

SPT 21世纪高等院校教材

工科类

高等数学

——及其教学软件

上册

上海交通大学
集美大学 编

科学出版社

高等数学

——及其教学软件

王 明

上海交通大学
数学系

上海人民

21 世纪高等院校教材(工科类)

高等数学

——及其教学软件

上册

科学出版社

北京

内 容 简 介

本教材根据国家教委 1995 年颁布的“高等数学课程教学基本要求”而编写. 本书分上、下两册, 上册内容是一元函数微积分和微分方程(共七章); 下册内容是多元函数微积分和级数(共五章). 书末还附有微积分应用课题、常用积分表和习题参考答案.

本书尽力把教学改革精神体现在教材中, 注重课程对学生的素质与能力的培养. 书中加强对数学概念与理论从实际问题的引入和从几何与数值方面的分析, 并增加了应用实例和习题; 加强计算机对教学辅助作用, 结合教学内容充分运用了数学软件, 每章后均有“演示与实验”, 并配有光盘; 注意“简易性”, 尽量做到通俗易懂, 由浅入深, 富于启发和便于学生自学.

本书可以作为高等工科院校工学、经济学等各专业“高等数学”教材, 也可作为教师及工程技术人员用书或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学: 及其教学软件 上册/上海交通大学, 集美大学编. —北京: 科学出版社, 2002

(21 世纪高等院校教材(工科类))

ISBN 7-03-010680-6

I. 高… II. ①上…②集… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 053332 号

责任编辑: 吕 虹/责任校对: 包志虹

责任印制: 安春生/封面设计: 黄华斌 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002 年 8 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2003 年 4 月第二次印刷 印张: 23 1/2

印数: 5001—8 000 字数: 399 000

定价: 28.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈路通〉)

《高等数学》编写组

组 长 杨敏之 林 熙

成 员 (按姓氏笔画为序)

王 铭 王承国 王昌金 付永钢

何 铭 陈贤峰 张 宪 林婉霞

咸进国 翁苏骏 曾羽群 储理才

主 审 孙薇荣

序

微积分是人类智慧最伟大的成就之一,它蕴藏着丰富的理性思维和处理连续量的方法.以微积分为主体内容的《高等数学》是大学中最重要的课程之一,它不仅为后继课程和科技工作提供了必备的数学工具,而且对学生科学素质的形成和分析解决问题能力的成长产生着重要而深远的影响.如何精选教学内容,通过知识点的传授揭示其概念和理论的本质、突出数学思维方法的培养、加强数学应用能力的训练,是近年来本门课程教学改革的核心内容,一批具有不同风格的革新教材业已面世.然而,不少普通高等院校仍感可供选择的适用教材品种不足,面对这种需要,在上海交通大学国家工科数学基地的倡导和支持下,由上海交通大学和集美大学一批有丰富教学经验的数学教师联合编写了这部教材.

本教材立足于普通高等院校和重点院校中部分专业的需要,合理地精选和安排了教学内容,力求恰当地处理数学发现与知识传授的关系,理论分析与实际应用的关系,归纳法与演绎法的关系,以提高学生的综合分析能力和创新能力.

本教材最突出的特点是在加强应用能力培养方面下了很大的功夫.对数学概念和理论,加强了从实际问题的引入和从几何与数值方面的分析,增加了不少实用的数学方法和颇为有趣的应用实例和习题,密切结合教学内容充分运用了数学软件,每章后均有“演示与实验”,附有“微积分应用课题”,并配有光盘.与传统教材相比,不少章节的面貌有了很大的变化,笔者认为着眼于加强应用能力的培养,为提高学生的综合分析能力和创新能力奠定良好的数学基础是普通高等院校高等数学课程教学改革的主攻方向,本书在这方面做出了显著的成绩.相信本书的出版必将进一步推动普通高等院校数学课程的教学改革,也为《高等数学》革新教材增添受到读者欢迎的新品种.

马知恩

2002年5月于西安交通大学

前 言

微积分是近代数学最伟大的成就. 由于它在各个领域的广泛应用, 以微积分为主要内容的“高等数学”成为大学中最重要的基础课程之一. 但是多年来在“高等数学”教学中, 存在偏重向学生传授微积分的概念、理论、运算规则和技巧, 忽略微积分的数学思想及它与实际的紧密联系的现象, 不够注重对于课程在学生的素质与能力的培养方面的积极作用.

进入 21 世纪, 教学内容和课程体系的改革在全国更加深入地开展. 一些思路比较新且包含有“数学实验”的新教材陆续出现, 对教学改革起到了积极的推动作用. 但是, 适合普通高等院校及重点院校中部分专业的新教材仍很缺乏. 在上海交通大学国家工科数学教学基地的大力支持下, 上海交通大学和集美大学的十几位数学教师查阅了国内外的一批教材和资料, 参照国家教委 1995 年颁布的“高等数学课程教学基本要求”, 经过反复研讨, 合作编写了这本教材. 我们尽力把改革设想和思路体现在教材中, 本教材有下列特点:

1. 从实际问题出发, 引入数学概念和理论. 让学生体会到微积分是来源于实际, 又能指导实际的一种思维创造. 在教材中我们尽量从不同方面多给出实际例子并加入简单的数学模型, 让学生初步体会到微积分与现实世界中的客观现象有密切联系; 在习题中也适当加大应用问题的比例, 书后还附有“微积分应用课题”, 以便学生在课程结束时能尝试利用所学微积分知识来分析和解决一些简单的实际问题.

2. 合理调整和安排教材中的概念与理论、方法与技巧和应用与实践这三部分内容; 加强从几何和数值方面对数学概念的分析, 从多方面培养学生的理性思维; 增加介绍用表格和图形表示的函数及其运算, 注意克服偏重分析运算和运算技巧的倾向; 加强实践环节, 重视应用能力的培养.

3. 随着计算机技术的发展, 数学教学从传统的自然科学传授走进了与计算机技术和软件相结合的教学过程. 本教材引入 Mathematica 教学软件, 它发挥了教学辅助的作用. 在每一章后附有“演示与实验”, 一方面通过数学软件的直观演示加深学生对一些重要的概念和定理的理解, 另一方面让学生学习使用数学软件 Mathematica 进行各种运算、绘制图形和完成应用课题, 培养学生的动手能力, 使学生有机会尝试利用数学知识和计算机软件解决实际问题.

4. 本教材注意“简易性”, 尽量做到通俗易懂, 由浅入深, 富于启发, 便于学生自学.

总之, 本教材力求恰当地处理归纳法与演绎法、数学的发现与知识的传授、加强实际应用与理论分析能力的培养之间的关系, 以提高学生的综合分析能力和创新能力.

本教材内容覆盖面比较广, 教师可根据不同专业特点进行取舍. 课内教学约需 144~162 学时, 建议可在课外再安排 14~18 学时上机实验.

本教材附有“演示与实验”光盘, 内容有: (1) 数学软件 Mathematica 4.0 介绍; (2) 各章“演示与实验”教学内容; (3) “微积分应用课题”的题目及部分解答. 该光盘可以与本教材配套使用, 也可以单独作为高等数学“演示与实验”课使用.

本教材在编写过程中得到上海交通大学国家工科数学教学基地领导、叶中行教授、西安交通大学马知恩教授的关心和支持, 上海交通大学和集美大学的数学老师们根据教学实践经验为教材编写提出了很好的意见和建议并给予很多帮助, 在此一并表示衷心的感谢.

由于时间仓促, 加上教材改革尚处于尝试阶段, 教材中必定存在不少问题. 热忱希望各位专家、教师、学生提出宝贵意见. E-mail: mathpo@sjtu.edu.cn jcb@jmu.edu.cn

编 者

2002 年 5 月

致 学 生

当你拿到新的“高等数学”课本,你一定想知道为什么要学这门课程?能学到些什么?怎么学?下面让我们介绍一下.

首先,学好本课程非常重要.为什么呢?

杰出的数学家、被人们称为“计算机之父”的冯·诺伊曼(John Von Neumann)说过“微积分是近代数学中最伟大的成就,对它的重要性无论作怎样的估计都不会过分.” 300 多年前,英国数学家牛顿(Newton)、德国数学家莱布尼茨(Leibniz)等受天文学方面问题的启发,提出了微积分的概念.由于它在物理学、工程学、生物学、经济学和社会学等各个领域的愈来愈广泛的应用,以微积分为主要内容的“高等数学”成为大学中最重要的基础课程之一.大部分专业的学生在大学一年级都要学习这门课程.它不仅是后续课程的基础,而且在培养大学生的素质和能力方面起着重要的作用.特别是进入 21 世纪,科学技术的发展和现代化的管理对大学生数学素质的要求越来越高,因此学好这门课程对于大学生将来的发展非常重要.

本课程主要学些什么呢?

“高等数学”主要学习微积分学,上册内容包括一元函数微积分和微分方程;下册内容包括多元函数微积分和级数.微积分学研究的是变化的量.由于客观世界大量的问题都涉及变化的量,因此,人们迫切需要解决两大问题:(1)如何求这些不断变化着的量的变化率?(2)对于这些不断变化着的量如何求它们在某个范围内的和?前者是微分学要解决的问题,后者是积分学要解决的问题.微积分学的理论基础是极限,而极限的概念在中学已经学过,因此,入门并不困难.

微分学和积分学的方法可以解决互逆的问题.例如一物体作变速直线运动,设在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内物体运动的路程函数为 $s(t)$,由于速度是不断变化的,想用初等数学的方法求物体在每一时刻的速度 $v(t)$ 很困难,但微分学能解决这个问题;同样,若已知物体作变速直线运动的速度函数 $v(t)$,积分学可以解决“物体在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内走过的路程”的问题.当然,微积分学不仅仅是这些,其内容非常丰富,比如,微分学可以解决求曲线在某一点处切线问题、积分学可以用于求初等数学无法解决的一些图形的面积问题等等.当你学完这门课程,你一定会觉得站在了一个更高的起点上.

怎样才能学好这门课程呢?

这里我们提几点建议:

1. 注意理解课本中介绍的重要概念. 本教材中的每一个重要概念都从实际例子引入, 要认真阅读这些例子, 这对于理解这些概念会有帮助. 要善于借助几何知识直观领会这些概念的意义, 这样你就不觉得这些概念抽象了.

2. 掌握微积分运算的基本方法. 这些方法是很有用的. 教材中每一节后面的习题分为 A 类和 B 类, A 类是最基本的要求, B 类具有提高的性质, 完成一定数量的练习是必须的.

3. 注意微积分与实际问题联系. 教材中有许多实际例子, 书末还附有微积分应用课题. 尝试用学过的方法解决一些简单的应用问题, 对于提高你的解题能力很有帮助.

4. 认真阅读每一节教材后面的“演示与实验”, 并打开光盘观看有趣的演示. 这对于你理解教材中一些概念和定理很有帮助. 当你学会使用数学软件 Mathematica 时, 一定会觉得如虎添翼, 因为数学软件强大的功能, 将使你在进行各种计算、绘制漂亮的图形和完成应用课题方面得心应手.

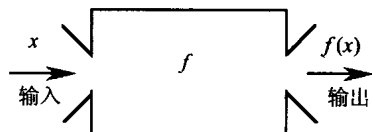
5. 学会自学, 培养自主学习的能力. 这是科学技术飞速发展的新时代对大学生的要求. 本教材通俗易懂, 相信通过自学, 再认真听课一定能达到好的学习效果.

编 者

2002 年 5 月

目 录

序
前言
致学生



第一章 函数与模型 (1)

1.1 函数 (1)

1.1.1 函数的概念 (1)

1.1.2 函数的表示法 (3)

1.1.3 函数的几种特性 (6)

1.1.4 基本初等函数及其特性 (9)

习题 1.1 (12)

1.2 由已知函数产生新的函数 (14)

1.2.1 平移与伸缩 (14)

1.2.2 函数的四则运算 (15)

1.2.3 函数的复合 (16)

1.2.4 反函数 (17)

1.2.5 初等函数 (19)

习题 1.2 (20)

1.3 简单数学模型举例 (21)

习题 1.3 (28)

1.4 演示与实验 (30)

习题 1.4 (37)

第二章 函数极限与连续 (39)

2.1 极限 (39)

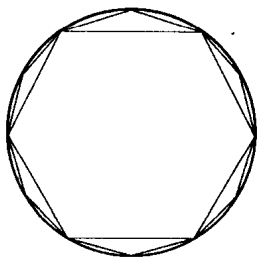
2.1.1 数列的极限 (39)

2.1.2 函数的极限 (44)

2.1.3 函数的左极限与右极限 (49)

2.1.4 极限的性质 (51)

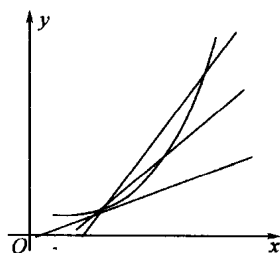
2.1.5 极限的运算法则 (51)

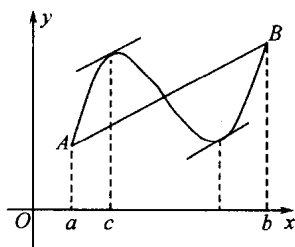


习题 2.1	(54)
2.2 两个重要极限	(56)
习题 2.2	(59)
2.3 无穷小量与无穷大量	(60)
2.3.1 无穷小量	(60)
2.3.2 无穷大量	(61)
2.3.3 无穷小量的阶的比较	(62)
习题 2.3	(64)
2.4 函数的连续性	(65)
2.4.1 函数的连续性与连续函数	(65)
2.4.2 函数的间断点	(68)
2.4.3 闭区间上连续函数的性质	(69)
习题 2.4	(71)
2.5 演示与实验	(74)
习题 2.5	(76)

第三章 导数与微分

3.1 导数	(77)
3.1.1 导数概念的引入	(77)
3.1.2 导数的定义	(79)
3.1.3 可导与连续的关系	(83)
习题 3.1	(84)
3.2 导函数	(86)
3.2.1 导函数定义	(86)
3.2.2 高阶导数	(90)
习题 3.2	(92)
3.3 求导法则	(94)
3.3.1 四则运算	(94)
3.3.2 复合函数求导法	(97)
3.3.3 隐式求导法	(100)
3.3.4 由参数方程表示的函数的导数	(105)
习题 3.3	(107)
3.4 微分	(110)





3.4.1 微分的定义 (110)

3.4.2 线性近似和近似计算
..... (112)

3.4.3 牛顿法简介 (113)

习题 3.4 (115)

3.5 演示与实验 (116)

习题 3.5 (122)

第四章 微分中值定理和导数的应用

..... (124)

4.1 微分中值定理 (124)

4.1.1 罗尔中值定理 (124)

4.1.2 拉格朗日中值定理 ... (125)

4.1.3 柯西中值定理 (128)

习题 4.1 (128)

4.2 洛必达法则 (129)

4.2.1 关于 $\frac{0}{0}$ 型及 $\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式
的洛必达法则 (130)

4.2.2 其他类型的不定式 ... (132)

习题 4.2 (135)

4.3 函数的单调性与凸性
..... (136)

4.3.1 函数单调性及其判别法
..... (136)

4.3.2 函数的凸性与曲线的拐
点 (140)

习题 4.3 (143)

4.4 极值与优化 (144)

4.4.1 函数的极值 (144)

4.4.2 函数的最大、最小值
..... (148)

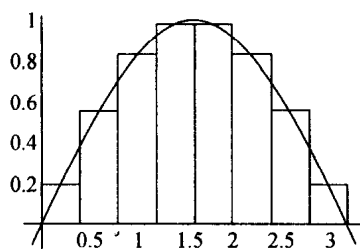
4.4.3 最优化问题 (149)

习题 4.4 (152)

4.5 不等式的证明 (154)

4.5.1 利用微分中值定理证明
不等式 (154)

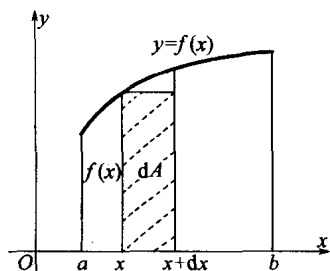
4.5.2 利用函数的单调性证明
不等式 (155)



4.5.3 利用函数的极值与最值	
证明不等式	(156)
4.5.4 利用函数图形的凸性证	
明不等式	(157)
习题 4.5	(157)
4.6 变化率问题	(158)
4.6.1 相关变化率	(158)
4.6.2 平面曲线的曲率	(161)
习题 4.6	(169)
4.7 导数在经济学中的应用	
	(170)
4.7.1 边际与边际分析	(170)
4.7.2 弹性与弹性分析	(172)
习题 4.7	(175)
4.8 演示与实验	(176)
习题 4.8	(180)

第五章 积分 (181)

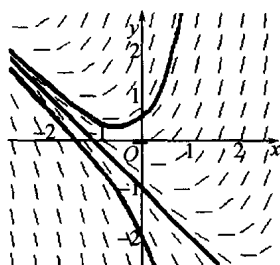
5.1 定积分的概念与基本性	
质	(181)
5.1.1 典型例子	(181)
5.1.2 定积分的定义	(183)
5.1.3 定积分的基本性质	(185)
习题 5.1	(188)
5.2 原函数与微积分基本定理	
	(189)
5.2.1 原函数与变上限积分	
	(189)
5.2.2 牛顿-莱布尼茨公式	
不定积分	(191)
习题 5.2	(194)
5.3 基本积分法	(194)
5.3.1 基本积分表	(195)
习题 5.3.1	(197)
5.3.2 第一类换元法	(198)
习题 5.3.2	(204)
5.3.3 第二类换元法	(205)
习题 5.3.3	(211)



5.3.4 分部积分法	(212)
习题 5.3.4	(216)
* 5.3.5 数值积分简介	(216)
习题 5.3.5	(222)
5.4 反常积分	(222)
5.4.1 无限区间上的反常积分	(223)
5.4.2 无界函数的反常积分	(226)
习题 5.4	(228)
5.5 演示与实验	(229)
习题 5.5	(233)

第六章 定积分的应用

6.1 平面图形的面积	(234)
6.1.1 元素法	(234)
6.1.2 平面图形面积	(235)
习题 6.1	(240)
6.2 体积	(242)
6.2.1 平行截面面积为已知的 立体体积	(242)
6.2.2 旋转体的体积	(245)
习题 6.2	(251)
6.3 平面曲线的弧长	(252)
习题 6.3	(254)
6.4 旋转曲面的表面积	(255)
习题 6.4	(257)
6.5 物理上的应用	(258)
6.5.1 功	(258)
6.5.2 液体的静压力	(262)
习题 6.5	(264)
6.6 其他应用举例	(267)
6.6.1 由边际函数求原函数	(267)
6.6.2 收入流和支出流的现值 与将来值	(268)
6.6.3 消费者剩余和生产者剩 余	(270)



6.6.4 人体血流量的计算 … (272)

6.6.5 人体心脏输出的血液量
的测量 …………… (272)

习题 6.6 …………… (274)

6.7 演示与实验 …………… (275)

习题 6.7 …………… (277)

第七章 微分方程 …………… (279)

7.1 微分方程的基本概念
…………… (279)

习题 7.1 …………… (281)

7.2 一阶微分方程 …………… (281)

7.2.1 变量可分离的微分方程
…………… (281)

7.2.2 齐次微分方程 …………… (283)

7.2.3 一阶线性微分方程 … (284)

7.2.4 欧拉法 …………… (286)

习题 7.2 …………… (290)

7.3 一阶微分方程的应用举例
…………… (291)

习题 7.3 …………… (294)

7.4 高阶微分方程的降阶法
…………… (296)

7.4.1 $y'' = f(x)$ 型的微分方程
…………… (296)

7.4.2 $y'' = f(x, y')$ 型的微分
方程 …………… (297)

7.4.3 $y'' = f(y, y')$ 型的微分
方程 …………… (297)

习题 7.4 …………… (298)

7.5 二阶线性微分方程解的结
构 …………… (299)

7.5.1 二阶线性齐次微分方程
解的结构 …………… (299)

7.5.2 二阶线性非齐次微分方
程解的结构 …………… (301)

习题 7.5 …………… (302)

7.6 二阶常系数线性微分方程

.....	(302)
7.6.1 二阶常系数线性齐次微 分方程的解法	(303)
7.6.2 二阶常系数线性非齐次 微分方程的解法	(305)
习题7.6	(308)
7.7 二阶微分方程的应用举例	(309)
7.7.1 导弹追踪飞机问题 ...	(310)
7.7.2 弹簧振动问题	(311)
习题 7.7	(314)
7.8 演示与实验	(315)
习题 7.8	(318)
微积分应用课题	(319)
附录:积分表	(326)
习题参考答案	(336)