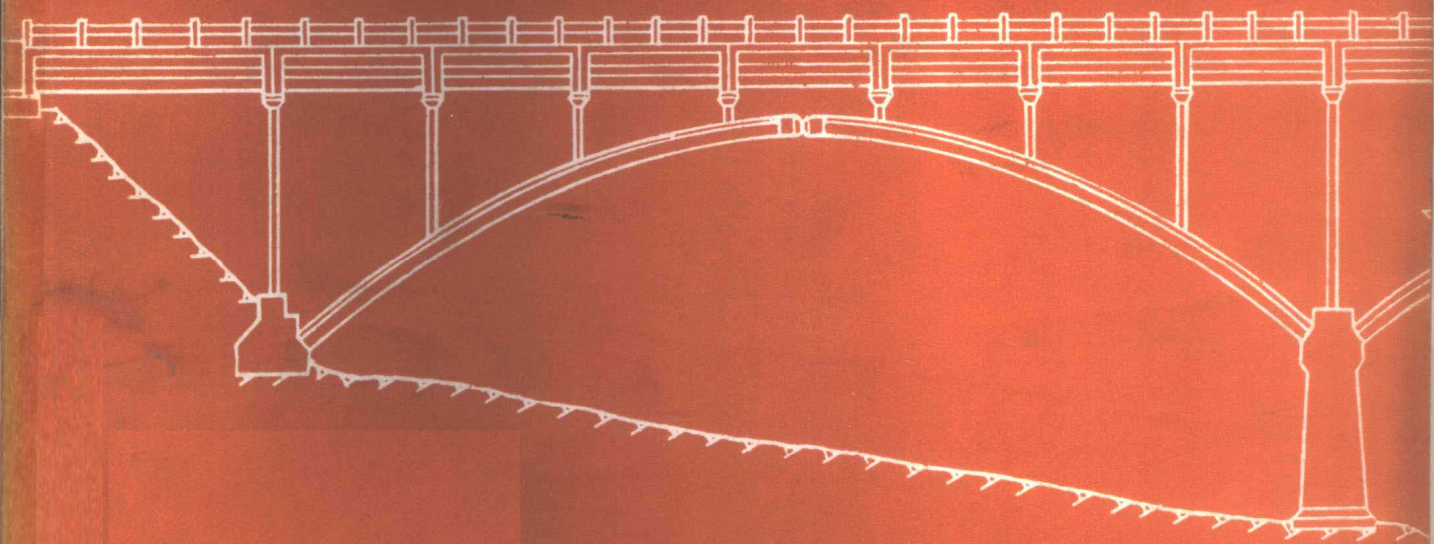


高等学校试用教材

# 结构力学

上册

大连工学院 天津大学 编



人民教育出版社

高等学校试用教材

# 结构力学

上册

大连工学院 天津大学编

人民教育出版社

本书是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科基础课力学教材会议讨论的结构力学教材编写大纲编写的。

全书共十二章,分上、下两册出版。上册共七章,主要阐述静定结构的内力计算、弹性结构的位移计算、力法原理及其在计算超静定刚架和桁架中的应用、用位移法计算刚架和连续梁、力矩分配法、结构影响线的绘制及其应用。下册共五章,主要阐述杆系结构矩阵位移法、超静定拱的内力计算、柔性支座结构的计算、弹性地基上梁的计算、结构动力计算,有关能量法的问题在附录中进行阐述。

本书可作为高等学校工科水利类各专业结构力学教材,也可供有关工程技术人员参考。

高等学校试用教材

## 结 构 力 学

上 册

大连工学院 天津大学编

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

\*

开本 787×1092 1/16 印张 20.5 字数 459,000

1980年2月第1版 1980年9月第1次印刷

印数 00,001—5,500

书号 15012·0241 定价 1.70 元

## 序 言

本书是根据一九七七年十一月教育部委托召开的全国高等学校工科基础课力学教材会议讨论的水利类专业用《结构力学》教材编写大纲、由大连工学院、天津大学合编的。

在编写本书时，注意了以下原则：吸取有关教材的长处，结合编者的教学经验，力图保持结构力学基本理论和方法的系统性，重视由浅入深和理论联系实际。同时考虑了电算技术在结构力学中的应用。

本书由大连工学院、天津大学两校的编写组负责编写，采用集体讨论、分工执笔的方式写成初稿，经审稿会议提出意见修改后，由通稿人统一定稿。

本书编写分工：大连工学院杨国贤（第一、二、三、四和附录），陈美珍（第九章），赵乃义（第十章），穆克明（第十二章）。天津大学赵祖武、张振衡（第五、六、七、十一章），刘兴业（第八章）。

本书的通稿人是杨国贤、张振衡。

本书的主审单位是华东水利学院、华北水利水电学院，参加审稿会的单位有清华大学、浙江大学、成都科学技术大学、武汉水利电力学院、郑州工学院等。这些兄弟院校的代表在审稿会上对初稿提出了宝贵意见，在此一并致谢。限于编者水平，本书还会有很多缺点和不妥之处，希望读者批评指正。

编 者

一九七九年九月

# 结构力学(上册)

## 目 录

序言		§ 4-6 成组未知力的应用	174
<b>第一章 绪论</b>	1	§ 4-7 力法计算超静定桁架和组合结构	179
§ 1-1 结构力学的任务	1	§ 4-8 单跨超静定梁载常数的计算	182
§ 1-2 结构计算简图及分类	1	§ 4-9 非荷载因素作用下超静定结构的计算	188
§ 1-3 荷载及其分类	4	§ 4-10 单跨超静定梁形常数的计算	193
§ 1-4 结构力学问题的几个方面	6	§ 4-11 超静定结构的位移计算及超静定结构计算的校核	196
§ 1-5 叠加原理	8	§ 4-12 超静定结构的特性	200
§ 1-6 计算方法	8	<b>第五章 位移法解超静定刚架</b>	205
<b>第二章 静定结构的内力计算</b>	10	§ 5-1 位移法的基本概念	205
§ 2-1 概述	10	§ 5-2 位移法的基本未知量	206
§ 2-2 结构的几何组成分析	10	§ 5-3 等截面直杆的转角位移方程	208
§ 2-3 多跨静定梁	18	§ 5-4 位移法解超静定刚架——无结点线位移情况	213
§ 2-4 静定平面刚架	29	§ 5-5 位移法解超静定刚架——有结点线位移情况	218
§ 2-5 三铰拱	40	§ 5-6 对称性的利用	222
§ 2-6 静定平面桁架	63	§ 5-7 用附加约束的方法建立位移法方程	227
§ 2-7 静定空间桁架	80	§ 5-8 位移法与力法的比较	239
§ 2-8 静定空间弯扭受力问题	85	§ 5-9 混合法的概念	240
§ 2-9 静定结构内力计算小结	91	<b>第六章 力矩分配法解连续梁及超静定刚架</b>	245
§ 2-10 刚体虚功原理及其在静定结构中的应用	96	§ 6-1 力矩分配法的基本概念	245
<b>第三章 弹性结构位移计算</b>	109	§ 6-2 几个名词及单结点情况的力矩分配	246
§ 3-1 位移计算概述	109	§ 6-3 力矩分配法解连续梁及无结点线位移的刚架	248
§ 3-2 变形体虚功原理	109	§ 6-4 力矩分配法解有结点线位移的刚架	254
§ 3-3 变形体虚荷载法的应用	112	§ 6-5 对称性的利用	266
§ 3-4 图乘法	119	§ 6-6 无剪力分配	271
§ 3-5 温度变化引起的位移	128	<b>第七章 影响线及包络图</b>	283
§ 3-6 关于位移计算的讨论	131	§ 7-1 影响线的概念	283
§ 3-7 弹性体系的几个互等定理	145	§ 7-2 静力法作简支梁的影响线	285
§ 3-8 关于变形体虚功原理的应用	148	§ 7-3 静力法作双伸臂静定梁的影响线	290
<b>第四章 力法</b>	153	§ 7-4 机动法作静定梁反力、内力的影	
§ 4-1 概述	153		
§ 4-2 选取力法基本结构	153		
§ 4-3 力法解一次超静定结构	156		
§ 4-4 力法解多次超静定结构	158		
§ 4-5 对称性的利用	168		

响线.....	293	§ 7-7 静力法作连续梁的影响线.....	307
§ 7-5 静止荷载作用下影响线的应用.....	297	§ 7-8 机动法作连续梁的影响线.....	309
§ 7-6 移动荷载作用下影响线的应用.....	300	§ 7-9 内力包络图.....	311

# 第一章 绪 论

## § 1-1 结构力学的任务

为了承受预定的荷载,用建筑材料按一定规则组成的物体都可称为结构,如水电站厂房、水闸、渡槽、墩式码头以及桥梁和房屋建筑等都是结构的实例。

结构一般可分为杆系结构、板壳结构和实体结构三大类。杆系结构同其他两种类型结构的区别在于:它是由若干杆件组成的,杆件的几何特征是杆件的长度远远大于其截面的宽度和厚度。

本书所指的结构,即狭义地指杆系结构。

材料力学研究外界作用对单个杆件的影响,即研究单个杆件的强度、刚度和稳定性。结构力学仍研究上述三方面的问题,但所考虑的对象则是由若干杆件组成的体系。当然,这种区分并不是绝对的,有些问题既可以属于材料力学、也可以属于结构力学的研究范畴。

无论进行强度、刚度或稳定性等任何一方面的研究,都和外界因素影响下结构所产生的内力紧密相关。因此研究各种结构的内力计算是结构力学的重要内容。

根据教学要求,结构力学的具体任务是:

1. 研究杆系结构的几何组成规律;
2. 在外界因素的影响下研究结构的反力、内力和位移的计算方法;
3. 研究结构的合理形式以使材料的力学性能得到充分的发挥。

杆系结构力学所用数学工具比较简单,而其适用范围则相当广泛。掌握了杆系结构力学的原理和方法,不仅能解决一般结构设计和施工中的力学问题,而且对于进一步研究结构力学也是一个良好的开端。

必须强调指出,结构的力学计算和设计是不可分割的,只是为了便于研究和掌握才人为地把它们分离开来。电子计算机的出现使结构的力学计算和设计日渐趋于统一。

## § 1-2 结构计算简图及分类

### 一、计算简图

结构计算简图是对真实结构进行抽象和简化,使其成为既能反映真实结构的主要特征、又便于力学计算的模型。在力学计算中,结构计算简图乃是真实结构的代表。同一种结构由于所考虑的各种因素以及采用的计算工具不同,所选取的计算简图自然有所差别。选取计算简图的原则为:

1. 抓住主要因素,舍弃次要因素,尽量反映结构的主要特征;
2. 与所采用的计算工具相适应,力求便于力学计算。

同一种结构由于具体情况不同,所选取的计算简图也会因之而异。例如,在初步设计中可选取较为简单的计算简图,在最后设计中可选取较为精确的计算简图;进行动力计算时,由于计算比较复杂,可选取较为简单的计算简图,进行静力计算时可选取较为精确的计算简图。此外,由于使用的计算工具不同,所选取的计算简图也就不同。例如,手算的计算简图可取得简单些,而电算的计算简图可取得复杂些。

选取结构计算简图十分重要,在进行结构设计之前要妥善地加以解决。正确地解决这个问题,要求有丰富的结构设计、施工经验和力学知识、对于结构力学的初学者,需要在今后学习和工作中逐步提高这方面的能力。随着对结构受力状态和变形状态以及结构内部的构造措施等有关知识的逐渐丰富,对于选取计算简图的问题将会得到进一步的解决。

## 二、杆系结构的简化

### 1. 杆件

杆系结构是由细而长的杆件组成的。通常杆件的长度大于它的横截面尺寸(宽度或厚度)五倍以上时,就可以作为杆系结构来考虑。杆件则用它的轴线来表示,杆件的长度用结点间的距离来计算。杆件的自重则近似地转移到轴线上。

### 2. 结点

杆件的交点称为结点。结点可以简化为两类:铰结点、刚结点。

#### (1) 铰结点

以平面铰结点为例,理想铰结点几何特征是各杆可以绕铰结点自由转动。它的相应的受力状态是在铰结点的杆端不存在转动约束作用,即不引起杆端力矩,只能产生杆端轴力和剪力。理想的铰结点用一个小圆圈表示(图 1-1a)。

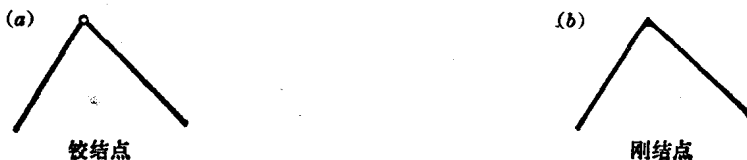


图 1-1

#### (2) 刚结点

以平面刚结点为例,刚结点的几何特征是当结点发生位移之后各杆不能绕结点作相对的转动,即各杆轴线间的夹角变形前后保持不变。刚结点的受力状态是结点对杆端有防止相对转动的约束力矩存在,即除产生杆端轴力和剪力以外,尚产生杆端力矩(图 1-1b)。

### 3. 支座

结构与基础相联结的部分称为支座。平面结构的支座可分为固定铰支座、可动铰支座、固定支座等三种。

#### (1) 固定铰支座

固定铰支座的几何特征是结构可以绕铰中心  $A$  点自由转动(图 1-2a),但  $A$  点不能作水平移动和竖向移动。固定铰支座的反力有两个未知量,即限制水平移动和竖向移动的约束反力  $X$  和



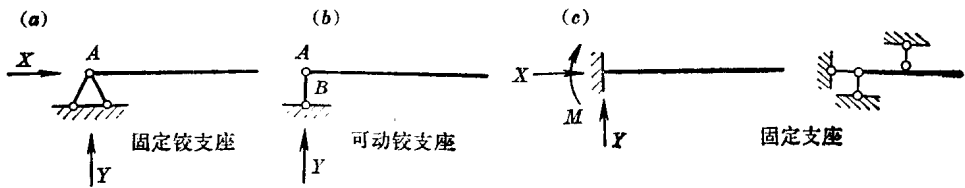


图 1-2

$Y$ 。这种支座可以用通过铰心的两根连杆来表示。

### (2) 可动铰支座

可动铰支座也叫滚轴支座(图 1-2b)。可动铰支座的几何特征是结构可以绕铰中心  $A$  自由转动,并可沿水平方向作微小移动但不能有竖向移动。可动铰支座的反力只有一个未知量,即竖向反力  $Y$ 。这种支座可以用一根连杆来表示。

### (3) 固定支座

固定支座(图 1-2c)的几何特征是结构与支座相联结处既不能发生转动,也不能发生水平和竖向移动。它的反力有三个未知量,即水平反力  $X$ 、竖向反力  $Y$ 、反力偶  $M$ 。这种支座可以用三根不交于一点的连杆来表示。

此外尚有定向支座、弹性支座等。

## 三、杆系结构的分类

今后所讨论的结构都是指一定的结构计算简图,所谓结构分类实际上是按结构计算简图分类。

常见的平面杆系结构有下列几种:

### 1. 梁

梁是一种最常见的结构,轴线常为直线,荷载垂直于梁轴,是一种以弯曲变形为主的结构(图 1-3a)。在荷载作用下,梁只产生弯矩和剪力。

### 2. 刚架

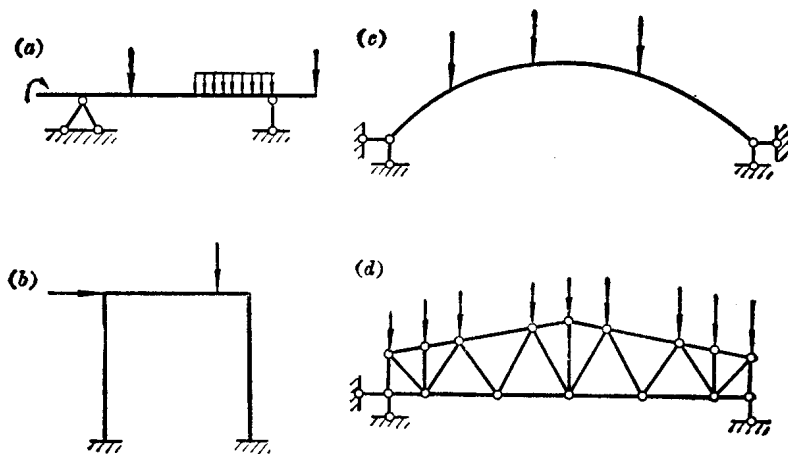


图 1-3

刚架是由直杆组成的, 结点大多数为刚结点(图 1-3b)。平面刚架也是以弯曲变形为主的结  
构, 在荷载作用下除产生弯矩和剪力外尚产生轴力。

3. 拱

拱的轴线多为曲线, 其特点是在竖向荷载作用下, 支座处有水平推力产生(图 1-3c)。在一  
定的条件下, 可以使拱以压缩变形为主, 拱的各截面主要产生轴力。

4. 桁架

桁架由直杆组成, 各结点假设为理想铰结点, 荷载作用在结点上(图 1-3d)。理想桁架的桁  
杆只产生轴向变形和轴力。

此外尚有悬索结构、组合结构等。

四、平面结构和空间结构

结构可分为平面结构和空间结构。杆件的轴线和所受外力都在同一平面内, 这样组成的结  
构称为平面结构。如上面所列举的梁、拱等均属平面结构。反之杆件轴线或外力两者之一若不  
在同一平面内则属于空间结构。实际结构多属于空间结构。图 1-4a 为真实结构示意图, 是常见  
的简单空间刚架。假设考虑纵向力  $P$  和横向力  $Q$  的作用。当力  $P$  单独作用时, 横梁  $AE$  和  $BF$  等  
基本上不受力, 因而可截取纵向刚架(图 1-4b)作为计算简图。当力  $Q$  单独作用时, 纵梁  $AB$ 、 $EF$   
等基本不受力, 因而可取平面刚架(图 1-3c)作为计算简图。把空间结构简化为平面结构是有条  
件的, 并不是所有空间结构都可简化为平面结构, 这要按照结构的具体构造、受力特征和几何特  
征等几方面综合加以考虑, 不能一概认为空间结构都可简化为平面结构。例如图 1-4a 中横向力  
 $Q$  不相等而且相差甚为悬殊时, 则不能按图 1-4c 的平面刚架考虑; 横向力  $Q$  虽然相等但和  $Q$  平  
行的各平面刚架尺寸不相同而且相差悬殊时, 则亦不能按图 1-4c 的平面刚架考虑。

当空间结构不能简化为平面结构时, 只能按空间结构来计算。

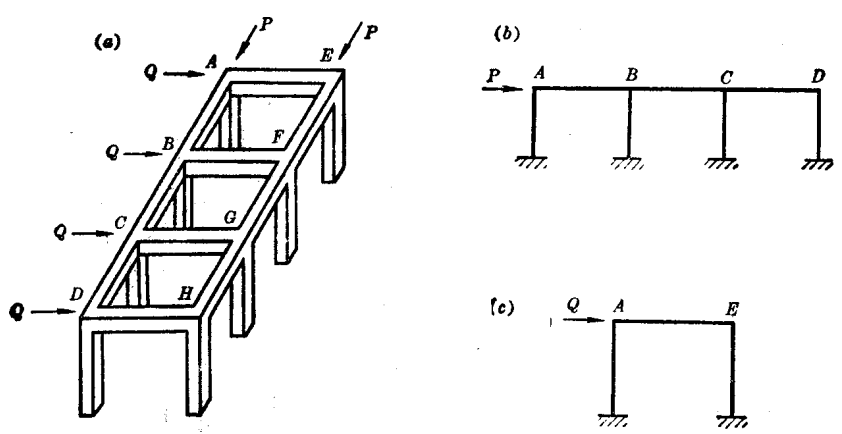


图 1-4

§ 1-3 荷载及其分类

荷载和支座反力都是结构的外力。外力可分为体积力和表面力两大类。体积力指的是结构自

重或惯性力等；表面力则是由其它物体通过接触面而传给结构的作用，如土压力、起重机的轮压力等。在杆系结构中把杆件简化为轴线，因此不管是体积力还是表面力都认为这些外力作用在杆件的轴线上。根据外力作用的具体情况，外力可近似地简化为集中荷载和分布荷载。分布荷载在杆系结构中用荷载的线分布集度来表示，即沿杆轴线单位长度上的作用力。本教材采用国际单位制。使每公斤(kg)的质量的物体产生的加速度为1米/秒<sup>2</sup>(m/s<sup>2</sup>)时所用的力称为1牛(N)。集中力的单位用牛(N)或千牛(kN)来表示；线荷载集度用牛/米(N/m)或千牛/米(kN/m)来表示。

在进行结构计算之前，必须确定结构所要承受的荷载。合理地确定荷载是正确地进行结构设计的重要前提之一。如过高估计荷载就会造成浪费；过低估计荷载又会使结构遭受破坏。荷载的计算是工程结构设计中的重要内容。在确定荷载时，通常要参考有关的“荷载规范”。对于特殊的结构物还要进行专门的荷载实验和研究。

结构可能承受各种类型的荷载，其分类如下。

### 一、按荷载作用时间的久暂来分类

#### 1. 恒载

恒载亦称永久荷载，指的是永久作用在结构上的荷载，如结构本身的自重以及其它固定在结构上的永久性设备等。设计重力坝时，坝的自身重量是维持坝体稳定的最重要的因素，其它永久性的建筑或设备如闸墩、闸门起闭机等重量也应包括在自重之内。在这点上，自重对于重力坝来说是积极的因素，但在其它情况下，自重是一种不需要但又不能避免的消极因素。例如大跨度的结构自重相当几倍于结构所应承担的有效荷载。如何改进建筑材料，研究合理的结构型式从而达到减轻结构的自重，这是结构设计中十分重要的问题。显然，结构自重与有效荷载的比值越小，则所设计的结构节约材料的效能就越高。

#### 2. 活载

活载亦称临时荷载，这种荷载不是永久作用在结构上的，它时而出现，时而消失。如装卸货物时起重机给予码头结构物的作用等。其它如列车荷载、人群、风雪等均属活载。

### 二、按荷载作用的性质来分类

#### 1. 静力荷载

静力荷载的特点是施加荷载时由零逐渐地增加到最后值，在这样的加载过程中结构不引起明显的加速度，因此认为没有惯性力发生。静力荷载又常称为静荷载。

#### 2. 动力荷载

动力荷载是相对于静力荷载而言的，它的大小、方向都可能随时间而改变。施加动力荷载的过程将引起结构运动状态的变化，因此产生加速度从而出现了惯性力。动力荷载对结构的作用和结构物的特性(如结构的刚度、自重等)有很大关系。风荷载、波浪压力，冰的动压力以及机器运动引起的荷载、地震时地面运动对建筑物引起的动力作用等都属于动力荷载的范围。

### 三、其他外界因素

除了上述荷载之外，结构还可能受到其它外界因素的影响，如温度改变、支座移动、材料的收

缩等都可能使结构产生变形或内力。

## § 1-4 结构力学问题的几个方面

结构力学所研究的问题,主要有以下几个方面。

### 一、力系平衡条件

在平衡力系作用下的结构,其运动状态将不发生变化。整个结构是由若干单元体组成的。结构整体处于平衡状态,则每个单元体也必须同样处于平衡状态。力系平衡的必要与充分条件是各力对于某一简化中心的主矢和主矩同时为零。如用方程表示,则有:

1. 空间力系的平衡条件为:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x=0, \Sigma F_y=0, \Sigma F_z=0 \\ \Sigma M_x=0, \Sigma M_y=0, \Sigma M_z=0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中  $x, y, z$  为互相垂直的三个坐标轴,如图 1-5a 或 b 所示。 $F_x, F_y, F_z$  分别表示各力对三个坐标轴的投影; $M_x, M_y, M_z$  分别表示各力对三个坐标轴的力矩。

2. 平面力系的平衡条件为:

$$\Sigma F_x=0, \Sigma F_y=0, \Sigma M=0 \quad (1-2)$$

式中  $M$  表示各力对平面中任意指定点的力矩(图 1-5c)。

上述的平衡条件对于取自结构中的每个隔离体都必须满足。这些隔离体可以是结构的整体也可以是结构的某一单元,至于单元可以是有限单元体,也可以是微分单元体。

在动力学中,结构产生运动状态的改变,即出现惯性力。这时结构物已不处于平衡状态,但根据达朗伯原理,把相应的质量与加速度相乘再加上负号,作为静力荷载加在结构上,然后即可引用平衡条件进行结构计算。

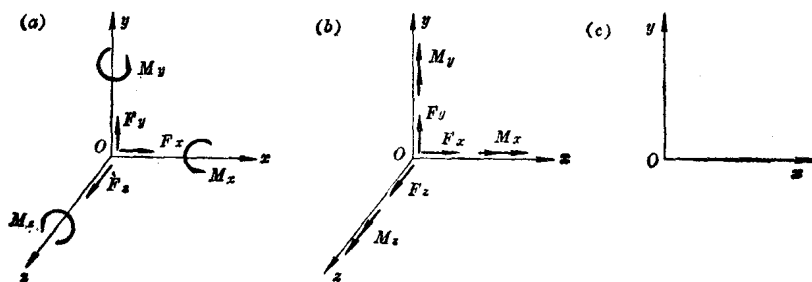


图 1-5

### 二、变形协调条件

结构在外界因素作用下将会发生变形。所谓变形即为结构物的形状和尺寸的改变,这些改变较之于结构本身的尺寸是十分微小的。结构物假设为连续体所组成,内部充满着密实的物质而无隙缝。若取隔离体把整个结构分割成若干单元体,则在结构发生变形前后,这种连续性始终保持,即每个单元体虽发生变形,但当它们重新组合时,彼此仍紧密联系在一起形成一个整体,这种现象称为变形协调条件或变形相容条件。变形协调条件是解决结构力学问题时必须满足的几

何条件。

### 三、物理关系

前面讲述了力系平衡条件和变形协调条件,前者研究的是结构的受力状态,后者研究的是结构的几何状态。这二者是彼此相关的,在受力和变形的过程中,它们彼此保持一定的关系。这种关系即所谓物理关系,通常可由实验或计算来确定。

下面以桁架中的桁杆为例来说明这种关系(图 1-6a)。当桁架受到外力作用后,桁杆产生变形的同时转移到新的位置。为了便于说明,可以把这些几何变化分解为先发生刚体位移然后产生轴向变形。设轴向变形为  $\lambda$ , 桁杆所受轴力为  $N$ ,  $\lambda$  是由于  $N$  产生, 同时随  $N$  而改变。对于不同的材料这种物理关系是不相同的, 它可能是非线性的, 也可能是线性的(图 1-6b 或 c)。后者是最简单的物理关系, 今后我们所研究的问题大部分是这种线性物理关系。

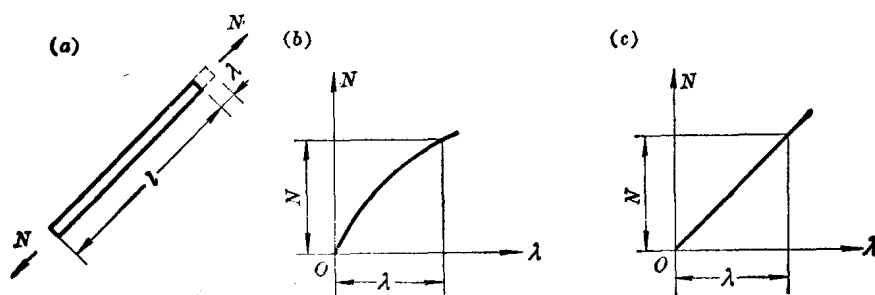


图 1-6

受力状态和几何状态的线性物理关系可表示为

$$N = k\lambda \quad (1-3)$$

式中的物理常数  $k$  称为杆件的刚度系数, 通过试验和计算可以求得。

公式(1-3)中的关系也可以推广到线性结构, 当结构上某处有静力  $P$  作用, 则与  $P$  相应的位移为  $\Delta$ ,  $\Delta$  是随着  $P$  而改变的, 在线性关系范围内, 外力  $P$  与位移  $\Delta$  的关系为

$$P = K\Delta \quad (1-3a)$$

式中  $K$  称为结构的刚度系数, 即单位位移所需要施加的相应外力。

以上物理关系也可以另一种形式来表达, 即

$$\Delta = \delta P \quad (1-4)$$

式(1-4)中的  $\delta$  称为结构的柔度系数, 即单位力所产生的位移。

由公式(1-3)和(1-4)得出

$$K\delta = 1 \quad (1-5)$$

公式(1-5)说明刚度系数和柔度系数是互为倒数的, 它们的相乘积为 1。

整个结构的受力平衡条件和变形协调条件, 不仅在结构内部要满足, 在结构与外界接触的边界同样要满足, 即满足边界提供的受力条件和几何条件。

如果上述这些条件在整个结构中完全满足, 则得到的解答就是唯一精确的解答; 若其中某一条件不能严格地满足, 则所得到的解答为近似解答。

## §1-5 叠加原理

叠加原理是小变形弹性结构计算中带有普遍性的原理。这个原理是近似的，它能使计算得到简化并能使计算的结果达到相当精确的程度。更合适的说法应该称为线性叠加法。其内容是：结构上各个因素共同作用的结果等于其中每个因素单独作用结果的总和。

叠加原理必须满足以下两个条件才能应用。

### 一、几何条件

小变形结构是我们研究的重点。当结构的变形与结构本身原始尺寸相比极为微小时称为小变形结构。处理这种小变形结构的方法又可分为两类，各有其适用的条件：

#### 1. 几何线性问题

处理这类小变形结构时，允许以变形前原始的尺寸作为计算的依据，即不考虑变形对外力的方向或作用点的影响。今后遇到的多属这种小变形的情况。这就造成在几何上进行线性叠加的条件。

#### 2. 几何非线性问题

当变形虽然很小，但彼此影响显著，不能按原始尺寸计算，而应该以变形后的尺寸作为依据，这就造成了几何非线性条件，从而使计算复杂化，不能进行线性叠加。在实际问题中也会遇到这种情况。

### 二、物理条件

现限于讨论弹性物体：

#### 1. 物理线性问题

结构是弹性体，而且服从虎克定律，即材料具备物理线性条件。我们今后遇到变形体多数属于这种情况。

#### 2. 物理非线性问题

结构是弹性体，但不服从虎克定律。这就造成了物理非线性的条件，不能进行线性叠加。这种情况今后遇到不多，但值得引起注意。

总之，叠加原理适用的条件为：变形很小，允许以变形前结构原始尺寸作为计算的依据；材料是服从虎克定律的弹性体。

## §1-6 计算方法

根据外力对结构所产生的内力与位移的关系，结构可分为线性与非线性结构两大类。本书研究的主要是线性结构，即叠加原理普遍适用。

计算从静定结构的反力和内力开始，只用平衡条件即可求得解答，并不涉及几何条件和物理关系。

结构位移的计算是结构计算的一个重要方面。在材料服从虎克定律而且属于几何线性的小变形的结构中，外力与位移总是呈现线性关系，叠加原理可以应用。

求解结构的位移纯属几何学问题,但如果借助变形体虚功原理,则在方法上可转化为力学中的平衡问题。

超静定结构的计算一般分为力法和位移法两种。

力法一般以静定结构作为计算的基础,通过一定的物理关系用多余未知力和外界因素来表示相应的位移,然后使这些位移满足一定的几何条件,从而求得多余未知力。所以力法又称为几何法。

位移法则以结构的结点位移为未知量,通过一定的物理关系将杆端力表示为杆端位移,然后利用与杆端相交的结点平衡条件求得这些杆端位移。所以位移法又称平衡法。

从上述可以看出,力法或位移法都是沿着力系平衡、变形协调和物理关系这三个方面来解决问题的。

上面讨论的这些计算方法称为经典的方法。

本书在保留经典方法的基础上,在取材方面既满足当前的需要又要适应今后的发展。在不削弱基本理论和方法的前提下,尽量渗入矩阵的应用以及数值计算的知识。

## 第二章 静定结构的内力计算

### § 2-1 概 述

用静平衡条件就可以求得反力和内力的结构都称为静定结构。本章研究静定结构的组成规则、内力分布及其受力性能等问题。除去用静平衡方程来计算静定结构的反力和内力外,还可以应用虚功原理。下面先叙述结构的几何组成分析,然后用静平衡方程计算各类静定结构的反力和内力,最后讨论虚功原理在静定结构中的应用。

### § 2-2 结构的几何组成分析

#### 一、几何组成分析的目的

在荷载作用下,结构将发生变形。如果变形较之结构原始尺寸甚小,则可略去变形,将结构抽象为刚体而按其原始尺寸进行计算。若干刚性构件可用各种理想联系,如铰或连杆,按一定规则组成为几何体系。在荷载作用下,这种几何体系要具备维持自身形状或位置的条件。凡能够维持自身形状或位置的几何体系称为几何不变体系,反之称为几何可变体系。

图 2-1a 所示的铰结四边形  $abcd$ , 受到某种干扰后可能变到虚线的位置, 所以这个体系在几何上是可变的, 故称为几何可变体系。如果加上一根对角斜杆  $cb$ , 就能成为几何不变的体系(图 2-1b)。

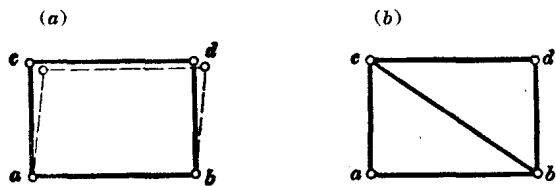


图 2-1

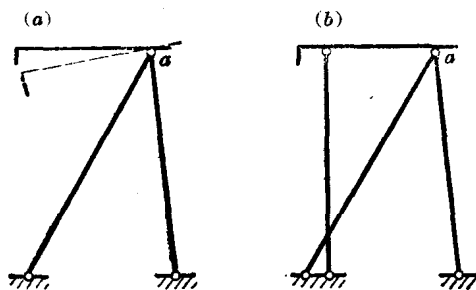


图 2-2

又如图 2-2a, 是高桩承台横向结构的一部分, 很明显这个体系的上部可以绕  $a$  点转动, 因而不能承受一般的外界荷载。为了使这个体系成为几何不变的, 只需再增加一根不通过  $a$  点的连杆(桩)即可(图 2-2b)。

一般讲来, 结构本身应该是几何不变的, 如闸门、飞机、船舶等结构。对于大多数水利或土建工程结构, 一般都要求和基础联结成整体, 所以结构本身尚需与基础组成为几何不变体系。

几何组成分析的重要目的之一是保证结构为几何不变体系。

#### 二、自由度与联系



## 1. 自由度

研究体系的几何组成时,可先计算其自由度。当体系运动时,用来确定其位置所需的独立几何参数的数目,就称为该体系的自由度。

如图 2-3a,  $A$  点可在平面内任意自由地改变位置,而确定  $A$  点在平面内的位置需要两个独立参数  $(x, y)$ 。因此,一个点在平面内的自由度等于 2。

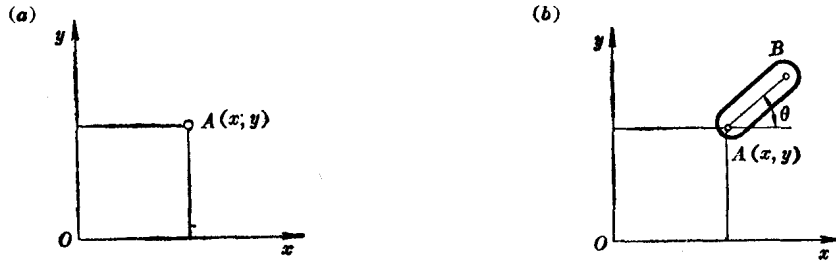


图 2-3

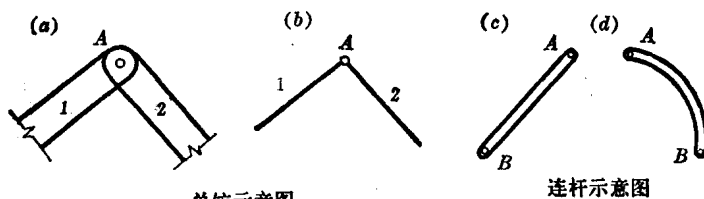
如图 2-3b, 一个构件在平面内的位置可由通过它上面的任意直线  $AB$  来确定。如前所述, 确定  $A$  点在平面内的位置需要两个独立参数  $(x, y)$ , 而当  $A$  点的位置被确定之后, 构件还可绕  $A$  点转动, 尚需要另一参数  $\theta$  (转角) 来最后确定  $AB$  直线的位置。因此, 一个构件在平面内的自由度等于 3。

## 2. 联系

凡是能够减少自由度的措施或装置都可称为联系(或称约束)。在我们讨论的问题中, 联系主要指理想铰或刚性连杆。

图 2-4a 表示联结两个平面构件所用的单铰示意图。1、2 两个构件可以绕  $A$  点自由转动, 不受任何摩擦作用。单铰的简图如图 2-4b 所示。可见, 两个平面构件用一个单铰联结, 它们在水平和竖直方向上相对移动的自由度被减去, 只剩下相对转动的自由度。因此, 一个单铰使平面内的体系减少两个自由度。

凡刚性构件, 不论直杆或曲杆, 只要两端具有两个铰(图 2-4c、d) 都称为连杆。如果在体系中的  $A, B$  二点增加一个连杆, 则其沿  $AB$  直线方向上的相对移动的自由度就被减去。所以一个连杆使体系减少一个自由度。



单铰示意图

图 2-4

连杆示意图

计算图 2-2b 所示高桩承台横向结构的自由度。切断三个连杆使横梁处于与基础分离的状态, 则得

$$\text{横梁的自由度} = 1 \times 3 = 3$$