤通信的迅速发展, 使得它的许多优点变得黯然失色, 因此有可能直接从 TEM 波传输线进入到广泛使用光学纤维的时代。所以有关波导的理论, 本书不作详细的讨论, 只是在第二章中作了扼要的概述。

(三) 光 纤

1970 年用 CVD 法 (化学气相沉积法) 制成传输衰耗为 20 dB/km 的石英光纤, 揭开了光纤通信的序幕。光纤有下述的优点:

1. 频率高, 通信容量极大, 传输衰耗小。
2. 基本材料为 SiO_2 , 在地球上取之不尽, 用之不竭, 可以节省大量的有色金属。
3. 不受外界电磁场的干扰, 对于铁道电气化区段的通信更有巨大的意义
4. 线径细, 体积小, 质量轻, 成缆后弯曲性能好。

从而引起了世界各国的关注, 在不到十年的时间内, 光纤通信已走向实用化。其发展之迅速, 在科学技术史上是罕见的。目前用 CVD 法制造的光纤有 $0.85 \mu\text{m}$, $1.3 \mu\text{m}$ 和 $1.55 \mu\text{m}$ 三个传输衰耗较小的窗口, 而用 VAD 法 (轴向沉积法) 制造的光纤从 $0.8 \sim 1.6 \mu\text{m}$ 的波段内都具有较小的衰耗。用 VAD 和 CVD 法制造的光纤在 $1.55 \mu\text{m}$ 处衰耗为 0.2 dB/km 。这是令人鼓舞的数字, 可以说光纤的传输衰耗已不是阻碍光纤通信发展的严重障碍了。

光纤通信是一门新生的学科。从光纤材料到制造工艺, 从通信系统到光器件, 从基础理论到测试技术, 从配套设备到接续工艺, 各个方面都有着许许多多的课题急待人们去研究, 去探索。一个崭新的光通信时代必将出现。

第一章 对 称 线

传输线的作用是把电磁波导向目的地。对称线就是由结构完全相同的两根导线所组成的传输线，它包括对称电缆和架空明线。本章重点讨论电磁波沿对称线的传输特性和电磁波由一对回线串越到另一对回线时的相互干扰的特性。

第一节 对称线的场结构和电磁波沿对称线的传播

对称线由构成回路的一根去向导线 a 和另一根回归导线 b 组成，其电磁场的分布情况如图 1—1 所示。

由电磁场理论可知，载有电流 I 的导线周围有磁场存在，其磁力线无源无尾，是围绕导线的一族圆。由于对称线中两根导线结构具有对称性，它们的合成磁场是二组偏心的圆族。偏心的现象意味着导线 a 上有导线 b 产生的磁场，在导线 b 上也有导线 a 产生的磁场。导线 a 、 b 中和周围介质中的总磁场是对称回路二根导线 a 、 b 各自单独在该处产生的磁场的合成，这两个磁场在导线 a 、 b 中和周围介质中同时起着作用。另外，由于对称线的两根导线间存在着电位差，则在导线 a 、 b

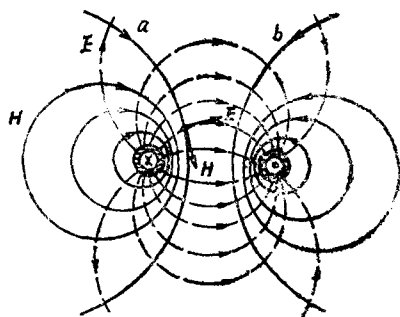


图 1—1 对称线的电磁场分布情况

间又有电力线存在。电力线的方向是从高电位指向低电位。在对称线的横截面上，电力线与磁力线处处正交。从上述的电磁场结构中可以看出：对称线的周围到处存在着电磁场，它的电磁场是开放性的。因此，对称线电磁场的磁力线和电力线可以作用到离它很远的地方。这样，其它回路的导线如果处在这个电磁场的作用范围内，就将被感应出电磁场，从而产生回线间的干扰影响。

为了研究电磁波沿对称线的传播过程，必须应用波印亭 (Poynting) 矢量 S 来估计和描述。由电磁场理论知道，单位时间内通过闭合面 S 的电磁能量的视在功率等于波印亭矢量 S 与面积元 ds 的矢量积的闭合面积分：

$$P = \oint_S E \times H \cdot ds \quad (1-1)$$

式中 $E \times H = S$ ， S 即为波印亭矢量，它代表通过单位面积表面的电磁能流，其方向垂直于由 E 和 H 所组成的平面，即波印亭矢量 S 的方向就是 E 和 H 矢量积的方向，所以 S 与二导线中所传播的横电磁波 (TEM 波) 的方向一致。

目前，在二导线 (包括对称线和同轴线) 上传输的电磁波都属于 TEM 波，其电场和磁场都与传播方向相垂直，即 E 和 H 都是横向的。这里，先讨论一下横电磁波沿对称线的传播情况。

前已阐明, 对称线的电场 E 和磁场 H 的方向如图 1—1 所示。根据波印亭矢量方向可知, TEM波的前进方向是背向读者(由纸面向里)传播。

由此可见, 传输线仅仅是起了将电磁场能量导向目的地的作用, 传输的能量集中在导线外的电磁场中, 而不是在金属导线内。

上面研究了电磁波沿理想结构对称线的传播情况, 即没有考虑电磁能量在导体中的损耗。实际上, 由于导体材料的电导率 σ 不可能为无限大, 故电磁波沿对称线传播时, 除了一部分能量沿着垂直于对称线横截面的方向传播外, 还将有一部分能量进入导体而成为热损耗。热损耗的研究可以从分析金属导体中电磁场特性着手。

导体或介质中的电场强度和磁场强度是以麦克斯韦(Maxwell)方程式(简称“麦氏方程”)相互联系着的, 即

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times H &= (\sigma + j\omega\epsilon)E \\ \nabla \times E &= -j\omega\mu H \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

麦氏方程表明: 随时间变化的电场和磁场是互相依存的, 变化着的电场能够产生磁场, 变化着的磁场同样能够产生电场。如果将式(1—2)在圆柱坐标中展开, 则可得到下列方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial r} + \frac{H_{\varphi}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} &= (\sigma + j\omega\epsilon) E_z \\ \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} &= (\sigma + j\omega\epsilon) E_r \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} &= (\sigma + j\omega\epsilon) E_{\varphi} \\ \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial r} + \frac{E_{\varphi}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} &= -j\omega\mu H_z \\ \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial z} &= -j\omega\mu H_r \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} &= -j\omega\mu H_{\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

现在来分析一下金属导体中的一些特殊情况。在金属导体中, 可以忽略位移电流, 即 $j\omega\epsilon E = 0$; 且令导体的轴线与 z 轴一致, 则在导线中电流仅仅沿着 z 方向(纵向)流动, 所以在导线中电场的二个分量 $E_{\varphi} = E_r = 0$ 。由式(1—4)中的第一个式子可知, 这个特性也导致磁场的纵向分量 $H_z = 0$ 。由此可见, 在纵向载流导体中起作用的场分量只有 E_r 、 H_r 和 H_{φ} 三个分量, 其余分量都为零。

以 $E_r = E_{\varphi} = H_z = 0$ 代入式(1—3)和式(1—4)中, 可得

$$\left. \begin{aligned} H_r &= -\frac{1}{j\omega\mu r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \\ H_{\varphi} &= \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial r} + \frac{H_{\varphi}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} &= \sigma E_z \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

这组方程式用数学形式描述了纵向载流导体中的电磁场特性, 是我们分析讨论问题的基本出发点。

导体中损耗功率可以根据波印亭矢量来求得。对于单位长度的圆柱导体来说, 由波印亭矢量的 r 方向分量 S_r 决定, 如图 1-2 所示。

则进入圆柱导体的损耗功率 P_k 为

$$P_k = Z_i I \bar{I} = \int_0^{2\pi} S_r r_0 d\varphi = \int_0^{2\pi} E_z \bar{H}_\varphi r_0 d\varphi \quad (1-6)$$

$$S_r = E_z \bar{H}_\varphi, \quad \bar{S}_r = \bar{E}_z H_\varphi$$

式中 $\bar{H}_\varphi$ 、 $\bar{E}_z$ 、 $\bar{I}$ 、 $\bar{S}_r$ —— H_φ 、 E_z 、 I 、 S_r 的共轭复数;

$r_0 d\varphi = r_0 d\varphi \cdot 1$ ——面积元;

Z_i ——圆柱导体单位长的内阻抗, 是一个复数可写成 $Z_i = R + j\omega L_i$, 即由电阻和内电感组成。

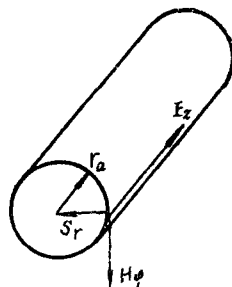


图 1-2 进入圆柱导体的 S_r 分量

导体中的损耗功率是复数功率, 由有功功率和无功功率组成, 分别与导体的电阻和内电感相对应。

进入单位长圆柱导体的有功功率为

$$RI \bar{I} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} (S_r + \bar{S}_r) r_0 d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (E_z \bar{H}_\varphi + \bar{E}_z H_\varphi) r_0 d\varphi \quad (1-7)$$

相应的无功功率为

$$\omega L_i I \bar{I} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2j} (S_r - \bar{S}_r) r_0 d\varphi = \frac{1}{2j} \int_0^{2\pi} (E_z \bar{H}_\varphi - \bar{E}_z H_\varphi) r_0 d\varphi \quad (1-8)$$

这样, 就可以从进入单位长圆柱导体的有功功率和无功功率, 求得相应的圆柱导体的单位长电阻和单位长内电感。式 (1-4)、式 (1-6) 和式 (1-7) 联立表明: 如何从麦氏方程出发, 根据对称线的场结构, 应用波印亭矢量, 由电磁场分量来求得对称线的内阻抗。这就说明对称线的场结构和电磁波沿对称线的传播特性, 是研究对称线传输性能和相互干扰的基础。

第二节 对称线的一次参数

对通信传输线的要求之一是最有效地传递视在功率, 而传输损耗越小越好。评价通信传输线的质量, 主要用其传播常数 γ 和特性阻抗 Z_0 等二次参数来衡量, 而二次参数是通过它的一次参数来计算和表达的。对称线和同轴线的一次参数包括: 有效电阻 R , 电感 L , 电容 C 和绝缘电导 G 。这些参数与所传输的电压和电流大小无关, 而仅决定于线路的结构、所采用的材料和使用的频率。参数的研究着眼于改进线路结构和选择所用的材料来改变一次参数, 以及掌握一次参数的变化规律, 从而达到提高传输质量的目的。为了讨论方便起见, 先介绍影响传输性能的高频效应。

一、高频效应

导体中的高频效应由涡流损耗引起。什么叫涡流呢? 我们知道, 当穿过导体的磁通发生变化时, 在导体内产生的感应电流围绕磁力线成漩涡状地流通, 这个感应电流就叫做涡流。涡流的方向及其产生的磁场 H' 如图 1-3 所示。

在着手进行讨论之前先定义几个名词：

内磁场，导体中通过的电流 I 在本身导体的内部形成的磁场。

外磁场，导体中通过的电流 I 在本身导体以外所形成的磁场。

(一) 集肤效应

集肤效应产生的物理现象是导体中传输的高频电流趋于导体的表面，如图 1—4 所示。这是由于内磁场在导体的内部产生的涡流所致。在导体的中心部分，

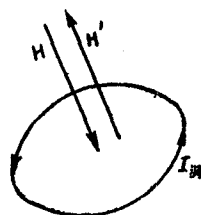


图 1—3 涡流的方向及其产生的磁场 H' 的方向

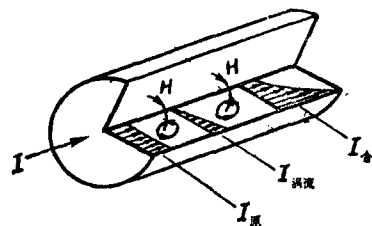


图 1—4 集肤效应

涡流 $I_{\text{涡}}$ 的方向与没有集肤效应时的原电流 $I_{\text{原}}$ 的方向相反，合成电流 $I_{\text{合}}$ 就减弱。在导体的边缘部分， $I_{\text{涡}}$ 与 $I_{\text{原}}$ 的方向一致， $I_{\text{合}}$ 就加强。由于导体内部涡流的存在，使得导体内电流重新分布，电流趋于导体的表面，故称为集肤效应。

由于这个效应的存在，相当于导体的有效面积减少，使回路的电阻加大。回路电阻由于集肤效应引起的增加部分，用 R_1 来表示。

(二) 邻近效应

邻近效应产生的物理现象是导体中传输的高频电流趋于导体的一侧，如图 1—5 所示。这是由于回路中一条导线的电流通过外磁场在构成同一回路的另一条导线中也能产生涡流。导线在回路内侧的部分，涡流的方向与原电流的方向一致，合成电流加大。而导线在回路外侧的部分，涡流的方向与原电流的方向相反，合成电流减弱。由于这种涡流的存在，使得导线中的电流重新分布，电流趋于导线的内侧，故称为邻近效应，也称为靠近效应。

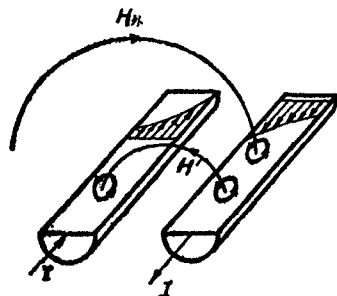


图 1—5 邻近效应

由于这一效应的存在，也使导体的有效面积减少，而回路电阻加大。回路电阻由于邻近效应引起的增加部分，用 R_2 来表示。

(三) 金属护套及其它导线中的附加损耗

由于回路的外磁场在回路以外的其它导体（如其它回路、电缆金属外皮等）中也产生涡流，在导体中自然沟通闭合回路，引起能量的损耗，相当于回路电阻的增加。回路电阻这部分增量，用 R_3 来表示。

二、对称线的内阻抗

为了求得对称线的内阻抗，需要首先求出金属导体中的电场强度 E 和磁场强度 H_r 。为此，将式(1—5)的 H_r 对 φ 微分和将 H_φ 对 r 微分后，代入该方程组的第三式，即得下列方程式：

$$\frac{\partial^2 E_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} = j k^2 E_r \quad (1-9)$$

式中 k —— 涡流系数，也称为柱面波在金属导体中的传播常数，其值为

$$k = \sqrt{\omega \mu \sigma}$$

其中 ω ——角频率 $\omega = 2\pi f$ (rad/s),

μ ——导体的磁导率 $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \mu_r$, 其中 μ_r 为导体的相对磁导率 (H/m),

σ ——导体的电导率 (S/m)。

方程式 (1-9) 叫做对称线金属导体中的波动方程, 它可用分离变量法来求解。因为函数 E_z 和两个变数 r 和 φ 有关, 所以为了分离这两个变数, 把偏微分方程式 (1-9) 的解表示成两个函数的乘积, 而这两个函数中的每一个都只和一个变数有关。且假设 $E_z = R(r)F(\varphi)$, 将其代入方程式 (1-9) 后, 可得

$$F \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{F}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{R}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} = jk^2 RF$$

再用 RF 除上式的左右两边, 则得

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{Rr} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{F r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} = (\sqrt{j} k)^2$$

将上式的左右两边乘上 r^2 , 并移项可得

$$\frac{r^2}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r}{R} \frac{\partial R}{\partial r} - (\sqrt{j} k)^2 r^2 = - \frac{1}{F} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} \quad (1-10)$$

式 (1-10) 的左边为 r 的函数, 而右边为 φ 的函数, 因此每边必须等于同一个常数。设此常数为 m^2 , 则偏微分方程式 (1-10) 就可分离为两个常微分方程式, 即

$$\frac{d^2 F}{d\varphi^2} + m^2 F = 0 \quad (1-11)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left[(\sqrt{j} k)^2 + \frac{m^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (1-12)$$

按照常系数线性齐次微分方程式求解的规则, 就可从式 (1-11) 求得函数 $F(\varphi)$ 的解如下:

$$F(\varphi) = C_m \cos m\varphi + D_m \sin m\varphi$$

式中 C_m 和 D_m 对于不同的指数 m 来说就为不同的积分常数。

式 (1-12) 就是 m 阶变质的贝塞尔微分方程式, 故它的解可以写成下面的形式:

$$R(r) = A_m I_m(\sqrt{j} kr) + B_m K_m(\sqrt{j} kr)$$

式中 I_m ——第一类 m 阶变质的贝塞尔函数;

K_m ——第二类 m 阶变质的贝塞尔函数;

A_m 、 B_m ——与 m 有关的积分常数。

现在可以把偏微分方程式 (1-8) 的特解写成下面形式,

$$E_z = [A_m I_m(\sqrt{j} Kr) + B_m K_m(\sqrt{j} kr)] (C_m \cos m\varphi + D_m \sin m\varphi) \quad (1-13)$$

这 4 个积分常数可以根据对称线的边界条件再进行取舍和合并。因为第二类贝塞尔函数的极限值 $K_m(0) = \infty$, 而在 $r=0$ 时, 电场强度 E_z 的数值不可能等于无限大, 则必须令 $B_m = 0$ 。又由于对称线中存在着邻近效应, 导线中的电流密度沿着圆周不断变化, 也就是电场强度 E_z 随着坐标 φ 而变化, 所以电场强度 E_z 对 φ 的偏导不为零。

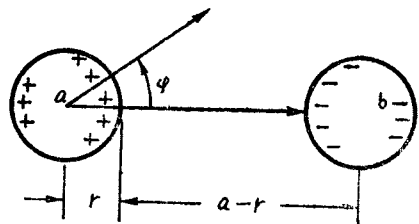


图 1-6 对称线导线中 E_z 的分布

我们先在对称线两根导线的横截面上建立起 $r\varphi$ 的坐标, 如图 1-6 所示。即是我们选定坐标系的原点和左边导线 a 的轴线相重合, 而计算 φ

角的起始轴通过右边那根导线 b 截面的中心。由图 1—6 可明显看出,当 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = \pi$ 时, E_z 对 φ 的变率为零。即

$$\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = A_m I_m (\sqrt{j} k r) [-m C_m \sin m\varphi + m D_m \cos m\varphi] = 0$$

在 $\varphi = 0$ 时,只有 $D_m = 0$,上述等式才能成立。要满足 $\varphi = \pi$ 时 $\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = 0$,必须是 $\sin m\pi = 0$ 。此时,只有当 m 为整数时才能满足。故有 $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ 。于是, E_z 可写为

$$E_z = A_m I_m (\sqrt{j} k r) C_m \cos m\varphi$$

式中 A_m 、 C_m 是两个待求的积分常数,它们的乘积还是待求的积分常数。为了减少使用的符号起见,借用 A_m 来表示 $r\varphi$ 两个方向的积分常数之积。当考虑到这些分析,就可以把式(1—9)的全解写成式(1—13)所有可能的特解的和,即

$$E_z = \sum_{m=0}^{\infty} A_m I_m (\sqrt{j} k r) \cos m\varphi \quad (1-14)$$

再由式(1—5)的第二式得到

$$H_\varphi = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sqrt{j} k A_m I'_m (\sqrt{j} k r)}{j\omega\mu} \cos m\varphi \quad (1-15)$$

上面 E_z 、 H_φ 的全解表示式中包含了无穷多个常数 A_m ,我们进一步的任务就在于确定这些积分常数,这就要利用到导体与介质分界面上的边界条件。为此,还必须计算出电磁场在对称线四周介质中的强度。对于介质来说, $\sigma = 0$ 。所以 $k = 0$ 。此时,式(1—9)就变成

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (1-16)$$

这个偏微分方程式的全解就是介质中电场强度,即

$$E_z = B_0 \ln r + C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m r^m + C_m r^{-m}) \cos m\varphi \quad (1-17)$$

再根据式(1—5)的第二式又可得介质中的磁场强度

$$H_\varphi = \frac{B_0}{j\omega\mu r} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m(B_m r^{m-1} - C_m r^{-m-1})}{j\omega\mu} \cos m\varphi \quad (1-18)$$

在导体表面上,即导体与介质的边界上($r = r_0$),由于场强的连续性,导体及介质中的电场强度及磁场强度都彼此相等,即

$$\begin{aligned} E_z(r_0, \varphi) &= \sum_{m=0}^{\infty} A_m I_m (\sqrt{j} k r_0) \cos m\varphi = B_0 \ln r_0 + C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m r_0^m \\ &\quad + C_m r_0^{-m}) \cos m\varphi \\ H_\varphi(r_0, \varphi) &= \frac{1}{j\omega\mu} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \sqrt{j} k A_m I'_m (\sqrt{j} k r_0) \cos m\varphi = \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{B_0}{r_0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} m(B_m r_0^{m-1} - C_m r_0^{-m-1}) \cos m\varphi \right] \right] \end{aligned}$$

由此可得

$$\left. \begin{aligned} A_m I_m(\sqrt{j} k r_0) &= B_m r_0^m + C_m r_0^{-m} \\ A_m \sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0) &= m(B_m r_0^m - C_m r_0^{-m}) \end{aligned} \right\} \text{当 } m \neq 0 \text{ 时}$$

以及

$$\left. \begin{aligned} A_0 I_0(\sqrt{j} k r_0) &= B_0 \ln r_0 + C_0 \\ A_0 \sqrt{j} k r_0 I'_0(\sqrt{j} k r_0) &= B_0 \end{aligned} \right\} \text{当 } m = 0 \text{ 时}$$

从后面两个方程式 (当 $m = 0$ 时) 出发, 可以确定积分常数为

$$C_0 = A_0 I_0(\sqrt{j} k r_0) - B_0 \ln r_0$$

式中

$$A_0 = \frac{B_0}{\sqrt{j} k r_0 I'_0(\sqrt{j} k r_0)}$$

然后把 A_0 的值代入 C_0 的方程式中可得

$$C_0 = B_0 \left[\frac{I_0(\sqrt{j} k r_0)}{\sqrt{j} k r_0 I'_0(\sqrt{j} k r_0)} - \ln r_0 \right]$$

从 $m \neq 0$ 时的两个方程式出发, 可得

$$A_m = \frac{m(B_m r_0^m - C_m r_0^{-m})}{\sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)}$$

$$B_m r_0^m = A_m I_m(\sqrt{j} k r_0) - C_m r_0^{-m}$$

然后把 $B_m r_0^m$ 的值代入 A_m 的式中, 得到

$$A_m = \frac{m[A_m I_m(\sqrt{j} k r_0) - 2C_m r_0^{-m}]}{\sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)}$$

展开后, 解得

$$C_m = \frac{m A_m I_m(\sqrt{j} k r_0) - A_m \sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)}{2m r_0^{-m}}$$

然后把 C_m 代入 $B_m r_0^m$ 的表示式, 经过简单的代数运算后, 得到

$$A_m = \frac{2m B_m r_0^m}{m I_m(\sqrt{j} k r_0) + \sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)}$$

又把 A_m 代入 C_m 的式中, 可得

$$C_m = \frac{B_m r_0^{2m} [m I_m(\sqrt{j} k r_0) - \sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)]}{m I_m(\sqrt{j} k r_0) + \sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0)}$$

根据贝塞尔函数的递推公式

$$\sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0) = \sqrt{j} k r_0 I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0) - m I_m(\sqrt{j} k r_0)$$

$$\sqrt{j} k r_0 I'_m(\sqrt{j} k r_0) = \sqrt{j} k r_0 I_{m+1}(\sqrt{j} k r_0) + m I_m(\sqrt{j} k r_0)$$

进行简化, 可得

$$A_m = 2m B_m \frac{r_0^m}{\sqrt{j} k r_0 I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0)}$$

$$C_m = -B_m r_0^{2m} \frac{I_{m+1}(\sqrt{j} k r_0)}{I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0)}$$

将 C_0 和 C_m 之值代入式(1-17)和式(1-18)中,并注意到在导体表面 $r=r_0$,就可得到

$$E_z(r_0, \varphi) = \frac{B_0 I_0 \sqrt{j} k r_0}{\sqrt{j} k r_0 I'_0(\sqrt{j} k r_0)} + \sum_{m=1}^{\infty} B_m r_0^m \left[1 - \frac{I_{m+1}(\sqrt{j} k r_0)}{I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0)} \right] \cos m\varphi$$

$$H_\varphi(r_0, \varphi) = \frac{1}{j\omega\mu r_0} \left\{ B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} m B_m r_0^m \left[1 + \frac{I_{m+1}(\sqrt{j} k r_0)}{I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0)} \right] \cos m\varphi \right\}$$

如果引用符号

$$\frac{I_0(\sqrt{j} k r_0)}{\sqrt{j} k r_0 I'_0(\sqrt{j} k r_0)} = x_0 \text{ 和 } -\frac{I_{m+1}(\sqrt{j} k r_0)}{I_{m-1}(\sqrt{j} k r_0)} = x_m$$

就可得到简明的表示式

$$\left. \begin{aligned} E_z(r_0, \varphi) &= B_0 x_0 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m r_0^m (1 - x_m) \cos m\varphi \\ H_\varphi(r_0, \varphi) &= \frac{1}{j\omega\mu r_0} \left[B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} m B_m r_0^m (1 + x_m) \cos m\varphi \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

对于它们的共轭复数来说,分别为

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_z(r_0, \varphi) &= \bar{B}_0 \bar{x}_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{B}_m \bar{r}_0^m (1 - \bar{x}_m) \cos m\varphi \\ \bar{H}_\varphi(r_0, \varphi) &= -\frac{1}{j\omega\mu r_0} \left[\bar{B}_0 + \sum_{m=1}^{\infty} m \bar{B}_m \bar{r}_0^m (1 + \bar{x}_m) \cos m\varphi \right] \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

这是根据共轭复数的定义:其实数部分与原复数的实数部分相同,其虚数部分与原复数的虚数部分异号。故在此 $\bar{E}_z$ 取正号, $\bar{H}_\varphi$ 取负号。把这些值代入 $R I \bar{I}$ 的表示式(1-6),对于导体 a 来说,使用符号 R_a ,对于导体 b 来说,用符号 R_b 。于是得到(推导过程从略)

$$\begin{aligned} R_a I \bar{I} &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (E_z \bar{H}_\varphi + \bar{E}_z H_\varphi) r_0 d\varphi \\ &= \frac{j\pi B_0 \bar{B}_0}{\omega\mu} (x_0 - \bar{x}_0) - \frac{j\pi}{\omega\mu} \sum_{m=1}^{\infty} m B_m \bar{B}_m r_0^{2m} (x_m - \bar{x}_m) \end{aligned} \quad (1-21)$$

与 $R_a I \bar{I}$ 相仿对于 $\omega L_a I \bar{I}$ 可由式(1-7)得

$$\begin{aligned} \omega L_a I \bar{I} &= \frac{1}{2j} \int_0^{2\pi} (E_z \bar{H}_\varphi - \bar{E}_z H_\varphi) r_0 d\varphi \\ &= \frac{\pi B_0 \bar{B}_0}{\omega\mu} (x_0 + \bar{x}_0) + \frac{\pi}{\omega\mu} \sum_{m=1}^{\infty} m B_m \bar{B}_m r_0^{2m} (1 - x_m \bar{x}_m) \end{aligned} \quad (1-22)$$

通过进一步推导,并引用下列新符号:

$d_0 = 2r_0$, 对称线导线的直径。

$x_m = -P_m(x) + jq_m(x)$, $m = 1, 2, 3, \dots$

$$R_0 = \frac{10^3}{\sigma \pi r_0^2} \text{ (}\Omega/\text{km)}, \quad F(x) = \frac{k^2 r_0^2}{8} q_2(x)$$