五年制專科學校適用

應用力學

（全一册）

李一匡編著

世界書局印行

中華民國六十六年八月三版

五專用書 應用力學

（全一冊）

基本定價 壹元貳角整

編著者……………李 一 匡

出版者……………世 界 書 局

地 址：臺北市衡陽路二十號三樓

電 話：三 一 一 〇 一 八 三

本局登記證字號：行政院新聞局局版臺業字第〇九三一號

發行人……………蕭 宗 謀

印刷者……………世 界 書 局

2.18

編輯要旨

本書依照教育部五十六年公佈之「五年制工業專科學校課程標準」編著。每週四小時，供一學期之用。

本書所用名詞係依據教育部五十一年公佈之「機械工程名詞」一書，末附英漢名詞索引，以資對照。單位採用公制，書末附公英制單位對照表，以利換算。

本書選用材料，力求實用，內容編排，力求精簡，以節省篇幅。計選例題六十餘則，習題一百五十則，分配於各節之後，以資練習，書末附有答案，俾便參照對正。

目　次

第一章　緒　論

第二章　同面力

第三章　構架及纜

第四章　形心和重心

第五章　摩　擦

第六章 直線運動

第七章 圓周運動

第八章 平面運動

第九章 力與加速度

第一章 緒 論

1·1. 力學及力

A. 力學

應用力學 (Applied mechanics) 爲討論工程上物體所受之力(Force)及其運動(Motion)情況的力學(Mechanics)。

力學可分爲**靜力學** (Statics), **運動學** (Kinematics) 及**動力學**(Kinetics) 三主要部份。靜力學討論靜止或等速運動物體所受之力。運動學討論物體的運動情況，如位移 (Displacement)、時間、速度(Velocity)及加速度(Acceleration)等，但並不考慮影響運動的因素，如力及質量 (Mass)。動力學討論非等速運動物體所受之力與運動及其質量的關係。靜止可視爲運動的一特殊情形。

B. 力

在應用力學所討論的物體，普通多假設爲**剛體**(Rigid body)，以使問題簡化。所謂剛體者，係無論外部加如何大之力，其形狀或其長度無變化的物體，雖實際並不如此。

力爲一物體對另一物體的**作用** (Action)。力對物體的影響，爲變更其運動情況或所受的**反作用**(Reaction)。一物體不能施力於無阻力的另一物體，即兩物體間有力互相作用。例如有一50公斤的物體，置於水平面上，就物體而言，受地對其所施的吸引力(50公斤)，復受水平面對其所施的支承力(50公斤)，前者稱爲作用，後者稱爲反作用。此兩作用在一直線上，大小相等，方向相反，正如牛頓第三定律 (Newton's third law) 所述。

爲便於研究一物體之力，僅考慮其他物體對此物體所加的作用(或反作用)，而不考慮此一物體對其他物體的反作用(或作用)。此爲力的基本性質，須熟記於心。

C. 力的特性

加於剛體的力，其作用決定於：(1)力的大小，(2)力作用線（*Line of action*），或力線的位置，及(3)力的方向（Direction）即沿作用線的方向，是爲力的特性。如其中之一變化，則改變力對物體的作用。當表示一力，須示此三特性。

力對物體的作用，不受力加於作用線上位置變化的影響。此爲力的可移性。

工程上力的單位與重量的單位相同，就公制而言，爲公斤(Kg)與公噸等（MT）。

D．力的種類

力的種類甚多，可作下列不同的區分：

(a)接觸力與隔離力　就兩物體的接觸與否而言，其間作用力有**接觸力**（Force of contact）與**隔離力**（Force at a distance）之別。重要的隔離力爲物體的重力，磁力亦屬於此種。

(b)分佈力與集中力　當力所在的面較受力物體面甚小，可視爲一點，則此接觸力稱**集中力**（Concentrated force）。此點爲力的作用點（Point of application），在作用線上。力之不集中於一點的，稱**分佈力**（Distributed force）。

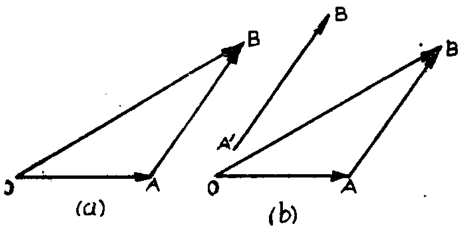
(c)外力與內力　當一物體受力或**外力**（External force）作用，物體內部所發生的反作用爲**內力**（Internal force）。

(d)合力與分力　數力加於物體，其影響與一力相等時，此一力爲此數力的**合力**（Resultant），此數力爲此一力的**分力**（Component）。由分力求合力爲**合成**（Composition），由合力求分力爲**分解**（Resolution）。數力加於物體，對其無影響時，則此數力成**平衡**（Balance 或 Equilibrium）。數力平衡，其合力爲零。

(e)同面力與非同面力　就諸力的位置言，有**同面力**（Coplanar force）與**非同面力**（Non-coplanar force）之別。同面力有**同線力**（Collinear force）、**同點力**（Concurrent force）、**平行力**（Parallel force）與**非同點非平行力**（Nonconcurrent non-parallel force）之分。非同面力亦有同點力、平行力、與非同點非平行力之分。

1·2. 向　量

凡量除有大小且具方向的，稱爲**有向量**(Vector quantity)，或**向量**（Vector），力、速度、加速度及位移等是。有向量以具矢頭的線表示之，線的長短表示量的大小，矢頭表示量的方向。於同一圖，各向量線的長短須依同一比例尺（Scale）表示各量的大小。向量AB與 BA 的大小相等，方向相反。



第1.1圖

於第1·1 圖(a)，設一物體由O點移動至A點，繼由A點移動至B點，其結果與由O點逕移至B點相同。於(b)，當物體上一點由O移至A點後，其上另一點由A′移至B點；由A作AB與A′B平行且相等，前之兩次移動，結果亦與由定點O移至B點相等。OA與AB（或A′B）之兩次移動，與OB一次移動的效果相等。但OA、AB（或A′B）及OB爲向量，故OA與AB（或A′B）的向量和等於向量OB。向量的加法，示以 $\leftrightarrow$，減法示以 $\rightarrow$，由是前之所述，可示以次式，

$$OA \leftrightarrow AB\ (\text{或}A'B) = OB。 \tag{1.1}$$

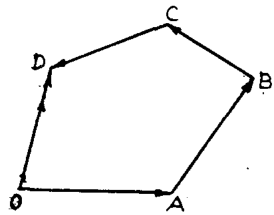
當數向量，無論其所示的爲位移、力、速度或加速度，加於物體，試求其向量和。平行移動各向量，依次使一尾與另一頭相接，則由最初向量尾至最末向量頭所作的向量，爲各向量的和。參照第1·2圖。蓋以

$$OA \leftrightarrow AB = OB,$$

$$OB + BC = OC,$$
$$OC + CD = OD,$$

各式兩側相加，得

$$OA + AB + BC + CD = OD。\tag{1·2}$$



第1.2圖

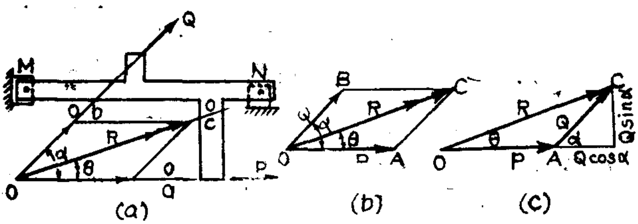
1·3. 平行四邊形及三角形定律

力以及其他有向量的合成及分解，可以**平行四邊形定律**(Parallelogram law)或**三角形定律**(Triangle law)求之。

A. 平行四邊形定律

如由一點引兩向量表示兩同點力的大小及方向，且以此兩向量爲邊作一平行四邊形，則由此點所引的對角線，爲表示兩力的合力大小及方向的向量。

例於第1·3圖(a)，P及Q爲作用於剛體MN的兩力。於(b)由任意點O引兩向量OA及OB表示P、Q力的大小及方向。作平行四邊形，因AC等於OB，且OC爲OA與AC兩向量之和，故OC示合力R的大小及方向。如O點取於P、Q作用線的交點O，如(a)，則對角線除表示合力的大小及方向外，復表示其作用線。



第1.3圖

B. 三角形定律

如依次接引兩向量表示兩同點力的大小及方向，且以此兩向量爲邊作一三角形，則由第一向量尾向第二向量頭所引的第三邊，爲表示兩力的合力大小及方向的向量。此爲由平行四邊形定律所

推出的三角形定律。

例於前圖(c)，OA及AC爲表示P、Q兩力的向量，則OC(非CO)爲OA與AC兩向量之和，故爲表示合力R的向量。三角形定律與平行四邊形定律實質相同，但其擴展及於兩力以上，成爲**力多邊形**(Force polygon)，常較平行四邊形定律爲便。

C．代數法

兩同點力的合力，除依前圖解法外，復可依代數法求之。參照前圖(c)，合力的大小可示以次式，

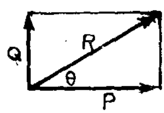
$$R=\sqrt{(P+Q\cos\alpha)^2+(Q\sin\alpha)^2}$$

簡化後，$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$。 (1·3)

R與P間的角爲θ，示以次式，

$$\tan\theta=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}。 \quad (1.4)$$

在一極重要的特殊情形，當兩力垂直，即$\alpha=90°$，如第1·4圖所示，

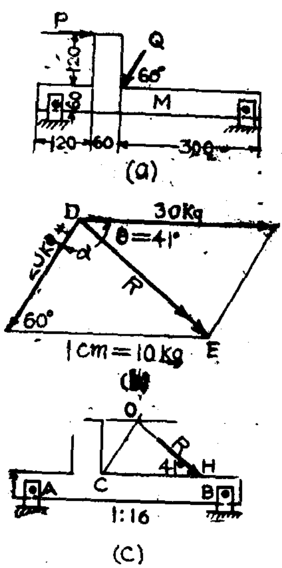


第1.4圖

$$\left.\begin{aligned} R&=\sqrt{P^2+Q^2}\\ \tan\theta&=\frac{Q}{P}。\end{aligned}\right\} \quad (1.5)$$

另一特殊情形，兩同點力平行。當兩力方向相同，即$\alpha=0$，則$R=P+Q$。當兩力方向相反，即$\alpha=180°$，則$R=P-Q$。

〔例題1·1〕於第1·5圖(a)，兩力P＝30公斤，Q＝20公斤，作用於一剛體M，試求其合力，即合力的大小、方向、及作用線。



第1.5圖

〔解〕 引兩力交於一點，作圖如（b），則DE爲其合力R，而

$$R=\sqrt{30^2+20^2+2\times30\times20\cos120^\circ}$$
$$=\sqrt{30^2+20^2-2\times30\times20\times\frac{1}{2}}$$
$$=\sqrt{700}=26.4\text{ 公斤。}$$

依正弦定理，$\dfrac{\sin\theta}{20}=\dfrac{\sin60^\circ}{26.4}$,

$$\sin\theta=\frac{20\times0.866}{26.4}=0.656,$$

故　　$\theta=41^\circ$，

或由X軸（圖中未示）正向所量之角 $\theta_x=319^\circ$。

力作用線的位置如（c），而C係Q力的施力點，

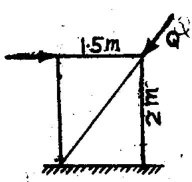
$$CH=12\tan30^\circ+12\cot41^\circ$$
$$=12\times0.577+12\times1.15=20.8\text{ 公分。}$$

〔答〕　$R=26.4$ 公斤，$\theta_x=319^\circ$，$CH=20.8$ 公分。

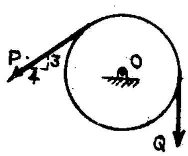
習　　題

1·1．加於第1·6圖所示物體的兩力P及Q，分別為20公斤及50公斤，試求其合力。

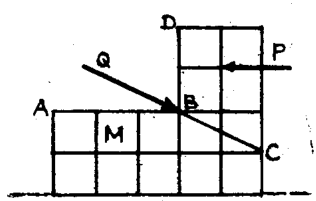
1·2．加於第1·7圖所示滑車(Pul ley)的兩力P及Q，分別為10公斤及4 公斤，試求其合力。



第1.6圖



第1.7圖



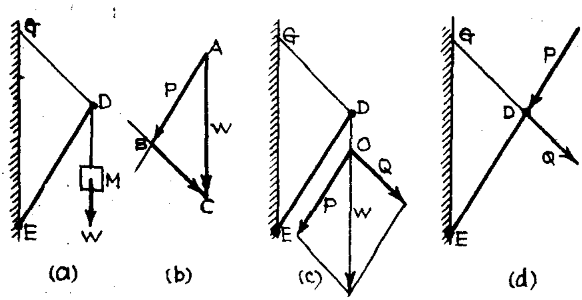
第1.8圖

1·3．第1·8圖所示的P、Q兩力作用於物體M，使其沿水平（如點線所示）運動。P、Q的大小分別為2公斤及$\sqrt{5}$公斤。試求一單力R以代替P、Q，使物體運動情形與P、Q兩力作用時相同。

1·4．力之分解

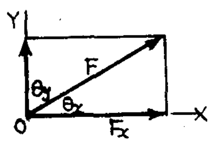
A．兩分力

分解一力爲兩分力，係前節所述方法的逆法。例於第1·9圖(a)，設W爲物體M的重量，試分解其沿DE與DG兩線的分力P與Q。於(b)，引向量AC表示W力的大小（依一定比例尺）及方向，作AB及CB分別與DE及DG平行，相交於B點，則AB及BC分別爲P及Q的兩向量，但非作用線。於(c)如M移去，加P、Q兩力於W作用線上任意點O，或(d)的D點，其作用與W相同。

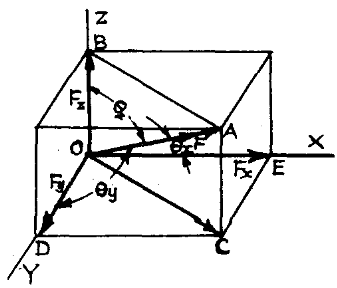


第1.9圖

分解一力爲兩互相垂直分力，極爲重要。於第1·10圖，一力F與X軸成θ_x角，與Y軸成θ_y角，X、Y兩向的分力



第1.10圖



第1.11圖

$$\left.\begin{aligned}F_x &= F\cos\theta_x \\ \text{及}\qquad F_y &= F\cos\theta_y\end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot 6)$$

B. 三分力

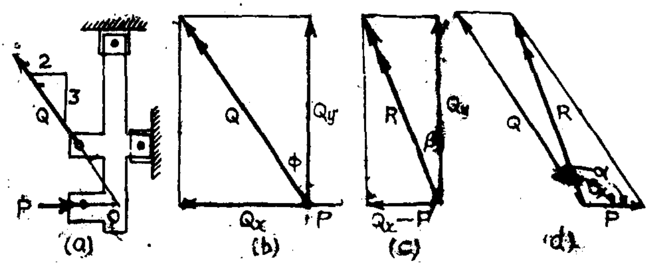
將一力分解爲互相垂直的三分力，常感便利。於第1·11圖，示以OA的F力，可分解爲兩互相垂直分力OB及OC，分力OC

復可分為兩互相垂直分力OD及OE。F 在X、Y、Z三向的分力分別為

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\cos\theta_x \\ F_y &= F\cos\theta_y \\ F_z &= F\cos\theta_z \end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot7)$$

式中 θ_x θ_y θ_z 分別為F 力與X、Y、Z 三軸所成的角。

〔**例題1·2**〕 第1·12圖 (a) 示P Q兩力作用於一物體，P=3 公斤，Q=12 公斤，試求其合力：(1)於O點分解Q為水平及垂直兩分力，繼求P與Q水平分力的合力，最後合併此合力與Q垂直分力，而為P、Q的合力。(2)依平行四邊形法。



第1.12圖

〔解〕 (1)參照圖 (b)，以 $sin\,\phi = \dfrac{2}{\sqrt{2^2+3^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$，$cos\phi = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$

$$Q_x = Q sin\phi = 12 \times \frac{2}{\sqrt{12}} = 6.66 \text{ 公斤},$$

$$Q_Y = Q\,cos\phi = 12 \times \frac{3}{\sqrt{13}} = 9.98 \text{ 公斤。}$$

P與 Q_x 的合力 $= 6.66 - 3 = 3.66$ 公斤。

參照圖 (c) 得合力

$$R = \sqrt{(3.66)^2 + (9.98)^2} = 10.6 \text{ 公斤},$$

$$tan\beta = \frac{Q_x - P}{Q_Y} = \frac{3.66}{9.98} = 0.367,\ \beta = 20°10'.$$

$$\theta_x = 90° + \beta = 110°10\text{。}$$

R的作用線自然經過圖 (a) 的0 點。

(2)參照圖（a），（d），$\tan\phi=\frac{2}{3}$，$\phi=33°40'$，由是$\alpha=90°+33°40'$。

故$\cos\alpha=-\sin 33°40'=-0.544$，及$\sin\alpha=\cos 33°40'=0.832$。由是

$$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}=\sqrt{12^2+3^2-2\times 12\times 3\times 0.544}$$

$$=\sqrt{113.1}=10.6 \text{ 公斤},$$

$$\tan\theta_x=\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}=\frac{12\times 0.832}{3-12\times 0.554}=-\frac{9.98}{3.65}=-2.73$$

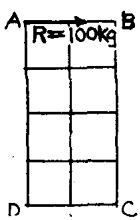
故 $\theta_x=110°10'$。

〔答〕R＝10.6 公斤，$\theta_x=110°10$。

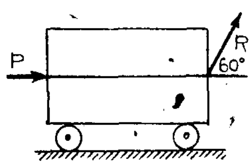
習 題

1·4. 試將第1·13圖所示R＝100 公斤的力分解爲兩分力，P沿BC作用，Q的作用線通過D點。

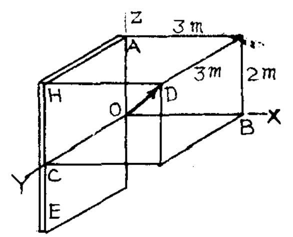
1·5. 一力R＝50公斤，作用於一車，如第1·14圖所示。如移去R，加以P＝50公斤的力，須再加何力始能使其與R的作用相同？



第1.13圖



第1.14圖



第1.15圖

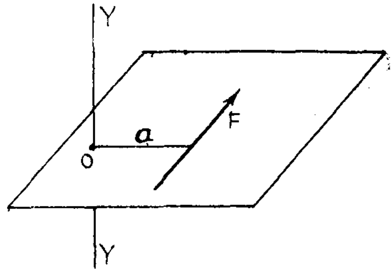
1·6. 第1·15圖的向量OD表示40公斤的力，作用於物體AE。試分解其沿各線OB、OC及OA的分力F_x、F_y及F_z。若物體AE擴大至包括D點，且各分力作用於D點，力對物體作用與以前相同否？

1·5. 力矩

A. 力矩

一力對於其作用線垂直的軸線（Axis）的**力矩**（Moment），爲此力的大小與其作用線至此軸線垂直距離的乘積。於第1.16圖，F力對YY軸的力矩爲Fa。力對於一軸線的力矩的實際意義，在

於此物體有繞此軸線廻轉的趨勢或廻轉。一力的力矩亦可認爲此力對於其面上一點O的力矩，O點稱爲**力矩心**(Moment center)，a爲**力矩臂**(Moment arm)。



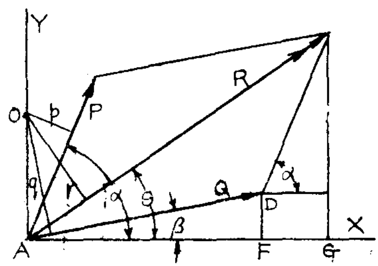
第1.16圖

對於一點力矩之號，如廻轉方向係逆時針向的，可認爲正，反之爲負。如於第1·16圖，F對於O點的力矩爲正。關於正負的規定，並非絕對的；但在一問題中，轉向相同的須用相同的號。

力矩既爲力與距離的乘積，故其單位於公制爲公斤公尺(kg-m)或公斤公分(kg-cm)。

B. 力矩原理

兩同點力的合力，對於在其面上任一點的力矩，等於此兩力對於此同點的力矩的代數和，此爲力矩原理，極爲重要。



第1.17圖

於第1·17圖設P、Q爲在A點的兩同點力，R爲其合力，O爲力所在面上任意一點，由此點至P、Q、R的垂直距離分別爲p、q、r。以A爲原點，作直角坐標軸AX及AY，而AY經過力矩心O，P、Q、R三力與AX軸所成的角，分別爲α、β、θ。由圖可知

$$AG = FG + AF,$$

即　$$R\cos\theta = P\cos\alpha + Q\cos\beta。$$

式兩邊乘以AO，得

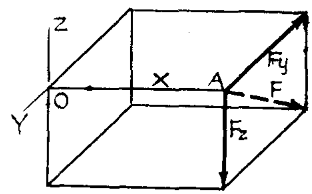
$$R \times AO\cos\theta = P \times AO\cos\alpha + Q \times AO\cos\beta。$$

但 $AO\cos\theta = r$, $AO\cos\alpha = p$, $AO\cos\beta = q$,

故 $Rr = Pp + Qq$。 (1·8)

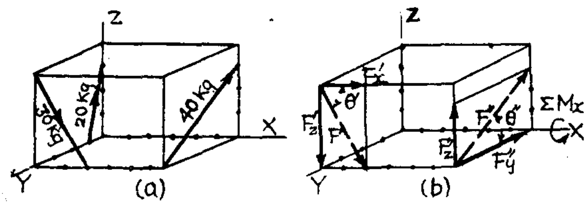
當求一力對於其面上一點（或對於經此點垂直此面的軸）的力矩,可在作用線上任何點分此力爲兩互相垂直分力;求此兩分力力矩的代數和，即爲此力的力矩。如此求力矩，有時極爲便利。

當求一力對於與其作用線不垂直之軸線的力矩，可將此力分解爲兩分力，一與力矩軸線垂直，一與力矩軸線平行;對此力矩軸線，後者無力矩，前者的力矩即爲原力的力矩。如於第1·18圖，F 的兩互相垂直分力爲 F_y 及 F_z，F 對於OZ軸的力矩爲 $M_z = F_y \times OA$，對於OY 軸的力矩爲 $M_y = F_z \times OA$。



第1.18圖

〔**例題**1·3〕 試求第1·19圖（a）所示30公斤及40公斤兩力對於X軸力矩的代數和。設圖中長度的單位爲一公尺。



第1.19圖

〔**解**〕 先分解30公斤及40公斤兩力爲兩互相垂直的分力，如（b),各分力 $F'_x = 30\cos\theta' = 30 \times \dfrac{2}{\sqrt{20}} = 13.4$ 公斤,

$F'_z = 30\sin\theta' = 30 \times \dfrac{4}{\sqrt{20}} = 26.8$ 公斤,

$F''_y = 40\cos\theta'' = 40 \times \dfrac{4}{5} = 32$ 公斤,

$F''_z = 40\sin\theta'' = 40 \times \dfrac{3}{5} = 24$ 公斤。