

822370

电动力学学习指南

杜永茂 编著 张金如 审校

DAXUEFUDAO
CONGSHU

3343

434

大学辅导丛书



电动力学学习指南

杜永茂 编著

张金如 审校

广西人民出版社

电 动 力 学 学 习 指 南

杜永茂 编著

张金如 审校



广西人民出版社出版

(南宁市河堤路14号)

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/32 11.125印张 245千字

1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷

印 数 1—19800 册 2.23

书号: 7113·796 定价: ~~2.40~~ 元

ISBN 7—219—00216—5/O·3

内 容 简 介

本书是高等院校《电动力学》课程的辅导读物。目的是以解题为线索，帮助读者总结课程内容；加深对基本概念的认识及理解；提高解题技巧。配合郭硕鸿所著《电动力学》或类似教材使用。

本书共分七章。第一章为“张量场”。从物理学、工程应用角度出发较系统地介绍张量基本运算及基本理论，将张量知识贯串于以后章节中，应用张量这一数学工具统一地处理电动力学的论题。这是本书的特点之一。第二至第七章，每章均分为三部分：基本内容；讨论与思考；题解。“基本内容”部分，将全章内容作一简略概括及总结，着重体现概念与概念、公式与公式之间的内在逻辑联系及发展。“讨论与思考”部分，对学习中的重点、难点，通过典型例题进行分析与讨论。“题解”部分，包括了郭硕鸿所著《电动力学》各章末所附习题。

本书亦可供学习《电磁场》、《电磁场与电磁波》、《微波技术》、《广义相对论》等课程以及有关力学课程时参考。

前 言

本书是高等院校《电动力学》课程的辅导读物，主要配合郭硕鸿所著高等学校试用教材《电动力学》（高等教育出版社出版）使用。目的是以解题为线索，帮助读者总结课程内容；加深对基本概念的认识及理解；提高解题技巧。

全书共分七章，第一章为“张量场”。张量不仅在电动力学中，而且在整个物理学、力学中均有广泛的应用，是重要的数学工具。我们从物理学、工程应用角度出发，较系统地介绍张量的基本运算及基本理论，把矢量运算归入张量运算范畴，将张量知识贯串于以后章节中，应用张量这一数学工具统一地处理电动力学的论题。这样做，不仅能开拓思维，加深理解，而且也为今后学习更高深课程（例如广义相对论）打下基础。

第二至第七章，每章均分为三部分：基本内容；讨论与思考；题解。“基本内容”部分，将全章内容作一简略概括及总结，着重体现概念与概念、公式与公式之间的内在逻辑联系及发展。“讨论与思考”部分，对学习中的重点、难点，通过典型例题进行分析与讨论。“题解”部分，基本上包括了郭本各章末所附习题，求解力求概念清楚，推理严密，常常一题多解，有分析，有讨论。

本书亦可供学习《电磁场》、《电磁场与电磁波》、《微波技术》等课程以及有关力学课程时参考。

本书初稿是作者在华中工学院讲授《电动力学》的过程

中，为指导学生学好该课程而撰写的。在出版前，对初稿作了全面的修改与补充。中国人民解放军空军高炮学院各级领导给予了大力支持及帮助；高国卫等同志参加了题解工作，在此一并表示深深的感谢。

由于水平所限，错误与不妥之处在所难免，期待着读者的批评、指正。

杜永茂

1985.8 桂林 空军高炮学院

本书主要物理量符号表

$\vec{E}$	电场强度
$\vec{B}$	磁感应强度
$\vec{D}$	电位移矢量
$\vec{H}$	磁场强度
$\vec{S}$	波印亭矢量
μ	磁导率(导磁率)
ϵ	介电常数
μ_0	真空磁导率
ϵ_0	真空介电常数
μ_r	相对磁导率
ϵ_r	相对介电常数
$\vec{J}(\vec{J}_f)$	自由电流密度
$\vec{J}_P$	极化电流密度
$\vec{J}_M$	磁化电流密度
t	时间
S	面积
$d\vec{S}$	面积元
V	体积
Q	自由电荷
q	自由电荷
$\rho(\rho_f)$	自由电荷体密度
ρ_p	束缚电荷体密度
$\vec{P}$	电极化强度
$\sigma(\sigma_f)$	自由电荷面密度

- σ_p 束缚电荷面密度
 χ_e 极化率
 $\overline{M}$ 磁化强度
 χ_M 磁化率
 $\bar{\alpha}(\bar{\alpha}_f)$ 自由电流线密度
 $\bar{\alpha}_M$ 磁化电流线密度
 $\overline{A}$ 矢势 (矢量磁位)
 φ_m 标势 (标量磁位)
 φ 电势 (电位)
 c 真空中光速
 ω 角频率
 $\bar{v}$ 速度
 $\bar{x}'$ 坐标原点到源点的径矢
 $\bar{x}$ 坐标原点到场点 (观察点) 的径矢
 $\bar{n}$ 介质界面法线方向单位矢量 (由 1 — 2)
 $\bar{k}$ 波矢, 入射波波矢
 $\bar{k}'$ 反射波波矢
 $\bar{k}''$ 折射波波矢
 δ 导体的电导率
 $\bar{k} = \bar{\beta} + i\bar{\alpha}$ 导体内的波矢
 β 相位常数
 α 衰减常数

绪 论

电动力学的研究对象，是电磁场的基本属性，它的运动规律，以及它与带电物质之间的相互作用。

但是，从另一角度来看，也可以说电动力学是一门研究麦克斯韦方程组的建立及求解的科学。

初看起来，把电动力学说成是一门研究麦克斯韦方程组的建立及求解的科学，似乎概括不了电动力学如此丰富的内容，显示不出它在物理学乃至整个自然科学中的地位及作用。建立及求解一个或一组方程式不是轻而易举的事吗？

事实上，麦氏方程的建立及逐步理解其意义的过程，始终伴随着人类认识史上时空观的变革，伴随着对相对性原理认识的深化及扩展。

所谓时空观，就是有关时间和空间的物理性质的认识。时空观同自然科学的发展是密切相关的。科学上的重大变革往往伴随着新时空观的产生。甚至，在一定意义下可以反过来说，时空观的变革才是科学上大变革的基本标志。事实正是如此，正是时空观的变革，才使电动力学得以突飞猛进的发展。

相对性原理是自然界中一条最基本规律。对它认识的不断深化及扩展，同样会带来科学上的大变革。狭义相对论就是一门关于相对性原理的科学。在本世纪最初的三十年中，所出现的从根本上改变了人类关于物理学以及关于现实世界本

身的看法的三项理论中（狭义相对论—1905年；广义相对论—1915年；量子力学—1926年前后），至少前二项理论的诞生是与对相对性原理认识的深化及扩展密切相关的。

在普遍情况下求解麦克斯韦方程组也不是一件容易的事。用汉尔登算子 ∇ 或拉普拉斯算子 ∇^2 表示的麦克斯韦方程组，在不同的坐标系（例如直角坐标系，球坐标，圆柱坐标以及其它正交曲线坐标系等）有不同的形式，有些是很复杂的，结合边界条件求解很困难。而正确选取坐标系不仅是为了方便，在大多数情况下是为了需要。有时候，需要求解的电磁场系统边界情况太复杂，使我们往往难于设计出一个坐标系来求解麦克斯韦方程组。因此，在电磁学中，数值解法是很普遍的。

本书所依附的蓝本是郭硕鸿的“电动力学”（高等学校试用教材，高等教育出版社出版）。因此，除了第一章外，各章标题与郭本有关章目相同。所讨论的内容大体相近，题解部分的习题主要是郭本章末所附习题。

二至七章所讨论的基本内容如下：

第二章 电磁现象的普遍规律。它研究从三大实验定律——库仑定律、毕奥—沙伐尔定律、电磁感应定律出发，麦克斯韦引入了位移电流概念后，怎样建立了麦克斯韦方程组。它详细地讨论了麦克斯韦方程组的建立过程。但是，作者不是拘泥于历史次序描述事件，而是着重描述方程建立过程中所碰到的各个重要基本概念，以及体现出它们之间内在的逻辑联系。自然，一本物理书籍的作者可以采用下列两种方式之一来组织材料：一种是摘引物理学史；另一种是遵循他自己对物理定律的最终逻辑结构的最佳推测。对于教本来说，后一种方法好一些。

第三章 静电场和稳恒电流磁场。它研究在算符 $\frac{\partial}{\partial t}$

$= 0$ (即电磁场不随时间变化) 情况下, 如何求解麦克斯韦方程, 或者说如何求解麦克斯韦方程在特定情况下的等价方程——泊松方程或拉普拉斯方程。但是, 由于边值问题的复杂性, 并不是什么静电磁场问题都可以根据边值条件求解拉普拉斯方程的。即使能够求解, 也很复杂。以静电磁场唯一性定理为指南, 探讨各种各样间接解法。镜像法、格林函数法等就是很有实用价值的间接解法。

第四章 电磁波的传播。在远离“源”处, 同样存在(交变)电磁场。这正说明了电磁场的物质性。本章正是研究远离“源”处, 交变电磁场($\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$)所遵循的麦克斯韦

方程, 或者它的等价方程——矢量或标量波动方程在各种特定边界条件下的求解方法; 讨论解的结果。

第五章 电磁波的辐射。研究高频交变电流辐射电磁波的规律。

严格说来, 天线上的电流和它激发的电磁场是相互作用的。天线电流激发电磁场, 而电磁场又反过来作用到天线电流上, 影响着天线电流的分布。所以辐射问题本质上也是一个边值问题。天线电流和空间电磁场是相互作用的两方面, 需要应用天线表面上的边界条件, 同时确定空间中的电磁波形式和天线上的电流分布。这种问题的求解一般是比较复杂的。这一章没有作深入探讨, 而仅局限于讨论由天线上给定电流分布后如何计算辐射电磁波的问题。

第六章 狭义相对论。在前面的四章中, 有一个极其重要的但却没有被我们明确地加以说明的问题。这就是参考系

问题.描述物体的运动状态需要建立一个确定的参考系.这是一个最基本的又是最重要的物理概念.因此毫无疑问,描述电磁场的运动状态当然同样需要参考系.事实上,我们虽然没有明说但确实是建立了参考系.这个参考系就是地球,或地球上任意一个(相对于地球表面来说)静止不动的物体.此时,在所研究的电磁场系统内,不存在运动的带电体、运动的导体、运动的媒质.这样的系统我们称为静止系统电磁场.上面四章所研究的电磁场系统,其实就是静止系统电磁场.相反,如果所研究的电磁场系统内,运动的带电体、运动的导体、运动的媒质三者之中,只要存在其中之一,便称为运动系统的电磁场.

静止系统的电磁场受麦克斯韦方程组支配,这是毫无疑问的.依据逻辑推理,既然我们说麦克斯韦方程是支配电磁场行为的总的方程组,那么,运动系统电磁场当然也应受到麦克斯韦方程组支配.这理应不成为问题的问题为什么会成为问题?为什么会提出“运动系统电磁场”这一概念?要了解这一问题,或者说要计算“运动系统电磁场”,就必须学习“狭义相对论”.

这一章是讲述狭义相对论的实验基础、基本原理和主要结论的.

作为教本,为了使条理清晰,便于叙述;也为了使主要结论突出,学生易于掌握,对教材采用如下的铺排及组织路线是可取的:

实 验 基 础

迈克尔逊—莫莱实验为代表的大量新的实验事实——光

基 本 原 理

速不变原理的假设——间隔不变性——洛伦兹变换(新时空

理论集中反映在洛伦兹变换中) —— 运动时钟延缓 > 速度变
运动尺度缩短

换 < 电动力学;
相对论力学;

但是, 为了更深刻地认识相对论, 了解它的产生历史, 理解它的基本内容, 更为了准确了解、研究及推测相对论来龙去脉的逻辑发展及走向, 停留在上面的认识显然是不够的。此外, 上述的内容组织路线尽管能充分地体现出各个概念之间的内在逻辑联系, 但是却未能很好地阐明爱因斯坦的贡献。因为正是在对爱因斯坦对相对论所作贡献的叙述中, 势必会上升到哲学高度上来认识问题, 这无疑会使我们对狭义相对论有一个更完整, 更深刻的认识。

狭义相对论的内容主要包括两方面: 时空理论: 物理学的相对性原理。时空理论集中反映在不同惯性系之间的洛伦兹变换和它所包含的物理内容上面, 而洛伦兹变换是由洛伦兹提出的; 相对性原理, 如前所述, 却象伽利略和牛顿的力学一样古老。那么, 爱因斯坦究竟做了什么工作致使他的名字几乎成了狭义相对论的同义语呢? 答案是: 他曾带领我们把相对论的概念应用于全部物理经验, 而不仅仅应用于有限范围的现象。

我们不妨对爱因斯坦在其狭义相对论中所表现出来的思想脉络作某种剖析及探索。

$\vec{F} = m \vec{a}$ 。 $\vec{F}$ 、 $\vec{a}$ 是矢量, 确切地说, 也只能是在伽利略变换群下均为矢量; m 为标量。这样, $\vec{F}$ 和 $m \vec{a}$ 在伽利略变换群下具有相同的变换性质。说一个量是矢量, 只能是相对的, 不能说是绝对的。只能说其在一定坐标变换中为矢

量，而在其他坐标变换中不一定是。二矢矢积 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ 就是一个明显的例子。

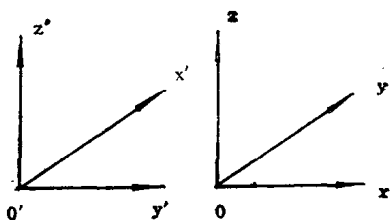


图 1

考察从右旋坐标系变到左旋坐标系的坐标变换

$$\vec{e}'_1 = \vec{e}_2, \quad \vec{e}'_2 = \vec{e}_1, \quad \vec{e}'_3 = \vec{e}_3 \quad (1)$$

对应于这种变换，变换系数为

$$\alpha_1^1 = 1, \quad \alpha_2^1 = 1, \quad \alpha_3^1 = 1 \quad (2)$$

其余的变换系数等于零。

代入公式 $a'^i = \alpha_j^i a^j$ (3)

有 $a'^1 = a^2, \quad a'^2 = a^1, \quad a'^3 = a^3, \quad b'^1 = b^2$
 $b'^2 = b^1, \quad b'^3 = b^3$ (4)

代入 c^j 的表达式为

$$c^j = \sqrt{g} (a^i b^k - a^k b^i) \quad (5)$$

(这里度规系数 $\sqrt{g} = 1$ ，指标 j, i, k 是数字 1, 2, 3 的循环置换) 得

$$c'^1 = a'^2 b'^3 - a'^3 b'^2 = a^1 b^3 - a^3 b^1 = -c^2 \quad (6)$$

同样

$$c'^2 = -c^1, \quad c'^3 = -c^3 \quad (7)$$

即 $c'^1 = -c^2, \quad c'^2 = -c^1, \quad c'^3 = -c^3$ (8)

又 $\vec{c}$ 为矢量，应用变换系数公式 $a'^i = \alpha_j^i a^j$ 即有

$$c'^1 = c^2, \quad c'^2 = c^1, \quad c'^3 = c^3 \quad (9)$$

显然, (8)式与(9)式并不相同, 故 $\bar{e}$ 不是矢量。

考虑右旋坐标转动变换, 例如从 $0-0''$ 变换 (见图2)

对于这种变换, 变换系数为 ($\bar{e}'^k = \alpha_i^k \bar{e}^i$)

$$\begin{aligned} \alpha_1^1 &= -1 & \bar{e}'^1 &= \alpha_1^1 \bar{e}^1 + \alpha_2^1 \bar{e}^2 + \alpha_3^1 \bar{e}^3 \\ \alpha_2^1 &= 1 & \bar{e}'^2 &= \alpha_1^2 \bar{e}^1 + \alpha_2^2 \bar{e}^2 + \alpha_3^2 \bar{e}^3 \\ \alpha_3^1 &= 1 & \bar{e}'^3 &= \alpha_1^3 \bar{e}^1 + \alpha_2^3 \bar{e}^2 + \alpha_3^3 \bar{e}^3 \end{aligned} \quad (10)$$

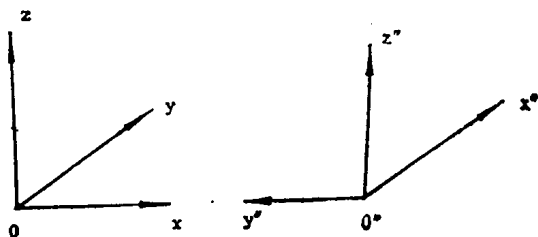


图 2

代入公式(3)有

$$\begin{aligned} a'^1 &= a^2, & a'^2 &= -a^1, & a'^3 &= a^3 \\ b'^1 &= b^2, & b'^2 &= -b^1, & b'^3 &= b^3 \end{aligned} \quad (11)$$

代入

$$c^j = \sqrt{g} (a^i b^k - a^k b^i) \quad (12)$$

即有

$$\begin{aligned} c'^1 &= a'^2 b'^3 - a'^3 b'^2 \\ &= -a^1 b^3 + a^3 b^1 = c^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} c'^2 &= a'^3 b'^1 - a'^1 b'^3 \\ &= a^3 b^2 - a^2 b^3 = -c^1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} c'^3 &= a'^1 b'^2 - a'^2 b'^1 = -a^2 b^1 + a^1 b^2 \\ &= a^1 b^2 - a^2 b^1 = c^3 \end{aligned} \quad (15)$$

即

$$\begin{cases} c'^1 = c^2 \\ c'^2 = -c^1 \\ c'^3 = c^3 \end{cases} \quad (16)$$

代入变换公式(3), 如 $\vec{c}$ 为矢量, 即有

$$c'^1 = c^2, \quad c'^2 = -c^1, \quad c'^3 = c^3 \quad (17)$$

式(17)与式(16)结果相同, 故 $\vec{c}$ 为矢量。

这说明: 从右旋到左旋坐标变换中, $0-0'$ 变换, $\vec{c}$ 不能定义为矢量; 但在右旋坐标旋转系统中, $0-0''$ 变换, $\vec{c}$ 定义为一个矢量。我们同时可以证明在左旋坐标系统中, $\vec{c}$ 亦可以定义为一个矢量。

伪矢量 $\vec{c}$ 的例子启发我们, 对于交变电磁场而言, 为什么宁可相信物理量 $\vec{E}$ 、 $\vec{B}$ 在伽利略变换群中一定为矢量; 而怀疑相对性原理对(描述交变场的)麦克斯韦方程不适用, 从而唯心地千方百计去寻找“以太”来自圆其说呢? 伽利略群只是千百万个无数群之一, 难道就不存在另外的群, 使 $\vec{E}$ 、 $\vec{B}$ 具有相同的变换性质从而使麦克斯韦方程(对应该群)具有协变性吗? 如果我们能抛弃传统观念, 首先承认矢量(或标量, 张量等协变量), 都只是相对于一定的坐标变换系统定义的, 那么我们会另辟溪径, 重新审视及研究已有的实验事实和假设。

此外, 还应建立全新的时空观。旧有的时空观认为时间与空间彼此互不相关, 没有联系; 空间及时间与运动物质无关等。新的时空观则认为时间与空间是不可分割的, 不是互不相关, 互相独立的; 时空与运动物质有着极为密切关系。时空是运动着的物质存在的基本形式。

在如上所述把相对论的概念加以深化及推广以后, 在对时空观进行重新认识以后, 我们就可以着手寻找新的坐标变换群了。

找寻什么样的坐标变换群? 在什么样的坐标变换群中, 交变量 $\vec{E}$ 、 $\vec{B}$ 才具有相同的变换性质, 麦克斯韦方程式才具有协

变性呢？某一个物理规律（物理公式）只对应于某一族惯性系使相对性原理成立。

对于交变场，定态麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \bar{E} = i\omega\mu \bar{H} \quad (18)$$

$$\nabla \times \bar{H} = -i\omega\varepsilon \bar{E} \quad (19)$$

∇ 为一矢量。故从 (18) 式来说，如 $\bar{E}$ 为矢量，则 $\bar{H}$ 为伪矢量；从第 (19) 式来说，如 $\bar{H}$ 为矢量，则 $\bar{E}$ 为伪矢量。因此，(18)、(19) 式在三维空间中对伽利略变换不具备协变性，即是说， $\bar{E}$ 、 $\bar{B}$ 并没有相同的变换性质。

在寻找新的坐标变换群中，爱因斯坦研究了前人和同代人的工作及结果后，抛弃了旧有的时空观，建立了新的时空观。它揭示了时空和运动物质之间不可分割的联系，突破了经典时空观中形而上学地把时空与物质脱离而加以绝对化的局限性。这样，他就对本来建立在“以太”观点上用来修修补补解释迈-莫实验的洛伦兹变换予以新的解释。洛伦兹变换正是在闵可夫斯基四维空间中，围绕坐标原点转动的变换群之间的变换关系。事件 1，用坐标原点表示 $\bar{X}_1(0, 0, 0, 0)$ （当然 $\bar{X}_1$ 不设也在原点也可），事件 2 用点 $\bar{X}_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 表示。径矢绝对值 $|\bar{X}_2 - \bar{X}_1|$ 叫做间隔。间隔不管是用原坐标 $\Sigma(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 描述，或是用围绕原点转动某一角度而成的新坐标 $\Sigma'(x_1', x_2', x_3', x_4')$ 描述（在三维空间中，此时表示 Σ' 以速度 $\bar{V}$ 相对于 Σ 作惯性运动），都是不变的。

在洛伦兹变换群中来考察交变场量 $\bar{E}$ 、 $\bar{B}$ ，发现它们都是四维二阶张量的分量，均具有相同的变换性质，麦克斯韦方程组具有洛伦兹协变性。因此麦克斯韦方程参考系问题得到解决。