

数学建模教育 与国际数学建模竞赛

——《工科数学》专辑

叶其孝 主编

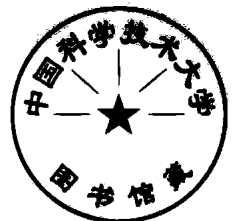
卢树铭 主审

中国工业与应用数学学会
《工科数学》杂志社 编辑出版

数学建模教育与国际数学建模竞赛

—《工科数学》专辑—

叶其孝 主编
卢树铭 主审



中国工业与应用数学学会
《工科数学》杂志社

编辑出版

工科数学

(季刊, 1984年创刊)

第10卷

(总第50期)

*

Journal of Mathematics

for Technology

(General Serial No.50)

(Quarterly, Started Publication in 1984)

刊 题: 苏步青

主 编: 卢树铭

责任编辑: 李效忠

封面设计: 薛 凌

*

Inscription: *Su Bqing*

Chief Editor: *Li Xiaozhong*

Cover-Designer: *Xue Lin*

书讯

欢迎订购“线性代数与空间解析几何”

编著者 韦金生, 盛立刚, 石心坦, 卢树铭 开本: 大32开(软精装)

出版者 辽宁科技出版社 字数: 30万字

出版时间 1994.7. 定价 7.50元

本书介绍: 根据国家教委指示的一贯精神, 以及培养跨世纪高科技工程人才的迫切需要, 本书突出线性代数的两个核心——集合和变换, 而把传统的线性代数的内容有机地揉合在其中。从而使传统的内容阐述简明而且更便于教和学。空间解析几何作为直观和特例置于其中, 足以提高读者的抽象思维能力和空间想象能力。

全书共八章, 第一章为集合映射关系, 第二章几何空间, 第三章线性空间, 第四章欧氏空间, 第五章线性变换与矩阵, 第六章特征值、特征向量, 第七章线性方程组理论, 第八章二次曲面与二次型。

编写中著者严格遵循由浅线入深, 由直观到抽象, 通俗易懂, 循序渐近的原则, 概念清楚论证严谨, 便于教学。只需34学时, 即可完成全部教学内容。

读者对象, 本书可作为各类工科院校(本专)科生工程数学教材, 也可作为综合性大学, 师范院校非数学专业学生的教材, 对电、职、函夜大和自修大学也是一本有价值的参考书, 此外可供广大科技工作者参考。

订购请一合肥工业大学教学研究科李巧林、龙巨东同志联系(邮编230009)

汇款, 邮寄请寄合肥工业大学内《工科数学》编辑部

银行汇款: 开户行: 工商银行合肥市支行, 帐户: 工科数学编辑部。

帐号10127816606。

Sponsor: The Teaching-Guidance Committee of Mathematics for Technology of the National Institutions of Higher Learning

Editor: Editorial Department of Journal of Mathematics for Technology

Publisher: The Publishing House of Journal of Mathematics for Technology

Address: Tengxi Road, Hefei, Anhui Province, China

Printed by: The Printing House of the Electronic Engineering Institute

主 管: 国家教委委员会

主 办: 全国高校工科数学课程教学
指导委员会、合肥工业大学

编 辑: 《工科数学》杂志编辑部

出版发行: 《工科数学》杂志社

印 刷: 合肥丰航彩印

国内统一刊号: CN34-1094

出版日期: 1994年8月

定 价: 9.50元

序

数学建模 (mathematical modelling) 并不是新东西, 而数学建模的教学与竞赛则是新事物。早在二千多年前创立的欧几里得几何就是一个更好的数学模型, 三百多年前牛顿创立的万有引力定律更是一个精彩的数学模型, 它们都在各种应用中发挥了巨大的作用。粗略地说, 数学建模是一个多次迭代的过程, 每一次迭代大体上包括: 实际问题的抽象、简化, 作出假设明确变量和参数; 形成明确的数学问题 (即某一简化层次上的数学模型); 解析地或数值地求解该数学模型; 对结果进行解释、分析, 特别是验证; 如果符合实际即可交付应用; 如果不符合实际则要进行修改, 进入下一个迭代。由此可见, 好的数学建模工作不仅需要多个领域专家的通力合作, 更有赖于技术工具 (特别是计算工具、图形学工具等) 的使用。正是由于计算机及通讯手段的迅速发展, 近三十年来数学建模的研究取得了前所未有的蓬勃发展。数学建模也已成为数学科学向一切领域渗透的主要媒介。愈来愈多的人进一步认识到: 一个有竞争能力的现代科技人员必须具备一定的数学建模的知识和能力, 为此在培养人才的主要场所大学 (以至中学) 的数学教育中应有一定份量的数学建模的教学。这是一件新事物, 因为一个真正有效的数学建模是一个相当复杂的过程, 不宜于照搬到学生的学习活动 (甚至课堂) 中去的, 必须经过精选与提炼才可能组织好适合于教学的材料。许多人正在深入思考怎样进行教学建模的教学、它能培养学生什么样的能力、怎样编写好的教材及教学插件等等。在不少国家已经进行了不同的教学实践和试验。同时, 为了更好的培养和选拔人才, 数学建模竞赛必然应运而生。1985 年美国率先创设了一年一度的美国大学生数学建模通讯竞赛。

在我国, 改革开放以来, 在一些大学中从八十年代初就开设了数学建模课程, 也办了不少全国性或地区性的讲习班、研讨班以培养更多的师资, 出版了一些教材。特别是从 1993 年起正式举办了一年一度的全国大学生数学建模通讯竞赛。更为可喜的是: 上海和北京先后举办了中学生数学知识应用竞赛。所有这些活动都得到了国家教委以及各级领导的支持与领导。为了培养跨世纪的富有竞争能力的人才, 愈来愈多的数学工作者和科技工作者投身于数学建模教育和竞赛这一神圣的事业中来。本书的编写与出版充分反映了这一事实。事实上, 如果没有广大作者、编译者的献身精神和通力合作编辑出版本书是不可能的。

在编写和出版本书的过程中, 我们始终得到中国工业与应用数学学会数学模型专业委员会的支持, 特别是得到北京市高校数学建模讨论班成员的有力支持, 本书绝大部分编译材料都是由他们完成的, 在此我仅向他们表示衷心的感谢。

我们要特别感谢《工科数学》主编卢树铭教授, 没有他的坚定支持, 在这么短的时间内出版本书几乎是不可能的。我们还要感谢合肥工业大学潘杰同志、李效忠同志为

3686/01

书进行版面设计，编辑加工及校对工作而付出的辛勤劳动。

我们希望本书的出版会对我国的数学建模教育和竞赛起到积极的推动作用。

最后，我必须指出：由于我们水平有限，本书中不妥、错误之处在所难免，我们真诚地欢迎读者批评指正。

叶其孝
于北京理工大学
1994.3

目 录

序

数学建模教育
与
数学建模竞赛

美国大学生数学
建模竞赛优选
论文选编

数学建模
教学插件

1. 数学建模教学及大学生数学建模竞赛	(1)
2. 数学建模教学与竞赛文献指南	(12)
附录 1 我国大学生参加美国大学生数学建模竞赛(MCM)获奖情况 ..	(23)
附录 2. 我国大学生数学建模竞赛试题选编	(24)
MCM94 试题	(29)
MCM93A 题,混合物转化为有机肥的最佳过程	(32)
MCM93B 题,煤炭装卸场的最优操作	(39)
MCM92A 题,确定航空控制雷达系统的功率; 利用价格确定雷达设计式样	(46)
MCM92B 题,紧急修复系统的研制	(56)
MCM91A 题,估计水塔的水流量	(65)
MCM91B 题,寻找最优 Steiner 树	(70)
MCM90A 题,脑中多巴胺的分布	(78)
MCM90B 题,铲雪车的路径问题;铲雪效率问题	(85)
MCM89A 题,蚊虫识别问题;最佳分类与隔离;关于均值向量的论断	(97)
MCM89B 题,飞机排队模型	(112)
MCM88A 题,毒品走私船	(121)
MCM88B 题,平板列车车厢的优化装载	(131)
MCM87A 题,盐堆稳定性问题	(138)
MCM87B 题,停车场安排问题	(147)
MCM86A 题,对海底地型测量图的插值	(151)
MCM86B 题,选取两个应急设施的最优位置	(156)
MCM85A 题,动物群体的管理	(171)
MCM85B 题,战略物资储备的管理问题	(171)
流水线设计	(182)
用放射性同位素测定局部脑血流量	(186)
实验数据分解问题	(192)
发动机轴承损坏情况的定量分析	(196)
耐用消费品的销售规律	(202)
交通事故调查	(209)

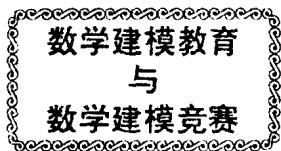
使房子保温.....	(216)
沙子的开采.....	(223)
销售新种子.....	(230)
植物生长模型.....	(234)
脑水肿治疗中的瓣膜设计.....	(245)
为什么航空公司要超订机票.....	(252)
航空旅客人数增长预测.....	(262)
Leylandia 汽车保险问题	(274)
风车电机的功率.....	(283)
Arcrite 公司在限制条件下怎样为制作圆桶下料.....	(292)
信号旗.....	(298)
教学大楼的紧急疏散时间.....	(303)
交通安全.....	(309)
肿瘤的加热疗法.....	(313)
用实四元数表示三维空间里的旋转.....	(320)
最优渔业管理.....	(326)
虹的解释.....	(329)

建模问题

可用作数学建模练习的实际问题	(342)
----------------------	-------

附 录

1993 年全国大学生数学模型竞赛竞赛规则和指导说明	(370)
1993 年全国大学生数学模型竞赛 A 题	(371)
1993 年全国大学生数学模型竞赛 B 题	(372)



1. 数学建模教学及大学生数学建模竞赛

叶其孝

北京理工大学 应用数学系

提 要

本章主要论述以下六个问题:1. 我们已经进入的计算机革命时代的特点;2. 对数学科学的重要性的再认识;3. 数学建模的重要性及其迅速发展;4. 数学建模教学在研究生、大学生和中学生三个不同层次上的开展;5. 大学生数学建模竞赛的源起及发展概况;6. 怎样培训大学生数学建模竞赛的教练及参赛队员。

§ 1.1 计算机革命时代的特点

我们已经进入了计算机革命的时代(有人称为信息时代或工业革命后时代),我个人认为我们这个时代主要有以下两个特点:

一、计算机的迅速发展,特别是它在高速、智能、小型、价廉四个方面的迅速发展。当然评价计算机优劣的指标很多,但其运算速度和智能程度显然是最重要的两个指标。就运算速度而言,“仅在十年前,计算机的速度还是以百万次(每秒钟进行一百万(10^6)次浮点计算)来计量,今天,我们得以 10 亿次(每秒钟进行 10^9 浮点计算)来计量,不要几年的时间当更大功率的并行机出现时,我们将会用到几万亿次浮点运算作为计量单位”^[1],而且这种超级计算机的体积也是很小的。至于智能化,计算机不仅能下棋,有计算机控制的机器人、柔性生产线等等,更重要的是近十多年来发展起来的数学软件包,它不仅保持了数值计算功能,而且进一步开发了符号演算的功能(例如它可以准确无误地进行代数运算、求微商、求积分、Taylor 展开,以至公式求解非线性方程组等等;它的图形学功能(包括动画的制作)令人惊叹不已,使抽象的数学在某种意义上变成看得见的富于直观现象更加启迪人们思想的“可视数学”了;它的高效编程语言的功能更使工程技术人员、科学家得到了一种强有力的研究工具。正是这种能使人获得“眼见为实”的效果,因而计算机在当今社会一切领域中的重要性很容易获得共识,甚至被认为是显然的、不必讨论的。总之计算机革命引起了社会的深刻变化,正如现任英国皇家学会会长著名数学家 Atiyah 所说:“工业革命通常是以世纪为单位划分阶段的,而计算机革命精神则是以十年为单位度量的”,“在 18、19 世纪,机器逐步代替了人们的体力劳动,而在 20 世纪后期,则是智力活动的机械化,现在是大脑,而不是手正在成为多余物,这就意味着我们所面临的挑战是非同寻常的,因而简单地与过去尖比就会误入歧途。”^[2]但是很少有人会想到数学在计算机的发展中的极端重要性。这里,我们不想讨论这个问题。

二、数学的应用向一切领域渗透,或者说各行各业日益依赖于数学,甚至可以说当今的社会正在日益数学化。从科学技术的角度来看,不少新的分支(交叉)学科出现了,特别是与数学相结合而产生的新学科,如数学化学、数学生物学、数学地质学、数学心理学、数理语言学、数学社会科学等等,许多学科为了进一步进行学术交流发展本学科并创办了相应的杂志。至于高科技与数学的关系更是日益密切以至融为一体了,少数有远见的科学家就曾深刻地指出:“太少的人认识到当今如此受到称颂的“高技术”本质上是一种数学技术。”^[3]我国著名科学家钱学

森教授也多次强调数学科学的重要性,并论述了他对“数学技术”的理解。^[4]而且象财务、会计专用软件包都是大量的应用了现有的数学知识,开发数学模型以及应用数学技巧、方法的结果。然而多数人只是见到外在表现并没认识到所以能有这种外在表现的内在原因(“看不见的数学”!)。因而人们对当今这个时代的日益数学化这一特点远没有取得共识。相反我们却看到一种矛盾的现象,一方面很容易“论证”数学的重要性,因为从小学一年级到大学一年级(甚至高年级、研究生阶段)每学期都要学习数学而且都是主课和必修课,而任何其他学科都没有持续这么长的学习时间的,因而“数学最重要”不是很显然了吗?然而认真地看一下对数学科研的资助在削弱,选学数学作为终身职业的优秀学生数目锐减,甚至要求大量削减数学教学学时的“呼声”经常出现。^[5]不少有远见的科学家已经注意到这一问题的严重性。例如著名的(美国数学界的)David 报告就指出“一方面,数学以及数学的应用在我国的科学、技术、商业和日常生活中所起的作用愈来愈大;在另一方面,一般公众甚至科学界对数学研究可谓是一无所知、很不理解。”^[6][1]中指出“作为一种技术的数学科学的作用未被认识到,数学科学作为技术变化以及工业竞争的推动力的极其重要性也未被认识到。”E. E. David Jr. 中肯定地指出“数学的重要性不是不言自明的,何况许多对此看法游移不定的人并没有认真地思考过(数学的重要性问题)。”^[3, P. 145]他告诫数学界要作出更多的主动努力使人们更加了解数学。

我认为我们只有认清了我们这个时代的特点,我们才能作出正确的决策。事实上,大家都会同意 21 世纪竞争的关键是人才的培养,而人才培养的关键是教育,因而必须要进行教育改革。但是教育改革的关键是什么呢?我个人认为至少数学教育改革是关键之一。因而我们必须对数学科学的重要性作一定的反思。

§ 1.2 对数学科学重要性的再认识

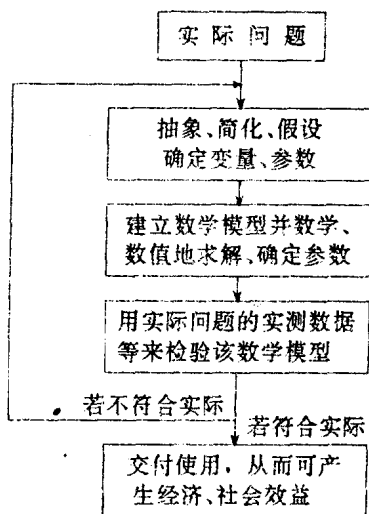
某种意义下论证数学科学的重要性是件相当容易的事,我们可以举出许多例子(从日常生活到尖端技术)说明数学为什么是必不可少的,但是我们常常会发现听众不会反对你所讲的例子,但他们中许多人还是认为数学没多大用处甚至干脆说数学没有用。这不仅仅是由于数学的语言比较抽象不容易掌握,还有教育中的问题以及其它的原因,这正是需要我们认真调查研究、深入思考的问题,也是数学教育改革深入开展中必须解决的问题。国际数学界、科学界、工程技术界、政府领导人也正在思考数学的重要性究竟表现在哪里的问题,从而做出正确的决策。我认为以下一些看法是值得深思的。19 世纪著名德国数学家 H · G · Grassmann 曾说过:“数学除了锻炼敏锐的理解力、发现真理以外,她还有另一个训练全面考虑科学系统的头脑的开发功能。”^[7][1]中指出:“数学的思考方式具有根本的重要性。简言之,数学为组织和构造知识提供方法,以至当用于技术时就能使科学家和工程师们生产出系统的、能复制的、并且是可以传播的知识。分析、设计、建模、模拟(仿真)及其具体实施就可能变成高效加结构良好的活动。”因此“在经济竞争中数学科学是必不可少的,数学科学是一种关键性的、普遍的、能够实行的技术”。用这样的观点来看待和分析问题,我们就会发现虽然我们教给学生的数学知识、思想、方法不能说是没有用的,但是面对即使是学过很多高等数学而仍反映学过的数学用不上的情况来说,抛开各种客观原因不谈(我们甚至可以举出几百个数学系的毕业生毕业后从事工农业生产,以至商业取得巨大的经济效益来进行辩解、辩论,但这只是一种学究式的辩论,并不一定有助于改进我们的教学,从而使我们培养出来的人才真正赋予竞争力。),我们在教学上是存在问题的,我们的数学教学越来越形式、抽象,只见定义、定理、推导、证明、计算而越来越少讲与我们周围的世界以至日常生活的密切联系,通过具体的数学教学达到开发全面考虑科学系

统的头脑的功能就更差了。这是一个国际性的问题,其解决有赖于我们对计算机革命引起的深刻的变化的认识。也许我们现在的教学方法对培养少数数学家还是可以的,但对培养绝大多数的非数学专业的人才来说确实是大有改进潜力的。分清现行数学教学中的优、缺点,坚持并发扬优点,采取切实有效的措施克服缺点正是当今世界范围的数学教育改革的关键。数学建模的内容进入研究生、大学、中学的教学内容正反映了这样一种努力。

§ 1.3 数学建模的重要性及其迅速发展

数学建模(Mathematical Modelling)并不是新东西(尽管过去很长时间这一术语用得很少),可以说有了数学并要用数学去解决实际问题就一定要用数学的语言、方法去近似地刻划该实际问题,而这种刻划的数学表述就是一个数学模型,其过程就是数学建模的过程。因而欧几里得几何、牛顿、莱布尼兹发明的微积分都是很好的数学模型。^[8]问题是当一个数学模型表达出来后,就要用一定的技术手段(例如推理证明、计算等等)求解该数学问题并用实际情形来验证,若需要就要修改数学模型并重复上述过程。如果中间有一步完不成,整个数学建模过程就很难完成。而大量的计算又往往是建模过程中必不可少的,过去在高性能电子计算机尚未产生之前,正是由于缺乏这一技术手段而一定程度上限制了数学建模这一强有力方法的应用和发展。当然,由于实际应用的需要,数学建模的活动从未停止过。而电子计算机(特别是80年代超级电子计算机)的出现使数学建模这一方法如虎添翼似地得到了飞速的发展,掀起了一个高潮。

什么是数学建模呢?如果一定要下一个定义的话,可以说它是一种数学的思考方法,是“对现实的现象通过心智活动构造出能抓住其重要且有用的特征的表示,常常是形象化的或符号的表示。”^[9]从科学、工程、经济、管理等角度看数学建模就是用数学的语言和方法,通过抽象、简化建立能近似刻划并“解决”实际问题的一种强有力的数学工具。顾名思义,modelling一词在英文中有“塑造艺术”的意思,从而可以理解从不同的侧面、角度去考察问题就会有不尽相同的数学模型,从而数学建模的创造又带有一定的艺术的特点。而数学建模最重要的特点是要接受实践的检验、多次修改模型渐趋完善的过程,这可以用如下的框图和例子来表示。



现在我们将以流行病学中的一个例子(像流感、艾滋病等传染病的传播规律)为例作一简单说

明。设发生传染病地区的总人口 N 不变。用 $x(t)$ 表示患病人数所占的百分比(因而总人口所占百分比为 1)。

(1) 俗话说“一传十,十传百”就是一种简化,设感染率为 h ,则数学模型为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = hx \\ x(0) = x_0 < 1 \end{cases}$$

这时易见 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = +\infty$, 显见是不符合实际的。

(2) 实际情况应是未得病者会感染得病,设感染率为 h ,而得病者中由于治疗,一部分人会康复,设恢复率为 r ,则得数学模型为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = h(1-x) - rx = h - (h+r)x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \frac{h}{r+h} < 1$, 至少定性地看来要合理得多。但用这样的模型于实际情形就会发现仍有许多不符合实际的地方。

(3) 像艾滋病这样危害极大的性传染病与人们的行为、性道德很有关系,因而开展不开展这方面的宣传是很重要的(我们的经验也是如此)。那么怎么把这些因素在数学建模时考虑进去呢?短时的宣传和长期坚持不懈的宣传运动效果有否差别呢?这涉及 δ -函数和 Heaviside 函数的应用,请参看第六章。

(4) 实际上应把人们分成已感染者 $i(t)$,未感染者 $s(t)$,已恢复者(包括已死亡者) $r(t)$,而 $i + s + r = N$,于是可建立所谓的 SIR 模型:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = ksi - li \\ \frac{ds}{dt} = -ksi \\ \frac{dr}{dt} = li \end{cases}$$

及相应的初始条件。这时人们会发现不容易求到显式解了,而数学分析在一定阶段是重要的。^[10]

(5) 对于艾滋病而言,它可以有长达 10 多年的潜伏期,因而这是数学建模中必须考虑的因素,这是我们将得到一个复杂的非线性双曲型方程组,仅就该数学问题而言它就是一个具有很强的挑战性的问题。^[11]

由此可见数学建模的这种迭代的性质正反映了人们运用这种方法逐步逼近、真正认识、掌握实际问题的过程,从而达到预测、预报或指导实验以至指导生产的目的。这里我们要指出参数的确定常常是关键的一步,由于篇幅关系这里就不详述了。

正是由于上述种种特点,[6]中指出“今天,在技术(科学)中最有用的数学研究领域是数值分析和数学建模。”在某种意义上数学建模已经发展成一个相对独立的数学分支,而且不断向应用数学和纯粹数学提供大量的挑战性问题,从而推进了数学科学的发展。特别要提到的是近年来正在迅速发展的工业数学(industrial mathematics)中(工业数学首先是数学,但也不是一类新的数学,简言之,它关心的问题是怎样在非数学的领域中应用现有的或发展新的数学方法来解决实际问题以求得更高的经济、社会效益。对此有兴趣的读者可参看[12],[13])数学建模是关键的一步,正是由于数学建模的重要性,为了推动数学建模的研究、学术交流,从 80 年代起

就有众多的学术活动、国际会议以及国际性和地区性的数学建模杂志,有兴趣的读者可参阅[12]及本书第十章。

§ 1.4 数学建模的教学

众所周知人才的培养是关键,同时数学建模的研究又有长足的进步,又有得心应手、强有力的计算机作为工具(计算机在发达国家已经相当普及了),因而必然会有人考虑到数学教育中的一个不可缺少的内容应该是数学建模(或问题求解(problem solving)等数学的应用的内容)。事实也是如此,大约在70年代末80年代初,英国著名的剑桥大学专门为研究生开设了数学建模课程并创设了牛津大学与工业界研究合作的活动,称为OSGI(Oxford Study Group with industry)。差不多同时,在欧洲、美国等工业发达国家开始把数学建模的内容正式列入研究生、大学生以至中学生的教学计划中去,并于1983年开始举行两年一次的“数学建模和应用的数学国际会议”(International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications缩写为ICTMA)进行定期的交流(参见本书第十章)。数学建模的教学(含学生的科研)活动是在研究生、大学生、中学生三个层次上进行的,发展非常迅速。这里,我们将对此作一个简单的介绍,重点放在大学生的数学建模教学上。

关于研究生的数学建模教学研究活动,从目前看主要是应用数学专业的研究生,某种意义上是为工业界培养工业数学家和未来的大学教师的。除了前面提到过的OSGI活动外还有欧洲工业数学联合会(European Consortium for Mathematics in Industry缩写为ECMI)的工业数学家联合培养计划和暑期研究生工业数学(主要是数学建模)活动。^[14]这里我们重点介绍一下美国明尼苏达大学数学及其应用研究所(IMA)1992年8月3日到28日(共4周)进行的“IMA暑期研究生数学建模课题”^[15]的做法,希望我们能从中得到一些启迪。著名数学家、美国工业与应用数学学会SIAM现任主席、IMA所长Avener Friedman教授和该所副所长Willard Miller, Jr.教授指出“学习数学建模的唯一方法就是实际去做数学建模”,他们指出该项课题(得到美国Sloan基金会的资助)的目的有两条“1. 向研究生们展示来自工业和工程科学的数学建模问题并激起他们对解决实际问题的浓厚兴趣;2. 创造一个有利于加强学生们将来的研究工作的相互了解和发展接触的环境。”共有从一大批申请者中挑选出来的30名研究生(主要来自美国,少量来自加拿大和欧洲,其中大约有7—8人是中国学生)和10名指导教师,他们组成一个班。每周星期一上午由指导教师向全班提出三个问题,并给一个简单的背景材料。学生们分成三个组,每组只做一个问题,每组有一个指导教师。学生们在建立数学模型的时候基本上是独立进行的,仅当有需要时指导教师才给予一定的指导。然后学生们就对该模型进行详细的数学分析并得到数值结果,每周星期五下午各组向全班报告其进展并提出将来可能有的新方向。四周全班共研究12个实际问题,它们是:

1. 腿静脉中的血液流动;
2. 发电厂的水污染;
3. 运动的薄片材料的处理;
4. 气体爆或爆炸的危险性的评估;
5. 地下蓄水层中的放谢性污染物;
6. 合金的高温腐蚀;
7. 火焰的传播;
8. 过滤流体的动力学;

9. 形状不规则的冲模的动力学的分析;
10. 汽车减震器的建模;
11. 受到液力加压的储油层中(石油)流动的改进;
12. 热运动物体(thermophile 一种仪器)的运动。

由这些题目我们就可以看出这是一些非常实际的问题,[15]刊登了这 12 个问题的提出者的简要介绍,以及全部学生的详细研究报告。类似的活动在美国不少大学和国家研究所举办,参加的学生除食、宿免费外还可以得 2000 到 4000 美元不等的津贴。笔者认为这是一个非常值得注意的培养研究生(包括博士生),特别是应用数学专业的研究生的一种重要方法,其意义不仅仅在于亲身参与了真正的数学建模活动,更有利于学生形成如下的良性循环:愈多参与数学建模愈感到自己数学知识的不足,数学思考方法上的不足,更激起学习数学的积极性,数学本领高了,参与数学建模也就更得心应手,兴趣也更大,如此循环不息,高层次的人才一定可以通过这样的方式培养出来。

现在来谈谈大学生的数学建模及教学活动。近 20 年来国内外出版的大学生用的数学建模教材至少有一百多种了。相当一部分的教学方式还是“教师讲课、学生听课(记笔记)、做习题、考试”甚至根本不用计算机,所谓的真正的实际问题也是有一定问题的(仅仅是相当简化的某个层次上),主要是并未在教学中体现上节中所说的建模过程的迭代的特点。当然,所以会这样也是有原因的,主要有三:①要照顾学生的现有数学基础及其它领域的知识;②传统的教学方式是师生都能在一定条件下接受的妥协方案;③最重要的是缺乏合格的师资以及对于从事这门课教学的教师的适当的倾斜政策。因而即使被迫要开设这门课,那么拿一本现成的教材讲(因为大部分内容涉及的数学不一定很深)是最保险的。但是即使存在这样的问题,有一点是毫无疑问的,即数学建模课的开设是为了把学生学习过的和一部分将在本课程中学习的数学方法和知识和我们周围的现实世界联系起来,甚至和少数真正的实际应用问题联系起来,不仅使学生知道数学有用、怎样用,更知道在真正的应用中还要继续学习。当然能否做到就是另一回事了。学习、教学的方法也不尽相同,也有的是真刀真枪的做实际问题,大量利用技术手段(计算机),不是个人而是小组集体工作等等。笔者认为这些都应视师生、学校的实际情况而定。目前应对开设数学建模课的指导思想、目的、目标和要求培养学生什么样的能力有一个比较统一的想法,看来以下四个方面的能力(某种意义上也是这门课程的指导思想、目标和要求)是要培养的。

1. 培养“翻译”的能力,即把经过一定抽象、简化的实际问题用数学的语言表达出来形成数学模型(即数学建模的过程),对应用数学的方法进行推演或计算得到的结果,能用“常人”能懂的语言“翻译”(表达)出来。从最近一届的美国大学生数学建模竞赛的问题中就有这样的要求。例如 MCM93 问题 A(见附录)中就明确提出,“除了按竞赛规则说明中规定的格式写的技术报告外,请为餐厅经理提供一页长的用非技术术语表示的实施建议。”

2. 应用已学到的数学方法和思想进行综合应用和分析,并能学习一点新的数学知识(若需要的话),并能理解合理的抽象和简化,特别是进行数学分析的重要性。因为数学建模中数学终究是我们主要的(拿手)的武器,要在数学建模过程中灵活应用、发展使用这个武器的能力。打个比喻,可以这样说,过去学过的数学知识(它是在特定环境和条件下学来的)就好比是手中已有的武器(例如说某种机器吧),但并不意味着你就自动地会使用它,更谈不上能灵活、创造性地使用它。要达到后者的水平必须多练、多琢磨。

3. 发展联想能力。因为对于不少完全不同的实际问题,在一定的简化层次下,它们的数学

模型是相同的或相似的,这正是数学的应用广泛性的表现。这就要培养学生有广泛的兴趣,多思考,勤奋踏实工作,通过熟能生巧而逐步达到触类旁通的境界。

4. 逐渐发展形成一种洞察能力(或叫洞察力)。通俗地讲就是一眼就能抓住(或部分抓住)要点的能力。为什么要发展这种能力?因为真正的实际问题的数学建模过程的参与者(特别是在一开始)往往不是很懂数学的人,他们提出的问题(及其表达方式)更不是数学化的,往往是在和你交谈过程中由你“提问”、“换一种方式表达”或“启示”等等方式(这里往往表现出你的洞察力)使问题逐渐明确的。搞实际工作的人一般很愿意与洞察力较强的数学工作者打交道。

5. 熟练使用技术手段(在目前主要是计算机及相应的各种数学软件包)这将帮助你节省时间,在一定阶段能得到直观形象的结果,有利于与用户深入讨论。

如果我们都同意这样的要求的话,教材的问题就相对好解决了。因为目前看比较成功的教学方法还是案例教学法,而现有的案例(包括真刀真枪的实例)有很多、很多,上面的要求就是给出了标准,按师生等条件去挑选最合适的材料作为教材。当然这决非易事。

就我国大学(重点是在非数学专业)中开设数学建模课(或讲座),应该说已经具备一定的条件,特别是能与专业系的教师相结合的话条件会更好。当然,我们还有很多问题,主要是高质量的师资缺乏(因而应办更多的师资训练班),资料缺乏,特别是与实际工作者和专业教师的合作比较少。但是只要领导支持,这些问题都能逐步解决,我们一定能为国家培养出更多更有竞争力的学生。

看来,只开设数学建模课还是不够的,特别是对培养应用数学专业的学生来说,还应有后继的一些数学建模实践活动(象北京理工大学应用数学系开设的“数学实验室”课程等活动)。

这方面美国加州克莱芒地区高校设置的克莱芒数学诊所(Claremont Mathematics Clinic)的做法和经验是值得研究的,特别是他们在开拓大学和工业之间相互作用的经验是值得借鉴的。S·Busenberg和他的同事于1973年首先在Harvey Mudd学院数学系开创了一个新的教学计划(称为The Mathematics Clinic Program in Claremont),他作为指导教师,从Bell & Howell公司得到一个课题的资助(“投影屏幕背面的闪烁”)组织了三个四年级的学生,公司派了一位实验物理学家D·Rose作联系人,课题完成得比较成功,第二年在该学院推广,现已成为整个克莱芒地区所有大学的应用数学教学计划的一部分,每年大约有6—7个课题,每个课题大约有3—5个大学生,一位指导教师,一位工业联系人。公司(或政府管理部门、实验室)付给每个课题的费用1973年是8300美元,1991年是31500美元。对学生来说这决不是一个传统的课程,他们得到的培养是前所未有的(详细介绍可参看[25],及[13],pp. 111—153, S. Busenberg, Case Studies in Industrial Mathematics一文)。我们一定都会感到很熟悉,我们过去很多数学系不也做过“类似”的事情吗?我认为我们确实应该总结我们自己的经验。但看起来有几点是值得注意的,即是否是一个真正的工业课题,是否真有工业部门的人参加一起工作,学生究竟学得了什么,得到哪些锻炼,教师要具备怎样的素质,仅仅是作为一个完成任务的“工作人员”还是主要是一个教师,他应教给学生什么呢?怎么教?当然,我们过去已深深体会到找到一个真正的课题是非常不容易的。不过这确实是一个需要认真考虑的培养大学生(特别是应用数学专业学生)的有效方法。在明尼苏达大学还请高水平的数学家给大学生开设“大学生工业数学的课程”(见[28])。

最后,我们来谈谈中学教育中的有关数学建模内容的教学问题。显然教学改革是一个整体,不能只改大学生、研究生的数学教育,必然要涉及中学数学教育的改革(中学生的数量大大超过大学生、研究生的总数,因而意义更为深远!)。事实上近10多年来国际数学教育大会

(International Congress on Mathematical Education, 缩写为 ICME, 每四年召开一次, 是国际数学界三大盛会之一), 数学建模及应用数学国际会议 (ICTMA) 都已把这方面的内容作为会议主要的内容 (例如, [17], [18]). 改革的主要目的是要把中学生学的数学与我们周围的现实世界 (包括生产、科研) 适当联系起来, 使学生既能了解数学的用处, 达到学以致用目的, 同时也是为了进一步激起广大中学生学习数学的激情, 更生动活泼地掌握数学的思想和方法 (包括数学的理论思维). 大量的出版物已经出版, 例如 [19]—[22]. 我国国家教委也很重视这方面的改革, 国家教委基础课程教材研究中心曾多次召开“数学课程内容改革座谈会”邀请许多数学家参加, 认真听取他们的意见并采取了切实的措施. 特别可喜的是我国企业界也开始资助这方面的活动. 例如上海金桥出口加工区联合发展有限公司就出资和上海市工业与应用数学学会、上海市少科协联合举办了“金桥杯中学生数学知识应用竞赛” (初赛试题见 1991, 10, 15《上海青少年科技报》第五版, 决赛于 1992 年 3 月 15 日举行, 试题可参看《中国工业与应用数学学会通讯》, 1992 年第 1 期 PP. 10—11; 这项赛事主要由高二学生参加). 北京方正集团公司也将资助北京数学会举办北京市“方正杯中学生数学知识应用竞赛”. 应该说这些企业是有深远的眼光的, 他们的介入和资助必将鼓励更多的中学和大学老师积极投身于中学数学教育改革, 为国家培养更多的人才. 限于篇幅, 本文不再深入讨论中学数学建模教学的问题了.

§ 1.5 大学生数学建模竞赛

为了选拔人才 (实际上是更好地培养人才), 组织竞赛是一种行之有效的方法, 本节的部分材料取材于 [16].

美国大学生数学建模竞赛的由来

1985 年在美国出现了一种叫做 MCM 的一年一度的大学生数学模型 (1987 年前全称是 Mathematical Competition in Modeling, 1988 年改全称为 Mathematical Contest in Modeling, 其缩写均为 MCM). 这并不是偶然的.

在 1985 年以前美国只有一种大学生数学竞赛 (The William Lowell Putnam mathematical Competition, 简称 Putnam (普特南) 数学竞赛), 这是由美国数学协会 (MAA——即 Mathematical Association of America 的缩写) 主持, 于每年 12 月的第一个星期六分两试进行, 每试 6 题, 每试各为 3 小时. 近年来在次年的美国数学月刊 (The American Mathematical Monthly) 上刊出竞赛小结、奖励名单、试题及部分题解. 这是一个历史悠久、影响很大的全美大学生数学竞赛, 自 1938 年举行第一届竞赛以来已经近 50 届了^[23]. 主要考核基础知识和训练、逻辑推理及证明的能力、思维敏捷、计算能力等. 试题中很少应用题, 完全不能用计算机, 是闭卷考试的. 竞赛是由各大学组队 (每队三人) 自愿报名参加的. 得奖队多为名牌大学的数学系, 例如 Harvard, Yale, California-Berkeley, Stanford, Princeton, Maryland, Chicago, MIT, CIT, 加拿大的 Waterloo 等. 它的奖励主要是奖励系, 例如一等奖奖金 5000 美元, 参赛队员每人得资金 250 美元, 其余 4250 美元归系. 当然前 10 名另有奖金 (1—5 名各 500 美元, 6—10 名各 250 美元). 每年大约有 2100 名参赛队员, 300 多院校组队参赛. 普特南数学竞赛在吸引青年人热爱数学从而走上数学研究的道路, 鼓励各数学系更好地培养人才方面起了很大作用, 事实上一批优秀数学家就曾经是它的获奖者.

那么为什么会产生另一种数学模型竞赛呢? 据一些美国数学家的看法^[24]有以下几点:

1. 参加普特南数学竞赛是要有训练的, 而很多学校的参赛队员素质差、受训时间短、没有经验, 因而参赛成绩差, 影响了积极性.

2. 相当多学生对数学的实际应用有兴趣,因而对普特南数学竞赛缺乏积极性。
3. 为了反对现行高校数学教学中过份强调纯粹性、形式方法、缺少应用内容的倾向。
4. 普特南数学竞赛不用计算机。

还涉及对数学的看法。有人认为应用数学、计算数学、统计数学和纯粹数学一样是数学研究和数学课程教学的重要部分,它们是一个有机的整体。有人形象地把这四者表为一四面体的四个顶点(见右下图,P表示纯粹数学,A表示应用数学,C表示计算数学,S表示统计数学),棱和面表示学科的“内在联系”,例如应用线性代数、数值分析、运筹学等,而该四面体即数学的整体。

因而自 1983 年以来有人就产生了应该有一个普特南应用数学竞赛,经过论证、讨论、争取资助的过程,终于在 1985 年开始了第一届数学模型竞赛。

MCM 的宗旨、规则和奖励

MCM 的宗旨是鼓励大学师生对范围并不固定的各种实际问题予以阐明、分析并提出解法,通过这样一种结构鼓励师生积极参与并强调实现完整的模型构造的过程。

每个参赛队(3人)有一名指导教师,他(或她)在比赛开始前负责对队员的训练和战术指导;并接受考题,然后即由学生自行参赛。指导教师不得参赛。

比赛于每年二月或三月的某个周末(大约三天时间进行。每次只有两个考题(一般是连续和离散各一题),每队只需任选一题。

考题是由在工业和政府部门工作的数学家提出建议由命题组选择的没有固定范围的实际问题。

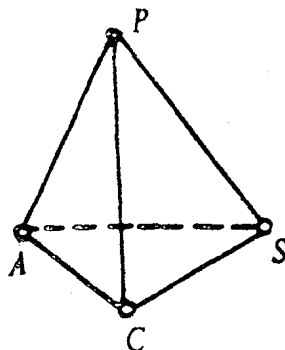
在三天的持续时间内参赛队要以有清楚定义的格式写出解法论文(包括问题的适当阐明与重新叙述;假定和假设的清楚说明;对为什么要用所述模型的分析;模型的设计;怎样测试模型的讨论;模型优缺点的讨论,包括误差的讨论;放在论文最前面的不超过一页的论文提要等等)。

参赛者可以使用包括计算机、软件包,教科书,杂志和手册之类的外部资源,因而在某种意义上也是考核使用外部资源的能力。

MCM 既没有通过、失败这种记分,也不采用数值记分。评阅人主要感兴趣的是论文的方法、论述的清晰性。评选一些论文为表扬奖,有价值的论文和优秀论文、部分最佳论文将发表在专业性的数学杂志上,以此作为奖励。

据估计,当数学模型竞赛确立后,新的课程、讨论班、研究讨论班将会发展起来以帮助学生和教师获得数学模型的更多的经验。

每个参赛队的队员及教练基本上都能得到一张奖状(参赛证书)部分优秀论文(即特等奖的一部分)将在专业杂志上发表。近年来美国运筹学会(ORSA)给每个获一等奖以上的队的每个队员以一年的学生会会员的资格(包括免费寄赠著名的运筹学杂志及其它学会资料),每年邀请每题各一个获特等奖的队到美国运筹学年会上作报告,并发给 100 美元左右的奖金及奖状。美国工业与应用数学学会(SIAM)还专门成立了有关的委员会,每年邀请每题各一个获特等奖的队到 SIAM 的年会上去作报告,并发给约 150 美元的奖金及奖状,教练也得到奖状。不少大学愿提供奖学金给最优秀的那些队员去该校读应用数学方面的研究生。1985 年举行第一届



MCM时就有美国70所大学90个队参加,到1992年已经有美国及其它一些国家的189所大学的292个队参加,在某种意义上已经成为一种国际性的竞赛了。

我国大学生于1989年开始参加美国MCM(北京理工大学叶其孝教授于1988年访问美国时,应当时MCM负责人B·A·Fusaro教授之邀访问他所在学校时商定了中国大学生组队参赛的有关事宜,详见[26]),到1992年已有国内12所大学24队参赛。历年来都取得了较好的成绩。在我国不少高校教师也萌发了组织我国自己的大学生数学建模竞赛的想法。上海市率先于1990年12月7—9日举办了“上海市大学生(数学类)数学模型竞赛”。于1991年6月7日—9日举办了“上海市大学生(非数学类)数学模型竞赛”。西安也于1992年4月3—6日举办了“西安市第一届大学生数学模型竞赛”。由中国工业与应用数学学会(CSIAM)举办的“1992年全国大学生数学模型联赛”也于1992年11月27—29日举行,全国有74所大学的314个队参加,不仅得到各级领导的关心,还得到企业界的支持,特别是得到了宣传部门的广泛支持。CSIAM已经决定今后每年举办一次,并要更多地争取工业、企业界的支持,更好地依靠学术界、工业界的科学家、工程师提供好的竞赛题。我们相信我国的大学生数学模型联赛必将为我国的数学教育改革和人才培养做出应有的贡献。

§ 1.6 怎样组织参加大学生数学建模竞赛

这里我仅就个人的一点点经验谈几点想法。

1. 要有一批数学基础扎实、对数学建模有浓厚兴趣、最好是有一定数学建模的实际经验、外文较好的教师,特别是,他们要有献身精神,组成一支教练员队伍。

2. 在我国目前的情况下组织好要求参加这项赛事的同学的赛前培训是关键,甚至是真正培养学生(往往是优秀学生)的主要阶段,为此

1)要尽量得到系、校甚至更高级领导的充分支持,这是很重要的,因为计算机及相应软件包、图书资料、以至后勤支援都需要领导的支持。

2)要使学生充分了解这项竞赛的意义及竞赛规则,可以考虑的有效措施是组织讨论班及组织一、二次模拟考试。讨论班开始阶段可让学生自己报告过去的大学生数学建模竞赛的优秀论文,教师主要扮演一个质疑的角色(当然必要的答疑、讲解仍然是需要的)。这样做首先是学生要独立学习一些材料(往往是英文的),可增强学生的独立学习的能力,其次通过自学和报告学生能很具体地了解这项竞赛的具体要求是什么,特别是作为三天竞赛的最后成果——论文——应怎么写了解得比较具体了。第三,学生对竞赛中将会涉及到的数学、非数学知识有一个大概的了解,为了在讨论班上报告也要求学生自己独立查阅有关文献,也培养了能力。第四,教练在讨论班上要竭力提倡讨论、争辩、勇于提出自己想法的风气,这实质上是培养学生互相交流、互相学习、互相妥协的能力,这些能力的培养对今后的工作是极为重要的(见[27])。至于模拟考试可以由教练自己出题也可以利用以前的题目,但一定要严格按实战要求来做,主要是使学生有一个“磨枪”的机会,看看三个人在三天中能否完成任务,更重要的是给学生一个考验自己临场应变能力(要独立查找文献、编制程序、文章写作等等)、组织能力(如何分工合作,适当时候如何互相妥协、互相支持、鼓励)的机会,从而对将来可能从事的实际工作以及对自己的能力要求有一个比较切合实际的“想象”。

3)对于非数学专业的参赛同学可能还要举办一些系统的讲座(或甚至选修数学建模课),比较系统地讲授一些数学建模中常用的学生尚未学过的方法(如图论方法、优化中若干方法、概率统计中若干方法)。