大学数学学习方法指导丛书（I辑）

概率论与数理统计

李贤平 沈崇圣 陈子毅 编著

复旦大学数学系主编

复旦大学出版社

www.fudanpress.com.cn

大学数学学习方法指导丛书(Ⅰ辑)

概率论与数理统计

复旦大学数学系　　主编

李贤平　沈崇圣　陈子毅　编著

复旦大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/李贤平,沈崇圣,陈子毅编著.—上海:复旦大学出版社,2003.5
(大学数学学习方法指导丛书(Ⅰ辑))
ISBN 7-309-03613-1

Ⅰ.概…　Ⅱ.①李…②沈…③陈…　Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.021

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第031018号

概率论与数理统计

李贤平　沈崇圣　陈子毅　编著

出版发行　复旦大学出版社
上海市国权路579号　200433
86-21-65118853(发行部)　86-21-65109143(邮购)
fupnet@fudanpress.com　http://www.fudanpress.com

责任编辑　范仁梅
装帧设计　周　进
总 编 辑　高若海
出 品 人　贺圣遂

印　　刷　上海第二教育学院印刷厂
开　　本　787×960　1/16
印　　张　30.5
字　　数　561千
版　　次　2003年5月第一版　2003年5月第一次印刷
印　　数　1—6 000

书　　号　ISBN 7-309-03613-1/O·282
定　　价　45.00元

内 容 提 要

本书系统地综述了概率论与数理统计的基本内容、方法和技巧，通过对 550 道精心挑选和编排的具有中等或中等以上难度的例题的解题示范和评点，帮助读者理解概念、消化理论和掌握解题方法. 所设置的 16 个专题讨论涉及很新颖的题材和巧妙解法，相当部分过去从未在教科书中正式出现.

本书是作者 40 年来从事概率论与数理统计教学经验的总结，适合大学理、工科各专业以及经济管理类专业学生使用，既可作为本科生同步学习参考书，又可作为考研生的考前复习指导书，任课教师更有备一册之必要.

序　　言

10 多年前，我系几位教师编写了一套《大学数学学习指导》丛书．丛书出版后颇受欢迎，不久书市即告售罄．其后，兄弟院校的同行和不少青年学子纷纷来函求购，出版社也多次与我们联系再版事宜，只是作者们长期承担着繁重的教学和科研任务，无暇顾及修订工作．近年来，随着学科的发展，课程建设又提上了议事日程．我系一些重要基础课的新教材陆续问世，与此同时，不少教师再次萌发了重新整理、总结在教学工作中积累起来的心得的意愿．在复旦大学出版社的促进下，推出这套全新的丛书也时机成熟、水到渠成了．

数学科学的发展正处于一个不平凡的时期．科学技术的进步、实践应用的增多、计算机的影响以及数学科学自身的进展，大大拓广了数学科学的范围和领域．在不少场合，数学已经从科学研究的幕后，大步跨上了技术应用的前台，成为打开众多机会大门的钥匙．这就导致社会对其成员数学能力要求的指标不断提高，期望涌现出更多的数学基础扎实、创新能力较强、知识面宽广、综合素质上佳的数学人才．相应地，数学教育的目标，也就不仅在于为学生提供一种专业知识的传授，更重要的在于引导学生掌握一种科学的语言，学到一种理性思维的模式，接受包括演绎、归纳、分析和类比等各项数学素质的训练．卓有成效的数学训练将为学生充分参与未来世界的竞争作好准备．

数学的理论是美妙的，引人入胜；数学的方法是精巧的，丰富多彩；但学好数学却必须付出艰辛的劳动．在教学过程中，我们经常遇到这样的学生：他们能背出一些基本的公式，却做不了略有变化的演算，他们能记得住一些基本的定理，却给不出稍分层次的推理．有些学生依然留恋早年接受的、为应试而被不恰当地夸大了的“题型教学”，不理解这种训练手段怎么在大学课堂里销声匿迹了．这些学生学习数学的方法大多较为稚嫩，他们对数学知识只停留于形式的理解，并未达到实质的掌握．其实，与大多数其他学科相比，数学能为学生提供更多的学习独立思考的机会．在任何一门数学课程的学习过程中，起主导作用的并非教师，而是学生．学生学习数学的过程应当是一个再创造的过程．学生应当按自己的认识去解释、分析所学的内容，用新的观点去改造原有的理解，从而在个人数学知识的库藏中打上自己特有的烙印．只有通过深入的思考，将吸收的新知识有机地融入原有知识结

构中，用心灵的创造来体验数学，对抽象的对象建立起直观的理解，才能真正地学好数学．我们希望这套丛书能在方法上为学生学习数学提供有益的借鉴与启迪．

虽然，学习数学的方法因人而异，但是，数学课程的一些基本环节却是值得共同注意的．首先，要学好一门数学课程，毋庸置疑应掌握它所包含的最基本的数学思想．这就是说，既要深入理解有关主要对象的概念和性质，又必须把一系列的定义和定理科学地融合在一起，从整体上把握这个知识体系的发端、推进和提升，融会贯通地领悟贯穿于课程中的数学思想与精神．其次，数学思想是通过特定的数学方法来实现的，每门课程所蕴含的数学方法提供了构筑相应理论框架的主要工具，也提供了作出分析、判断、转化、求解等具体策略的依据．从猜想的形成、分析的展开，到计算、推理的实施、提炼、拓广的升华，数学方法在解决问题的过程中处处体现着自身的价值．再次，每门数学课程都有不少特殊的数学技巧．它们不仅显示了运算与论证的灵活性，而且是各种成功的数学方法所不可缺少的重要因素．一个有相当深度的技巧往往来自丰富的想像和敏锐的观察．数学技巧的介绍与训练，对学生思维的引发、开拓和深化有十分重要的意义．总之，数学思想、数学方法和数学技巧三位一体，共同构成了有血有肉的一门门数学课程．因此，要学好数学，也就必须在领会思想、掌握方法、熟练技巧上多下功夫．

正是基于上述认识，在这套丛书中，每一册大体包括概念和性质的简介与提要、主要方法与典型例题的分析与讨论，同时，还配置了一定数量的习题．希望读者可参照这个内容的三部曲，通过对数学思想、方法和技巧的思考与消化，把解决数学问题的能力提高到一个新的台阶．

编写这套丛书的作者们都具有丰富的教学经验，他们在编写时还注意到兼顾读者的多种需要：无论是学生在学习相应课程时同步使用，还是在学完一门课程后作总复习的参考，抑或为报考研究生而作考前准备，都将从中获得较大的收获．我们也愿意借助这套丛书与兄弟院校的同行们作广泛的教学交流．

复旦大学数学系将这套丛书的编写列入加强本科教学工作的计划之中．数学系、所的许多教授对如何编好这套丛书提出一系列中肯的建议，为提高丛书质量创造了有利条件．复旦大学出版社的范仁梅女士对这套丛书的策划和编辑倾注了大量的心血．我们对以上诸位在此一并致以诚挚的谢意．

限于水平，这套丛书的错误与缺陷在所难免，殷切地期望广大读者不吝指正．希望通过作者与读者的共同努力，经日后修订，使这套丛书日趋成熟．

复旦大学数学系
教学指导委员会
2002年4月

前　言

概率论与数理统计由于其理论及应用的重要性，目前在我国的大学本科和研究生的数学教育中，已与高等数学和线性代数渐成鼎足之势，但在教材建设和师资方面则比后两者略有滞后.

学生们在学习概率论与数理统计时通常的反映之一是“课文看得懂，习题做不出”. 概率论习题的难做是有名的. 要做出题目，至少要弄清概念，有些还要掌握一定的技巧. 要弄清概念，最好的途径恐怕还是看例题和做习题. 因此要学好概率论与数理统计必须做一定数量的习题.

课堂教学中，课文和讲授都按学科知识的逻辑顺序进行，习题则是按章或节编排的，学生所受到的解题训练是不完善的，十分缺乏融会贯通的能力. 再加上受教学时间的限制，许多解题技巧未能涉及，更谈不上掌握.

本书试图为改善上述各点做出努力. 作为教学指导书，它应当更强调知识的深入而系统地掌握和综合解题能力的培养. 受数学教学史上许多著名问题集的启发，本书以解题示范的形式展开. 在编写时考虑到覆盖较大的读者面——从本科生、考研生直至任课教师.

全书包含 550 道附有详细解答的例题，涵盖了概率论与数理统计教学大纲的全部内容，其中不少是历届考研试题. 这些题目都有中等或中等以上的难度，简单代公式的题目基本不收，相反地，却收入 100 道以上的难题.

内容的展开与普通教科书基本平行. 每节有内容提要，接着是经过仔细挑选和编排的例题. 每章最后有复习题，书末附有全部数值题的答案.

针对国内目前的实际情况，概率论部分更强调综合解题，数理统计部分则着力于帮助消化理论.

对每道例题都加以评点是本书的特点之一. 在教学实践中，学生们往往陷入为解题而解题的误区，完全忽略了题目的涵义和解题的目的，教师也无机会点明，真有入宝山而空返的遗憾. 我们用评点来阐明每道题目的知识点和训练的目的，也用以指明例题间的有机联系.

本书的另一特色是设置了 16 个专题讨论，用以对某些课题作系统而深入的阐述，这部分占例题总数近三分之一，其中不乏新颖题材和巧妙解法，相当部分过去从未在教科书中正式出现，预计对各类读者群都会有较大参考价值.

全书最后附有一个常用分布一览表，汇集了各种分布的主要信息，它与目录一起，以内容为经、以分布为纬，提供了本书的一个简明索引.

初学者可以把本书作为参考书与课堂教学同步学习，以帮助弄清概念，掌握初步解题技巧，达到对教科书的总体理解. 进一步，本书提供的丰富材料将帮助学生在总复习或考研时作全面深入或专题性研究，以达到局部精通这一更高境界. 最后，如果读者通过反复钻研掌握了全书的核心内容并能加以应用，那么已达到融会贯通的最高境界.

本书是笔者 40 年来在复旦大学数学系、计算机科学系和统计学系从事概率论与数理统计教学经验的积累，这次得到两位有 20 年教学经验的副教授的通力合作，历时一年半，数度修改，写成此书，献于学界. 自知错误与不当之处在所难免，恳请专家与读者不吝赐教，感激万分.

李贤平

2003 年 2 月于复旦大学统计学系

目　　录

第 1 章

事件与概率

概率论中最重要的概念当然是概率，而概率是对事件定义的，讲到事件又不能不讲样本空间，因此样本空间、事件与概率是概率论中最基本的几个概念.

§1.1 样本空间与随机事件

1.1.1 样本空间

1. 内容综述

当代最通行的办法是利用集合论来定义事件，把随机试验中可能出现的结果称为样本点(或基本事件)，所有可能出现的结果的全体，即样本点的全体构成样本空间. 事件 A 定义成样本点的一个集合(或样本空间的一个子集)，称事件 A 发生当且仅当 A 中的样本点之一出现. 样本空间可以很简单，例如只由两个样本点构成，也可以十分复杂，例如由全体实函数构成，无论简单还是复杂都是为了描述各类随机现象的需要. 通常将样本空间作如下的分类：

① 有限样本空间；

② 可列样本空间，以上两者统称为离散样本空间；

③ $\mathbf{R}^1$；

④ $\mathbf{R}^n$；

⑤ 一元或多元函数空间.

2. 注意要点

要成功地解决概率论中的问题，必须在具体问题中用恰当的样本空间来描述随机试验，尽管有时候不必详尽地写出样本空间，但是明确你是在怎样的样本空间下解题却是第一步也是最基本的一步. 在学习中要注意如下问题：

① 能正确地写出恰当描述随机试验的样本空间.

首先要把问题归结为一个随机试验，明确该随机试验的所有可能发生的结果，即样本点，然后在这基础上给出相应的样本空间.

② 样本点和样本空间的选取并不是惟一的.

同一随机试验可以用不同的样本点和样本空间来描述，这要看你如何看待试验的结果，但不管用什么样的样本空间来描述，我们所关心的某一事件发生的概率应该是一样的. 下面来看一个例子，假如从工厂的某种产品中抽出 n 件作检验，讨论其中合格品的数量. n 件产品中有多少件合格品，在检验完成以前并不清楚，所以检验过程可以认为是随机试验，合格品数可以是 0 或 1，也可以是 $2,\cdots,n$，因此 $0,1,\cdots,n$ 是这个随机试验的所有可能结果，于是可设样本点为 $\omega_i=\{$有 i 个合格品$\}$，$i=0,1,2,\cdots,n$，所以样本空间 $\Omega_1=\{\omega_0,\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$.

假如我们用 1 记录"抽出一件产品是合格品"，而用 0 记录"抽出一件产品不是合格品"，并用 n 元数组 $(v_1,v_2,\cdots,v_n)$ 表示随机试验的一个结果，其中 $v_i=0$ 或 1，依次表示第 i 次抽出的产品不是或是合格品这一试验结果，则样本空间可写为 $\Omega_2=\{(0,0,\cdots,0),(1,0,\cdots,0),(0,1,0,\cdots,0),\cdots,(0,0,\cdots,0,1),(1,1,0,\cdots,0),(1,0,1,0,\cdots,0),\cdots,(0,0,\cdots,1,1),\cdots,(1,1,\cdots,1)\}$. Ω_2 含有 2^n 个样本点.

Ω_1 和 Ω_2 都描述了"检验随机抽取的 n 件产品中有多少件合格品"这一随机试验，容易看出 Ω_1 中的样本点是由 Ω_2 中的若干样本点所组成的，如 $\omega_1=\{(1,0,\cdots,0),(0,1,0,\cdots,0),\cdots,(0,\cdots,0,1)\}$，即 ω_1 由 Ω_2 中的 n 个样本点构成，这说明样本点的不可分性是相对的.

对同一问题，虽然能用不同的样本点和样本空间来描述，但是对同一事件的概率的计算在不同的样本空间中难易程度会有很大的差别，因此恰当地选取样本点和样本空间，将有助于更快更容易地正确解决问题.

③ 同一样本空间能表示不同的随机试验.

举例来说，只包含两个样本点的样本空间 $\Omega=\{0,1\}$，既可以描述掷一枚硬币出现正面或反面的随机试验，也可以描述产品检验中出现"正品"或"次品"的随机试验，同样可以描述明天"下雨"或"不下雨"的天气预报. 又如描述将两只球随机地放入 3 个盒子中这样一个随机试验的样本空间，也可以用来描述将两封信随意投入 3 个邮筒的随机试验，同样可以描述一部电梯中两个人随机地在 3 个层面上走出电梯的随机试验，亦可以描述两个印刷错误出现在 3 页书上的情况.

把具体问题的随机试验用样本空间来描述，是建立一个数学模型的前提，从上文看到不同的问题常能写成相同的样本空间，因而也能归结为相同的模型，掌握好和灵活应用好一些典型的模型，能帮助我们正确地解决计算概率的问题.

3. 典型例题

例 1.1.1 写出下列随机试验的样本空间.

(1) 在 1,2,3,4 四个数中可重复地取两个数；

(2) 将 a, b 两只球随机地放到 3 个盒子中去；

(3) 一射手进行射击，直到击中目标为止，观察其射击情况.

解 (1) 设样本点为 $\omega=(i, j)$, $i, j=1, 2, 3, 4$, 则样本空间 $\Omega=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}$.

(2) 设样本点为 $\omega=(x_1, x_2, x_3)$，当 x_i 为 a, b, ab, 0 时，分别表示第 i 个盒子中放入了 a 球，b 球，同时放入了 a 球及 b 球，没放入任何球. 于是样本空间 $\Omega=\{(a,b,0),(a,0,b),(b,a,0),(b,0,a),(0,a,b),(0,b,a),(ab,0,0),(0,ab,0),(0,0,ab)\}$.

(3) 由于射击必须到击中目标才停止，故样本点是一射击序列，其中最后一次击中目标. 设 0 表示没有击中目标，1 表示击中目标，故样本点为 1,01,001,…，所以样本空间 $\Omega=\{1,01,001,0001,\cdots\}$.

评点　真正要掌握的模型的类型是相当有限的，关键在于积累，从向前人学习开始.

1.1.2 事件及其运算

1. 内容综述

同一样本空间下可以定义不止一个事件. 对一些简单的事件，其概率或容易算出，或给予其理论上的定义，或根据具体问题给出它们的估计. 而对一些复杂事件，它们的概率就不一定容易得到. 我们希望能根据已得的简单事件的概率来推算出复杂事件的概率，这就需要分析事件之间的关系，了解复杂事件与简单事件之间的联系. 详细地分析从而清楚事件之间的关系，不仅帮助我们更深刻地认识事件的本质，而且还可以大大简化对一些复杂事件的概率的计算.

事件的关系及其运算可以与集合的关系和运算相对应（见表 1.1.1）.

表 1.1.1

符号	概率论	集合论
Ω	样本空间，必然事件	全集
$\varnothing$	不可能事件	空集
ω	样本点（基本事件）	元素
A	事件	子集

续表

符号	概率论	集合论
$\overline{A}$	A 的对立事件(逆事件)	A 的余集
$A \subset B$	事件 A 发生必有事件 B 发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 与事件 B 等价	A 与 B 相等
$A \cup B$	事件 A 与 B 至少有一个发生	A 与 B 的并集
$A \cap B$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生而事件 B 不发生	A 与 B 之差
$AB = \varnothing$	事件 A 与事件 B 互不相容	A 与 B 没有公共元素

2. 注意要点

① 事件运算顺序约定为先进行逆运算,再进行交运算,最后进行并或差运算. 例如,$A \cup B\overline{C}$ 表示 C 的对立事件与 B 同时发生或 A 发生(图 1.1.1). 这种约定与代数中运算符号优先顺序的约定相似. 再加上各种括号就能通过简单事件表示十分复杂的事件.

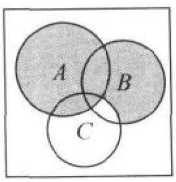

图 1.1.1

② 两事件的等价关系是通过包含关系来定义的,要证明 $A = B$,我们必须证明 $A \subset B$ 和 $B \subset A$.

③ 分配律和德莫根定律都可以推广到有限个事件,如

分配律:$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) B = \bigcup_{i=1}^{n} A_i B$, $\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{n} (A_i \cup B)$.

德莫根定律:$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A}_i$, $\overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A}_i$.

也可以推广到可列个事件,如

分配律:$\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) B = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i B$, $\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) \cup B = \bigcap_{i=1}^{\infty} (A_i \cup B)$.

德莫根定律:$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \overline{A}_i$, $\overline{\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A}_i$.

④ 我们定义了事件的三种运算"交,并,逆",其实在本质上只需要两种运算:"交与逆"或"并与逆",这很容易由事件运算的性质和德莫根定律推算出来,可以知道

$$A \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}, \quad \text{或 } A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}.$$

至于差运算可以表示为 $A - B = A \cap \overline{B}$, 或 $A - B = \overline{\overline{A} \cup B}$.

⑤ 两事件互逆与互不相容(互斥)的关系.

如两事件 A,B,满足 $AB = \varnothing$,称 A 与 B 互不相容(互斥). 它表示 A 与 B 没有共同的样本点,即 A 与 B 不可能同时发生. 也就是若 A 发生则 B 必不发生,若 B 发生则 A 必不发生,但不要误解非要发生一个,事实上在一次随机试验中 A 与 B 可

能一个都不发生.

互不相容事件之并通常称为事件之和,用加号+及求和号$\sum$来表示.

如两事件A,B,不但满足$AB=\varnothing$,且满足$A+B=\Omega$(即$A\cup B=\Omega$),称B是A的逆事件,当然也可称A是B的逆事件. 它表示A,B不可能同时发生,但也不可能同时不发生. 即A与B中必出现一个,也只能出现一个.

事件A与B互逆,则必定互不相容,但事件A与B互不相容,却不一定互逆.

如在1,2,3,4,5,6,7,8,9九个数字中任取一个,$A=\{$取出的数是偶数$\}$,$B=\{$取出的数是小于6的奇数$\}$,则$AB=\varnothing$,故A与B互不相容. 但$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,8\}\neq\Omega$,所以$A$与$B$不是互逆事件.

⑥ 事件之间的联系可以用文图直观地表示出来,因此文图是帮助理解和分析事件之间的关系和运算的一种有用工具.

3. 典型例题

例 1.1.2 靶子由10个同心圆组成,半径分别为$r_1, r_2, \cdots, r_{10}$,且$r_1<r_2<\cdots<r_{10}$,以事件A_k表示命中点在半径为r_k的圆内,叙述下列事件的意义:

(1) $\bigcup\limits_{k=1}^{6}A_k$; (2) $\bigcap\limits_{k=1}^{8}A_k$; (3) $\overline{A}_1A_2$.

解 (1) 命中点在半径为r_6的圆内.

(2) 命中点在半径为r_1的圆内.

(3) 命中点在内径为r_1外径为r_2的圆环内.

评点 关键是$A_k\subset A_{k+1}$.

例 1.1.3 从一批产品中任取n件,以事件A_i表示"第i次取得正品",用它们表示下列事件:

(1) 没有一件是次品;

(2) 至少有一件是次品;

(3) 仅仅只有一件是次品.

解 (1) $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$.

(2) $\bigcup\limits_{i=1}^{n}\overline{A}_i$ 或 $\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i}$.

(3) $\bigcup\limits_{i=1}^{n}\left(\overline{A}_i\bigcap\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}A_j\right)$.

评点 若以B_i表示"第i次取得次品",试用它们表示上述3个事件. 这是理解德莫根定律的一个好例子,值得记住:"至少有一个事件发生"的对立事件是"没有一个事件发生."

例 1.1.4 证明：$(A-B)\cup B=A\cup B$.

解法 1 首先 $A-B\subset A$，所以 $(A-B)\cup B\subset A\cup B$.

其次 $A\cup B$ 表示事件 A 与 B 中至少有一个发生，即 B 发生或 A 发生，特别当 B 不发生时，应有 A 发生，即 $A-B$ 发生. 所以 $A\cup B$ 发生，必然导致 B 发生或 $A-B$ 发生，因此 $A\cup B\subset(A-B)\cup B$.

故有 $(A-B)\cup B=A\cup B$.

解法 2
$$(A-B)\cup B=(A\cap\overline{B})\cup B=(A\cup B)\cap(\overline{B}\cup B)$$
$$=(A\cup B)\cap\Omega=A\cup B.$$

评点 证明事件等式的两种方法：(1) 从定义出发；(2) 利用已知等式.

4. 方法与技巧

记住一些事件之间关系的常用结论，有助于分析事件与计算概率. 下面是一些常用关系式：

① $\varnothing\subset A\subset\Omega$；

② $A\cup\Omega=\Omega$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cap\Omega=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A-\varnothing=A$，$A-\Omega=\varnothing$；

③ $AB\subset A\subset A\cup B$，$A-B\subset A\subset A\cup B$；

④ $A\cap\overline{A}=\varnothing$，$A\cup\overline{A}=\Omega$，$\overline{A}=\Omega-A$；

⑤ $(A-B)\cup A=A$，$(A\cup B)\cap A=A$；

⑥ $(A-B)\cap(AB)=\varnothing$，且 $A=(A-B)\cup(AB)$，$A-B=A-AB$；

⑦ $(A-B)\cap B=\varnothing$，且 $A\cup B=(A-B)\cup B$.

通过文图很容易理解这些关系式，无需死记硬背.

§1.2 古典概型

1.2.1 直接计算法

1. 内容综述

古典概型是有限样本空间的一种特例，它满足以下条件：

① 样本空间包含有限个样本点：$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$；

② 每个样本点发生的可能性相等：$P(\omega_1)=P(\omega_2)=\cdots=P(\omega_n)=\dfrac{1}{n}$.

在古典概型中，事件 A 的概率是一个分数，其分母是样本点的总数 n，而分子是事件 A 中包含的样本点的个数 m（由于 A 中的样本点对 A 的出现“有利”，因此习