

21 世纪 高等学校本科系列教材

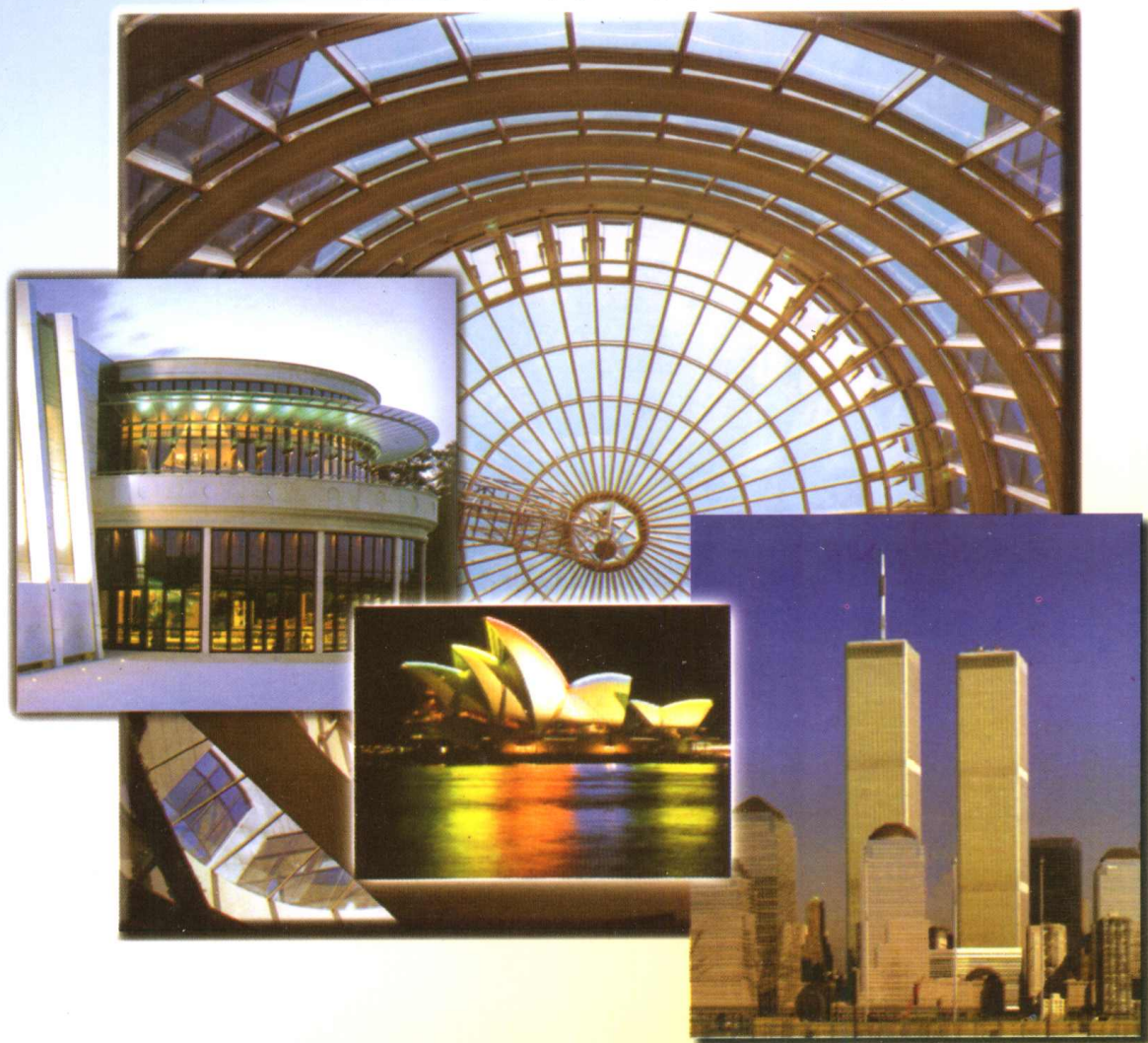
总主编 罗固源

材料力学

(12)

武建华 主 编

郑辉中 古 滨 副主编



重庆大学出版社

213

7B-1-21
10/2

材 料 力 学

武建华 主编

郑辉中 古滨 副主编



A1026006

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是根据国家教委判定的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求”和“土木工程专业材料力学教学大纲”(多学时)编写的,以 80 学时档次为主(另加 20 学时的选修课),也可供 60 学时及 40 学时档次选用。本书适合作为高等工业学校土木建筑类专业材料力学教材。

全书内容包括:绪论、轴向拉伸与压缩、剪切、扭转、平面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力应变状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定问题、能量法、动荷载、考虑材料塑性的强度计算及开口薄壁杆件等 16 章及 3 个附录。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/武建华主编. —重庆:重庆大学出版社,
2002.3

土木工程专业本科系列教材

ISBN 7-5624-2372-5

I. 材... II. 武... III. 材料力学-高等学校-教材
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 098837 号

材 料 力 学

武建华 主编

郑辉中 古 滨 副主编

责任编辑 梁 涛 田 妮

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆华林印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:26.75 字数:667 千

2002 年 3 月第 1 版 2002 年 3 月第 1 次印刷

印数:1—6 000

ISBN 7-5624-2372-5/TB·20 定价:36.00 元

前 言

本书是高等院校土木工程专业系列教材之一,是根据国家教委制定的高等工业学校“材料力学课程教学基本要求”和“土木工程专业材料力学教学大纲”编写的,适合作为高等工业学校土木建筑类各专业的材料力学教材,也可供非土木建筑类专业使用。

书中的主要符号、术语等完全采用国家标准。本书内容丰富,定位适中,既突出了基本概念和基本理论,又注重了内容上的拓宽和更新;既力求用较少的课时完成基本要求,又为各种不同的需要提供了较大的选择余地,同时加强了工程概念和工程应用的内容。

本书编写分工为:郑辉中编写第4,7章,古滨编写第6,11,14章,李双蓓编写第8,13章,宋曦编写第3,10章,徐建曼编写第2,5章,刘德华编写第9,12章,武建华编写第1,15,16章。由武建华主编,郑辉中、古滨副主编。

全书经大纲审定,初稿传阅,讨论,修改,最后由主编统纂修改定稿。

在本书编写过程中,重庆大学土木工程学院给予了大力支持和帮助。王达淦、熊辉和张国彬同学绘制了大部分章节的插图,在此,表示衷心感谢。

限于编者水平,本书难免存在缺点和不妥之处,深望教师 and 读者批评指正。

2001年12月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 什么是材料力学	(1)
1.2 材料力学的基本假设	(2)
1.3 材料力学的研究对象	(3)
1.4 杆件受力与变形的形式	(4)
1.5 材料力学中的几个基本概念	(5)
习题	(9)
第 2 章 轴向拉伸与压缩	(10)
2.1 轴向拉伸与压缩的概念及实例	(10)
2.2 拉压杆的内力及内力图	(10)
2.3 拉压杆截面上的应力	(14)
2.4 基本公式 $\sigma = F_N/A$ 的适用条件·应力集中的 概念	(16)
2.5 拉压杆的变形·虎克定律	(18)
2.6 材料在拉伸和压缩时的力学性质	(21)
2.7 拉压杆的强度计算	(27)
2.8 拉压杆的超静定问题	(31)
习题	(37)
第 3 章 剪切	(43)
3.1 剪切概念及实例	(43)
3.2 剪切实用计算	(44)
3.3 挤压实用计算	(45)
3.4 纯剪切的应力应变关系	(50)
习题	(54)
第 4 章 扭转	(58)
4.1 概述	(58)
4.2 轴的内力—扭矩及扭矩图	(59)
4.3 圆轴扭转时的应力与变形	(62)

4.4 圆轴扭转的强度条件和刚度条件	(69)
4.5 非圆截面杆的自由扭转	(73)
习题	(78)
第5章 平面图形的几何性质	(86)
5.1 形心和静矩	(86)
5.2 惯性矩和惯性积	(88)
5.3 惯性矩和惯性积的平行移轴公式	(90)
5.4 惯性矩和惯性积的转轴公式	(92)
5.5 回转半径	(95)
习题	(97)
第6章 弯曲内力	(101)
6.1 平面弯曲的概念与梁的分类	(101)
6.2 梁的内力——剪力和弯矩	(103)
6.3 剪力图与弯矩图	(109)
6.4 荷载、剪力和弯矩之间的关系	(114)
6.5 用叠加法绘内力图	(119)
6.6 其他静定结构的内力图	(122)
习题	(126)
第7章 弯曲应力	(132)
7.1 弯曲正应力	(132)
7.2 梁的弯曲正应力强度计算	(137)
7.3 梁的弯曲切应力及其强度计算	(143)
7.4 梁的合理设计	(153)
7.5 非对称截面梁的平面弯曲·弯曲中心	(157)
习题	(160)
第8章 弯曲变形	(169)
8.1 概述	(169)
8.2 梁的挠曲线近似微分方程及其积分	(170)
8.3 计算弯曲变形的奇异函数法	(176)
8.4 利用叠加原理计算弯曲变形	(178)
8.5 梁的刚度条件	(181)
8.6 简单静不定梁	(183)
习题	(187)
第9章 应力、应变状态分析	(194)
9.1 应力状态的概念	(194)
9.2 平面应力状态分析	(196)
9.3 三向应力状态的最大应力	(204)

9.4	广义虎克定律·体应变	(205)
9.5	复杂应力状态下的应变比能	(210)
9.6	平面应力状态下的应变分析	(212)
	习题	(216)
第 10 章	强度理论	(220)
10.1	概述	(220)
10.2	断裂强度理论	(221)
10.3	屈服强度理论	(222)
10.4	莫尔强度理论	(223)
10.5	强度理论的发展	(226)
10.6	强度理论的应用	(227)
	习题	(233)
第 11 章	组合变形	(236)
11.1	概述	(236)
11.2	斜弯曲(弯曲组合)	(237)
11.3	弯扭组合变形	(241)
11.4	弯拉(压)扭组合变形	(244)
11.5	偏心拉(压)与截面核心	(246)
	习题	(250)
第 12 章	压杆稳定问题	(258)
12.1	概述	(258)
12.2	两端铰支细长压杆的欧拉临界力	(260)
12.3	杆端约束的影响	(263)
12.4	临界应力曲线	(266)
12.5	压杆稳定性的校核	(269)
* 12.6	有初弯曲的弹性压杆·佩里公式	(274)
	习题	(276)
附表	轴心受压钢结构构件的稳定系数	(280)
第 13 章	能量法	(283)
13.1	弹性应变能与功能原理	(283)
13.2	杆件的应变能计算	(283)
13.3	互等定理	(294)
13.4	余能概念及卡氏第一定理	(296)
13.5	卡氏第二定理及其应用	(299)
* 13.6	最小势能原理	(303)
	习题	(307)

第 14 章 动荷载	(313)
14.1 概述	(313)
14.2 惯性荷载	(313)
14.3 冲击荷载	(318)
14.4 周期性荷载	(324)
14.5 材料与构件的疲劳极限	(327)
14.6 疲劳强度计算	(330)
习题	(332)
* 第 15 章 考虑材料塑性的强度计算	(338)
15.1 概述	(338)
15.2 杆件受轴向荷载时的极限分析	(339)
15.3 圆轴扭转时的极限分析	(342)
15.4 梁弯曲的极限分析	(344)
习题	(351)
* 第 16 章 开口薄壁杆件	(355)
16.1 概述	(355)
16.2 截面的扇性几何量	(356)
16.3 开口薄壁杆件约束扭转的正应力及相应的内力 ——双力矩	(363)
16.4 开口薄壁杆件约束扭转的切应力及相应的 内力	(370)
16.5 扭转角微分方程式及其积分	(372)
16.6 开口薄壁杆件在复杂荷载作用下的应力计算	(379)
习题	(384)
附录	(387)
附录 A 简单荷载作用下梁的挠度和转角	(387)
附录 B 型钢规格表	(390)
附录 C 习题参考答案	(404)
参考文献	(419)

第 1 章

绪 论

1.1 什么是材料力学

1.1.1 材料力学是研究变形体的力学

和理论力学一样,材料力学是力学的组成部分,也是大部分工程技术科学的基础。理论力学通过静力学、运动学和动力学研究质点(*particle*)和刚体(*rigid body*)在力作用下的平衡规律、运动几何性质以及运动规律。但在自然界中,不存在真正的刚体,任何物体在受力后都要发生变形,尽管有时这些变形非常小。研究物体着眼于它的变形时,称物体为变形体(*deformable body*),材料力学一方面对变形体进行受力分析,研究它的平衡和运动规律,另一方面考察在外力或温度作用下组成变形体的材料所表现的变形性能和失效(*failure*)条件,即材料的力学行为(*behaviors of materials*)。对前者,理论力学中的大部分原理和方法在材料力学中仍然可以得到应用;对于后者,只有在对各种材料做了相应的试验之后,才能了解材料的性能,所以试验在材料力学中有重要的地位。

1.1.2 材料力学是工程设计的基础

工程设计(*engineering design*)是工程的核心。我们把工程设计的对象,例如:楼房、桥梁、水坝、飞机、汽车、计算机芯片等统称为结构(*structure*),组成结构的元件或零件称为构件(*element*)。一个结构的设计主要包括利用材料力学的原理和方法去选择各构件的材料和确定构件的尺寸,以保证结构在给定的荷载条件下不发生失效;同时使材料消耗量少,符合经济原则。

现在通过下面的例子来说明结构的失效。图 1.1 是一个跳水运动员站在跳水板上,跳水板可看作构件,支点 *A* 为固定铰支座,支点 *B* 为可动铰支座,当重量为 *W* 的运动员站在 *C* 处,可看出构件明显的变形,要使跳水板能正常工作,首先要保证在运动员作各种动作时跳水板不断裂(当然也包括 *A*、*B* 两支座不破坏),并且跳水板应有足够的弹性,不能产生不能恢复的变形,即塑性变形,从而使其丧失功能。除此之外,跳水板在运动员作动作时不能产生过大的变形,因为变形过大会影响运动员的正常发挥。

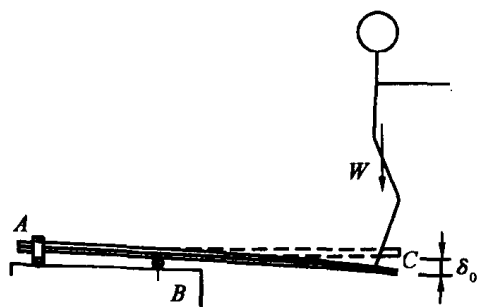


图 1.1

把构件抵抗断裂、抵抗产生塑性变形的能力称为构件的**强度**(strength), 构件应有足够的强度。把构件抵抗变形的能力称为构件的**刚度**(stiffness), 构件也应有足够的刚度。

对有些构件, 例如建筑工程中的柱子, 除了有足够的强度和刚度外还应具备**稳定性**(stability)。图 1.2 表示了固体小球在三种不同表面上的平衡情况。在所有三种情况, 小球都处于平衡位置, 满足静力平衡方程。

但当施加小干扰力使它们稍微偏离平衡位置, 在干扰力撤去后, 只有图 1.2(a)凹表面上的小球回到原来的平衡位置, 我们称图 1.2(a)所示的平衡为**稳定平衡**(stable equilibrium)。图 1.2(b)和图 1.2(c)的小球不能回到原来的平衡位置, 分别称作**随意平衡**(neutral equilibrium)和**不稳平衡**(unstable equilibrium)。结构中的构件在结构受力后都处于一种平衡状态, 设计时当然要求每个构件处于稳定的平衡。

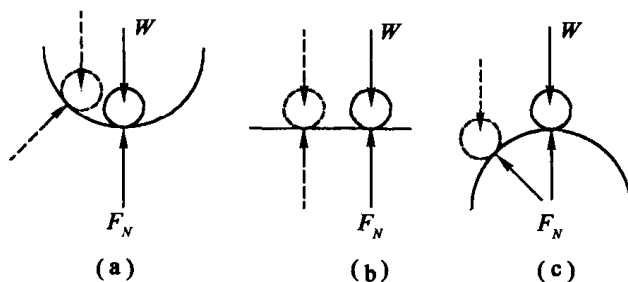


图 1.2

工程设计正是通过材料力学的知识去保证构件有足够的强度、刚度和稳定性, 所以材料力学是工程设计的基础。

1.2 材料力学的基本假设

构件所用的材料从物质结构到力学性能都是各不相同的, 在进行强度、刚度和稳定性计算时, 需要对材料加以理想化, 一方面忽略某些枝节的、次要的因素, 使问题得到简化, 另一方面抓住主要的、共同的特征, 使问题的解答满足工程中所要求的精确度。材料力学对材料有三个基本假设:

1.2.1 连续性假设 (assumption of continuity)

连续性假设认为构件内部的材料是密实的, 没有空隙, 即材料是连续分布的。

实际材料的微观结构并不处处都是连续的, 这样做是对工程材料的宏观性质所作的抽象和概括。根据这一假设, 描述构件受力和变形的一些物理量 (例如各点的位移), 都可以表示为各点坐标的连续函数, 便于利用高等数学中的微积分方法。

1.2.2 均匀性假设 (assumption of homogeneity)

均匀性假设认为材料质量的分布是均匀的,各点处的力学性能完全相同。

根据这一假设,可在构件中截取任意微小部分进行研究,然后将所得的结论推广到整个构件。

1.2.3 各向同性假设 (assumption of isotropy)

各向同性假设认为变形体在所有方向上均具有相同的物理和力学性能。

从微观上讲,大多数工程材料不是各向同性的。例如金属材料,其单个晶粒呈结晶各向异性,但当它们形成多晶聚集体的金属时,排列无序,从统计平均值的观点,宏观上可认为是各向同性的。

这个假设并不是对所有的材料都适用,存在各向异性的材料(anisotropic materials),如:木材、胶合板、纤维增强复合材料等,其中最重要的是正交各向异性(orthotropy)。

除上述三个基本假设外,还应指出,材料力学所考虑的构件变形属于小变形范围。所谓小变形即产生变形的位移比所涉及的构件的任一量度小得多。例如国家规范要求,土木工程中一般简支梁在受力后中点的垂直位移不超过简支梁全长的千分之几。这样构件受力和变形的计算,均可根据构件的原始尺寸和形状进行,使计算大为简化。

当变形大到如不考虑将引起较大的误差时,这样的问题属于大变形范围,由后续课程弹塑性理论解决。

1.3 材料力学的研究对象

根据几何形状构件可分为:

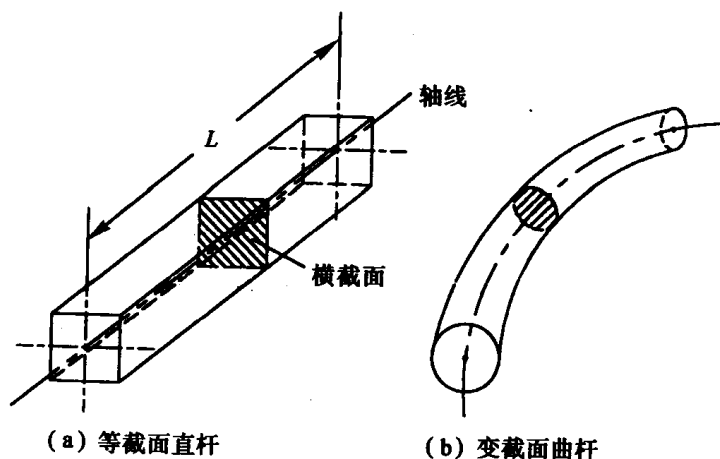


图 1.3

①杆(bar)——一个方向的尺度远大于其他两个方向的尺度。其中,与杆长方向垂直的截面叫横截面(cross section),而各横截面形心的连线称为轴线(axis)。显然轴线的方向与杆长方

向一致。当轴线为直线时杆称为直杆,轴线是曲线、折线时,杆分别称为曲杆和折杆。而沿轴线各处横截面的大小形状是否相等可分为等截面杆和变截面杆,如图 1.3 所示。

②板(plate)和壳(shell)——一个方向的尺度远小于其他两个方向的尺度。其中,小尺度方向的尺寸称为厚度,而平分厚度的几何面称为中面,中面是平面的称为板,中面是曲面的称为壳(图 1.4)。

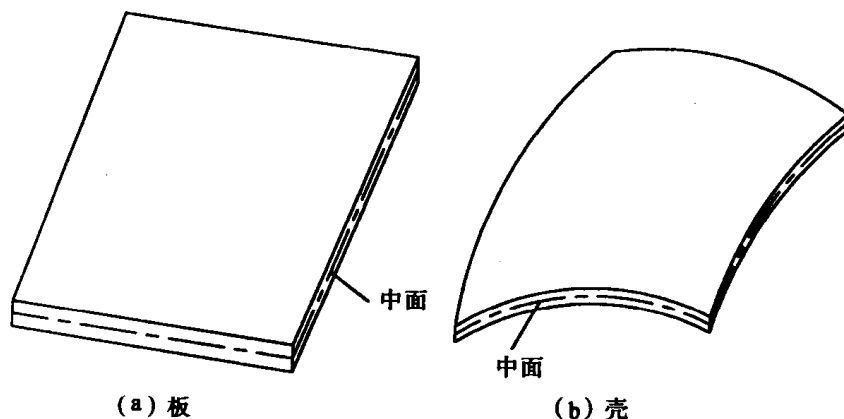


图 1.4

③块体(body)——三个方向具有相同量级的尺度。

在我国,材料力学主要研究的对象是各类杆件,而把板、壳和块体留给了弹性力学。

1.4 杆件受力与变形的形式

工程结构中的杆件,受力与其相应的变形是各种各样的。但存在四种基本受力与变形形式。杆件任何复杂的受力与变形,都可看做是基本受力与相应的变形形式的组合。

1.4.1 轴向拉伸或压缩(axial tension or compression)

当杆件受到沿轴线方向的拉力或压力作用时,杆件将产生轴向伸长或缩短变形。直杆两端承受一对大小相等、方向相反的轴向力是最简单的情况,如图 1.5 所示,实际上,理论力学中提到的二力杆,都是轴向拉伸或压缩的例子。

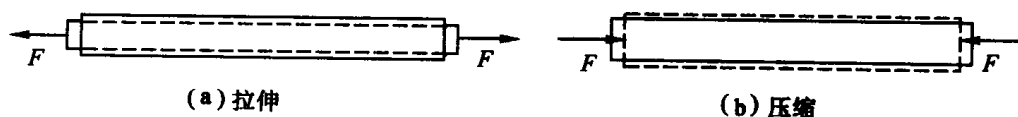


图 1.5

1.4.2 剪切(shear)

当杆件承受与轴线垂直的横向力时,杆件的横截面要发生相互错动,这样的受力变形形式称为剪切。最简单、直观的情况是当一对大小相等,方向相反且相距很近的横向力作用在杆件上时,力所作用的两个横截面将分别沿力的方向产生位移,从而产生相互错动。图 1.6 为变形

示意图。应该指出,大多数情况下剪切变形与其他变形形式共同存在。

1.4.3 扭转(torsion)

当作用在杆件上的力可组成横截面内的力偶时(力偶矢量方向与杆件轴向相同),杆件的横截面将绕其轴线相互转动,这样的受力变形形式称为扭转。图 1.7 表示了一对转向相反、其矩相等的力偶分别作用在杆端截面上所引起扭转变形的情形。

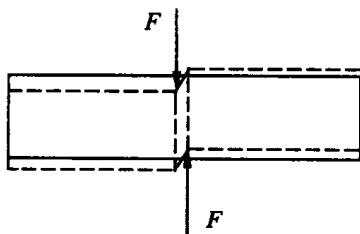


图 1.6

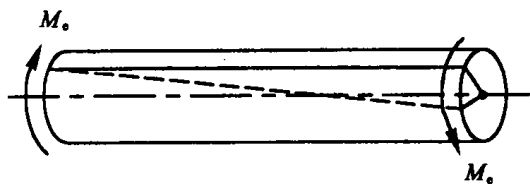


图 1.7

1.4.4 弯曲(bending)

若作用在杆件上的力组成的力偶,作用在杆件的纵向平面内,杆件的横截面将绕垂直于杆轴线的轴发生转动,同时其轴线将变成曲线,这种受力变形形式称为弯曲。图 1.8

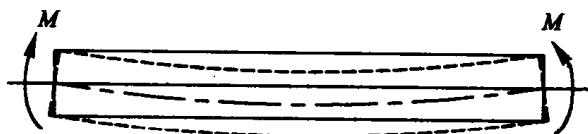


图 1.8

表示了作用于杆纵向平面内的一对转向相反、其矩相等的力偶分别位于杆的两端时,杆的弯曲变形。

1.5 材料力学中的几个基本概念

需要定义一些量去描述构件的强度、刚度及稳定性,这些量的定义是材料力学中最基本的概念。

1.5.1 外力和内力(external force and internal force)

(1) 外力

作用在杆件上的荷载(load)以及杆件所受约束的约束反力(reaction)组成了杆件的外力。

可以利用理论力学中静力平衡方程求外力。材料力学研究的是小变形范围的构件,变形的影响可略去。

例 1.1 求图 1.9 所示挡水墙的外力。

解 考虑单位宽度的挡水墙。由物理学知,水的压强与水深成正比,设深度为 l 时压强为 q_0 ,由静力平衡方程 $\sum F_y = 0$ 和 $\sum M_B = 0$, 得到

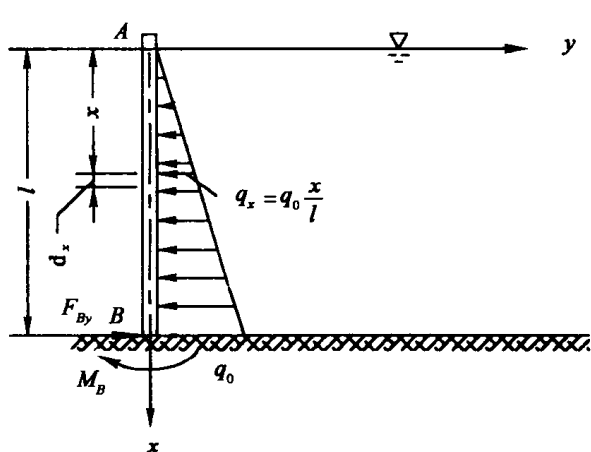


图 1.9

$$F_{By} = \int_0^l q_0 \frac{x}{l} dx = \frac{q_0 l}{2}$$

(即水压力分布三角形的面积)

$$M_B = \int_0^l q_0 \frac{x}{l} dx \times (l \times x) = \frac{q_0 l}{2} \times \frac{l}{3} = \frac{q_0 l^2}{6}$$

(即水压力分布三角形面积和其形心到 B 点的距离的乘积)

(2) 内力

一般说来,物体内部各质点之间有相互作用力(如:分子之间的凝聚力),使其相对位置保持不变,从而使物体保持一定的几何形状,但材料力学不研究这种作用力,而是研究

当物体受外力作用时,所引起的内部作用力的改变,这种内部作用力的改变称为内力。

可用截面法(method of section)求内力。

一个物体受外力作用处于平衡状态,假想用一平面把物体截为 I、II 两部分(图 1.10),则截面上一定存在分布的内力系。由于整体是平衡的,截开的每一部分也必然是平衡的,每一部分原有的外力与截面上所暴露的内力组成平衡力系,利用静力平衡方程可求出内力。这样求出的内力实际上是内力的合力(力或力偶)。

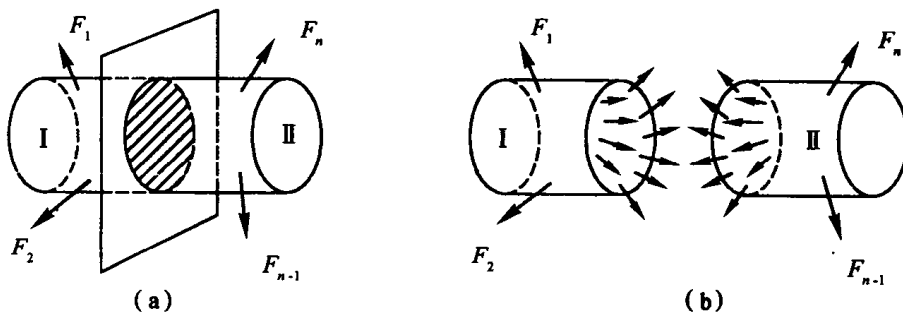


图 1.10

显然,截面上的内力和截面所取的位置有关,内力是一个与位置有关的量。

用截面法我们并不能求出内力是怎样分布的,内力的分布规律往往是一个复杂问题,需要通过变形的几何条件来研究。但无论杆件横截面上的内力分布如何复杂,总可以将其向该截面上某一简化中心简化,得一主矢(principal vector) F_R 和一主矩(principal moment) M 。

对于杆件,若以杆轴线为 x 轴,在横截面上取 y 轴和 z 轴,建立直角坐标系 $Oxyz$,则截面上内力的主矢和主矩可以分解为沿三个坐标轴方向的力和绕三个坐标轴的力偶六个内力分量,如图 1.11 所示。每个内力分量和一种基本受力变形形式相对应。

① 沿 x 轴内力分量 F_{Nx} , 垂直于横截面,称为轴力(axial force or normal force)对应拉伸或压缩变形。

② 沿 y 轴和 z 轴的内力分量分别为 F_{Qy} 和 F_{Qz} , 与横截面相切,称为剪力(shearing force)分别对应 y 方向和 z 方向上的剪切变形。

③ 绕 x 轴的内力分量为力偶 M_x , 其力作用面为 yo 平面(横截面),称为扭矩(torsional mo-

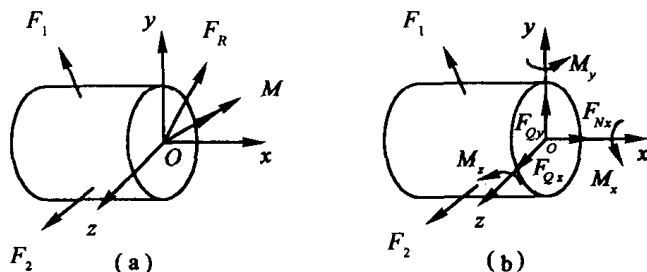


图 1.11

ment), 对应扭转变形。

④ 绕 y 轴与 z 轴的内力分量分别为力偶 M_y 与 M_z , 它们的作用面分别为 xoz 平面与 xoy 平面(均为纵向平面), 称为弯矩(Bending moment), 对应两个方向上的弯曲变形。

这样, 对于一个复杂受力变形问题, 可以把它分解成一些简单的基本受力变形问题来研究。显然并非所有问题都同时存在六个内力分量, 这要根据外力的情况分析。

例 1.2 用截面法求图 1.12 所示折杆在 D 截面的内力, 已知 $F_{p1} = F_{p2} = F_{p3} = F$ 。

解 用假想的平面在 D 处截开, 考虑第 II 部分的平衡, D 截面上必然分布有 F_{Qy} 、 F_{Nx} 、 M_z 等内力分量, 其方向事先假设如图。

利用静力平衡方程: $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_D = 0$, 分别得到

$$F_{Nx} - F_{p3} = 0, F_{Nx} = F_{p3} = F$$

$$F_{p2} - F_{Qy} = 0, F_{Qy} = F_{p2} = F$$

$$M_z + aF_{p2} + 2aF_{p3} = 0, M_z = -3aF$$

(负号表示 M_z 的实际方向与所设方向相反)

当然也可以通过考虑第 I 部分的平衡来求内力, 只不过要先把约束反力计算出来。

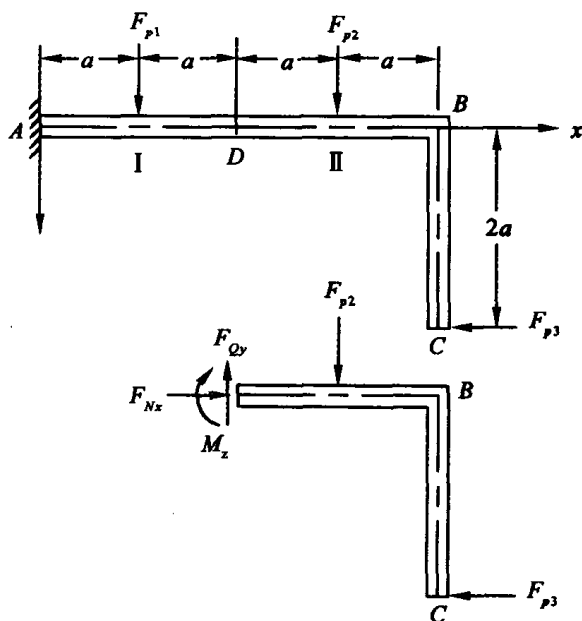


图 1.12

1.5.2 应力(stress)

仅仅靠内力不足以描述构件的强度, 因为只考虑内力的大小而不考虑承受此内力的截面的大小, 是不能确定此构件的承载能力的, 所以需要讨论内力的密集程度。

若内力在截面上是均匀分布的, 那么截面上的内力除以截面面积, 得到单位面积上的内力, 称为应力。

一般情况下, 内力并非均匀分布。截面上围绕 M 点取微小面积 ΔA (图 1.13), 设 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF_R , 那么称

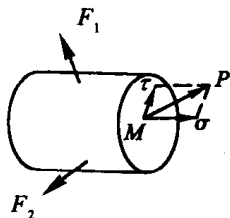
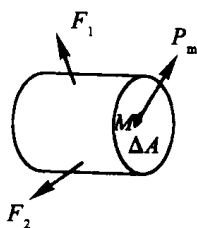


图 1.13

$$\frac{\Delta F_R}{\Delta A} = P_m \quad (1.1)$$

为 ΔA 上的平均应力, P_m 的大小及方向随 ΔA 的大小而改变, 当所取的微面积趋于无穷小时, 上述平均应力趋于一极限值, 即

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_R}{\Delta A} = P \quad (1.2)$$

称为 M 点的总应力 (total stress), 若将 P 分解为两个分量, 一个沿截面法向方向为 σ , 一个沿截面切线方向为 τ , 则称 σ 为正应力 (normal stress), 称 τ 为剪应力 (shear stress), 显然

$$P^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1.3)$$

应力的量纲为: [力]/[长度²]. 应力的单位为 Pascal 或 Pa (帕), $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$, 常用 $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$.

1.5.3 变形、位移与应变 (deformation, displacement and strain)

前面已讲过, 物体受力后, 其形状和尺寸的改变称为变形, 怎样描述变形呢? 首先定义两个基本量:

物体变形时, 其中任意一点将产生移动, 这种移动称为线位移 (line displacement)。

物体变形时, 其中的线段 (或平面) 将发生转动, 这种转动称为角位移 (angle displacement)。

如图 1.14 中, 原来的 A 点、 B 点受力后分别移到 A' 点、 B' 点, 原来 AB 线段转过一个角度 α 到 $A'B'$ 位置。 AA' 为 A 点的线位移, BB' 为 B 点的线位移, 角 α 为线段 AB 的角位移。一般来说, 构件受力后各点的位移都不相同, 位移是位置的函数。

线位移和角位移并不足以完全表示变形 (构件作刚体运动时也会产生线位移、角位移), 但可用线段伸长、缩短, 角度的扩大和缩小来描述物体的变形, 这样, 称线段长度的改变为线变形 (line deformation), 角度的改变叫角变形 (angle deformation)。

由于研究的对象是均匀连续的, 可以将物体看做由许多微小的正六面体组成, 首先研究每一个六面体的变形, 然后再组合成物体整体变形。

对于一个微小的正六面体, 变形可用两种形式描述 (图 1.15):

- ① 棱边长度的改变;
- ② 棱边之间所夹直角的改变。

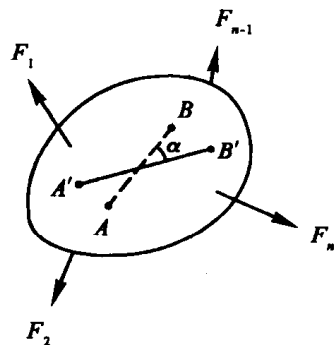


图 1.14

为简单起见, 先看一条棱边的情况 [图 1.15(b)], 线段 AB 长为 Δx , 在受力后, A 点沿 x 方向的位移为 u , 移到 A' 点, 则 B 点沿 x 方向的位移为 $u + \Delta u$, 移到 B' 点, 即 AB 线段伸长了 $A'B' - AB = [(\Delta x + u + \Delta u) - u] - \Delta x = \Delta u$, 若 AB 线段上, 线变形是均匀的, 称 $\frac{\Delta u}{\Delta x} = \epsilon_m$ 为平均线应变 (单位长度的线变形)。

如果 AB 线段上各点的变形程度不同, 则

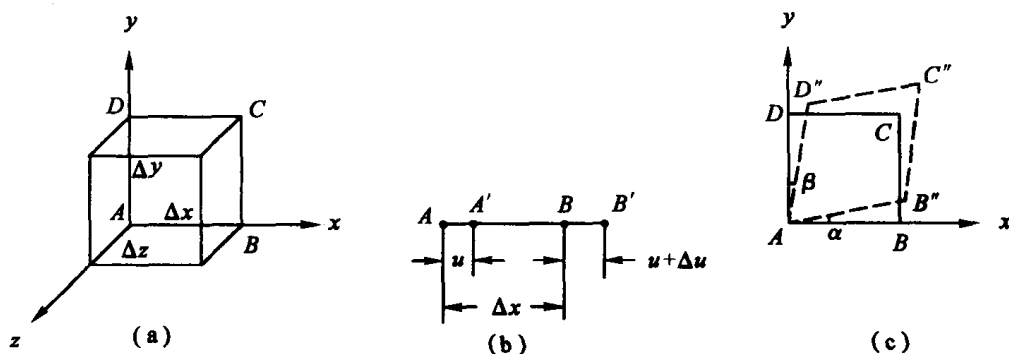


图 1.15

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.4)$$

为 A 点在 x 方向上的线应变或正应变(line strain or normal strain), 线应变无量纲, 无单位。

若 x, y, z 三个方向的线应变已知, 任一方向的线应变可推出。

通过受力后平面 $ABCD$ 的变形来看角变形(图 1.15(c)), 原始正方形的两边所形成的直角改变了 $\beta + \alpha$, 称直角的改变量 γ 为角应变或切应变(angle strain or shear strain),

$$\text{即} \quad \gamma = \beta + \alpha \quad (1.5)$$

角应变无量纲, 单位为弧度(rad)。

当微小正六面体的棱长趋于零时, 三个相互垂直方向上的正应变与三个相互垂直平面上的切应变就描述了一点的应变情况。当每一点的应变情况都知道后整个物体的变形就知道了。

习 题

- 1.1 理论力学和材料力学所研究的对象有什么主要区别?
- 1.2 什么是构件的强度, 刚度与稳定性?
- 1.3 均匀性假设与各向同性假设的区别在哪里? “均匀性假设实际包含了连续性假设”, 这种说法对吗?
- 1.4 理论力学中力的可传性可用于材料力学中吗?
- 1.5 什么是外力? 怎样求外力?
- 1.6 什么是内力? 怎样求内力?
- 1.7 什么是应力? 它与内力的关系是什么? 你能测量出一点的应力吗?
- 1.8 位移、变形和应变的区别和联系是什么?