

土壤凍結深度的計算

В·С·魯基揚諾夫 著
М·Д·戈洛夫珂

人民鐵道出版社

土壤冻结深度的計算

В • С • 魯基揚諾夫 著

М • Д • 戈洛夫珂 劍 譯

熊

劍 譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

人民铁道出版社

一九五九年 • 北京

本書譯自蘇聯中央運輸建築科學研究院論文集
第23集。內容主要研究如何確定濕土凍結深度，提
供了冬季土最大凍結深度的近似計算方法，并闡述
了如何採用水力求積儀來計算凍土的热量狀況。

本書可供建築工程師、設計工作者及科學工作
者從事研究土的温度狀況之用。

土壤凍結深度的計算

РАСЧЁТ ГЛУБИНЫ ПРОМЕРАЗАНИЯ ГРУНТОВ

蘇聯 В. С. ЛУКЬЯНОВ М. Д. ГОЛОВКО

蘇聯國家鐵路運輸出版社（1957年莫斯科俄文版）

ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ Москва 1957

熊劍譯

人民鐵道出版社出版

（北京市霞公府17號）

北京市書刊出版業營業許可證出字第010號

新華書店發行

人民鐵道出版社印刷（印

書號1556 開本787×1092 $\frac{1}{32}$ 印張5 $\frac{2}{3}$ 插頁2 字數1285

1959年12月第1版

1959年12月第1版第1次印刷

印數 0,001—1,450 冊

統一書號：15043·1093 定價（8）0.53元

著 者 的 話

这篇論文是在我們紧密合作之下完成的。我們很难分辨那一些是那一个人完成的，因为这几年間我們在一起工作，几乎就只关心深刻地理解問題以及如何能进一步論証和簡化解答。我們經常共同討論所有的新資料、結果、公式，因而納入本書的材料為我們所共有。

对本論文各个准备阶段的各次討論會議的参加者，对提供了寶貴見解的本文評閱者，一併致以衷心感激，并感激實驗室全体工作人員，特別是参加本題研究的 А · Т · 連欽珂和 И · И · 珂勃查。

著 者

序 言

中央運輸建筑科学研究院的水力比拟和电比拟實驗室，在这几年間进行了創立土冻结深度的計算方法的工作。这个方法正确地反映了冻结的复杂物理过程，也很适宜于实际中采用。

在冬季进行土方施工，为了拟定基础埋置深度而要决定土的計算冻结深度，采取預防道路遭受冻害的措施以及其他許多情况下，都需要运用这个方法。

計算冻结深度的方法，是B·C·魯基揚諾夫开始研究的。以后是B·C·魯基揚諾夫和M·Д·戈洛夫珂研究这問題。主要的研究結果，曾于1946、1951和1955年部份发表于論文[9、25、26]中。在編制1954年建筑法規时考虑过这些論文，在法規里确定根据“热工計算”求計算冻结深度。不过对所提出的冻结深度計算方法，充分完整的論証都未发表过。本論文弥补了这个缺陷，并使之更能創造性地采用于各种不同的实际情况中。

本書主要是当作执行中央運輸建筑科学研究院出版的土冻结深度的計算指示（全苏運輸建筑科学研究院通报1955年N 58(26)）的参考書采編著的，其中包括論証及解釋材料。此外，書中还用具体的例子來說明水力比拟法，解决冻土溫度状况的各种課題的广泛可能性。

采用水力比拟法之所以載入本書，不仅是因为研究“指示”中所推荐的計算方法时，广泛的运用了它；还因为不被“指示”所包括的最复杂的情况，也适宜用水力求积仪計算。

— 中央運輸建筑科学研究院副院长

A·A·斯摩里揚尼諾夫

目 录

序言

著者的話

第一章 湿土凍結的数学理論	1
§ 1. 土的冻結过程簡述.....	1
§ 2. 作为傳热理論課題来看的土冻結.....	5
a) 形成冻結区的土冻結.....	12
6) 形成冻結界的土冻結.....	19
§ 3. 土面边界条件.....	23
§ 4. 土冻結課題的近似解.....	31
第二章 按照中央运输建筑科学研究院的指示計算土壤 結深度	54
§ 1. 計算土冻結深度的指示.....	54
§ 2. 冬令土的最大冻結深度計算公式.....	62
§ 3. 計算土冻結深度用的原始資料的規定.....	71
§ 4. 考虑热物理因素随時間和沿土深改变的冻結 深度計算.....	97
§ 5. 考虑房屋对其基础下面土的冻結深度的热影 响.....	120
第三章 采用水力求积仪解土凍結課題	121
§ 1. 水力求积仪.....	121
§ 2. 当作一維热过程的土冻結計算.....	134
§ 3. 清除了雪的地区上土的温度状况的二維課題 解.....	158
§ 4. 房屋基础附近土冻結的計算結果.....	170
* 文献.....	177

第一章 湿土冻结的数学理论

§ 1. 土的冻结过程简述

在气温下降和太阳辐射减少的秋季里，产生了土的冷却，消耗着夏季在土中积蓄的热。土面冷却作用最强烈，逐渐越来越深地传播着。土面夜间降温显得越来越厉害，最后，一昼夜之间温度的变化是这样的，夜里从土面到不大深的地方（1~3厘米）开始冻结，白天则融化；随着寒冷的加剧，白天土也不融化了，冻结层的厚度也日益增加。

什么叫做土冻结？

土冻结是当土中所具有的（至少是部份的）水，在冷却时转化为冰，使土的力学性质急剧地改变，称为土冻结。土冻结永远与土中水冻结相联系着。

不同的土，冻结也很不同。这种不同，主要是取决于水与土颗粒粘结的程度，和水在土中移动的条件。上述两个性质，也是由于土中孔隙的大小和形状的原故。土冻结的特性，还取决于充满在土孔隙中的水的纯度，也就是这些水的矿化程度：普通淡水在 0°C 冻结，矿化水则随着温度下降逐渐冻结，经常稍低于 0°C 才开始冻结。

粗粒土孔隙比较大，同时土中水与土骨架粘结得不牢，因之粗砂孔隙中的水，几乎全部都在 0°C 时冻结（假如水未曾矿化）。湿砂冻结过程最简单，这种土冻结，正常地传播到另一等温线所形成的界面上，这里我们可以称之为冻结面或冻结界，还可以称之为土的冻结温度 t_0 。

粉质和粘土质土孔隙微小，在某些情况下还特别微小。充满在这些孔隙中的水，处于束缚状态。水与硬质物粘结程

度，随着水距土粒表面的远近而不同。最自由的是处于孔隙空间中心的水；这些距离颗粒表面最远的水，自然首先冻结。以下我们将称这种使土孔隙中的水开始冻结的温度为土的起始冻结温度 ($t_{0,n}$)。

同一种土，其含水量愈小则温度也愈低，因为填充在土孔隙中的水愈少，就连孔隙中最自由的水，距土粒表面也很近，因而土的含水量改变时， $t_{0,n}$ （起始冻结温度）的数值也在改变着。

当粉质和粘土质土的孔隙中完全被淡水所饱和，并有结晶中心（较大的颗粒，不相干的侵入体和其他的连续性被断裂）存在时，起始冻结温度一般等于 0°C ，不过在此温度下只是生成了单独冰晶的水在冻结。当温度接近 0°C 时（但不低于零）细粒土孔隙中大量的水还是液相，这些水要在温度继续下降时才逐渐冻结。细粒土的冻结过程附带了一些条件，可以看作是这种土的脱水过程；随着土孔隙中的水逐渐转变成冰，液相就越来越少了。所有较强的束缚水，是可能继续冻结的，只要温度继续下降就行。

我们已经说过，粗粒砂中几乎所有的水都在 0°C 冻结，并当这种砂冻结时，形成一个将未冻土与冻土分开的冻结界。细粒土冻结时土逐渐冻结，形成一个冻结区，冻结区只有部份土在冻结，并以起始冻结温度 $t_{0,n}$ 等温线，与未冻区分界。

因为束缚水转变成冰的过程（凝固），要破坏水粒与其他物质的粘结，并要将这些水颗粒结合到正在生长的冰晶里去，很明显，土孔隙中的水，就会因此产生某些转移（迁移）。在很多的情况下这种与土冻结联系着的水转移，并不影响到整个土层中水的分布，不过在某些情况下所述的细粒土孔隙中的水转移，会转化成不断的水流流入冻结区，即所

謂产生吸水作用，如果冻结处在該情况下，就会发生局部冰积，形成冰囊或冰层。这种正在长大的冰囊会逐渐抬起盖在上面的冻土，产生土的冻胀。这种情况通常发生于土面附近有地下水存在的粉质沙粘土中，粉质沙粘土原来是最能在冻结时形成冰囊或冰层的，因为它兼有适于产生冻胀的两个因素：第一，这种土颗粒是如此的细小，使之在冻结时能形成尺度足够的冻结区，这个冻结区就是吸收未冻水的中心；第二，这种土的孔隙尽管很微小，但它还不足以阻滞水从下面的土层进入冻结区。本书不打算研究膨胀土冻结计算问题，这种土冻结的近似计算方法，在M·H·戈里什金〔10〕，P·留克里〔51〕和B·П·波諾馬列夫〔35〕的著作中阐述了。

土冻结可以设想为极其复杂的在非均匀毛细管孔隙介质中发生的热动力过程，在这统一的动力过程中，液相和气相内的水份转移，与温度在同一时间的变化密切地联系着。这时水的物态变化，和最不均匀的毛细管孔隙介质的各种物理性质变化，都不断地在发生着。

计算冻土中的这种温度变化和水移动的统一过程，是极端复杂的，虽然在发展毛细管孔隙体中水和热转移过程的计算理论方面有一些真实的成就〔28〕，但想要在短期内得到便于实践的像统一热动力过程一样考虑土中水转移的计算土冻结的方法，则为期尚早，何况现在所达到的计算冻结湿土热状况的实际运用水平，限于不考虑水转移，只考虑土中水底存在。注意到水份冻结（或融化）所放出的（或吸收的）潜热以及注意到由于这种水的物态变化而产生的土热物理特征的变化时，都引起了这种考虑。

土冻结过程的天然观测结果，与考虑到所列举的諸前提而进行冻结计算的结果相比较说明：土冻结有强烈冻胀发生

的一些情况除外，为实用起见，计算湿土冻结过程可以暂且限于计算湿土热状况。

当然，应该欢迎和开展这方面的工作：创立一种把湿土冻结当作统一湿温过程的计算方法。首先这是为了作出冻胀计算方法所必需的，但在所有的情况下，所有的土（粗粒的，细粒的，不膨胀的、膨胀的等等）的冻结过程，首先取决于研究区整个温度场的变化。土冷却（亦即排热）是土冻结过程最主要的因素。

研究一下在冻结界上或冻结区内相互作用的冻结区和未冻区温度场的变化，就能理解和估量土冻结之主要部份。

非常明显，土冻结计算首先是热工学和热物理学的课题。

如果对冻结的湿土中传热过程进行解析，不考虑水转移的话，则土冷却课题可以当作“真正的”固体（在传热过程方面）课题提出，就是在这种物体内部，不以本身颗粒转移热量，并且该物体在热分布方面具有两种性质（热传导和热容量）。因此，下一节一开始就进行有关固体内部传热过程的探讨，以便将该理论的基本原理采用到冻土热状况计算中去。

建立土冻结深度的计算方法，必须考虑水的相位转化热，湿土中这种潜热储量非常巨大，而放出和吸收这些热则在很大的限度内决定了生成过程的特性。H·A·崔托维奇和3·A·涅尔谢索娃在苏联科学院冻土学研究所完成的土中水逐渐冻结过程实验研究，对湿土冻结计算的发展有很大的意义。

根据土的温度变化而作出的各种土中未冻水含量曲线（图1），是引自H·A·崔托维奇的论文〔41〕的。这样的曲线，对于分析湿土冻结过程是非常重要的。随着它的出现，就有可能估量细粒土中冻结区的发展。3·A·涅尔谢索

娃在研究了土逐渐冻结的过程之后，断定未冻水量实际上与土的含水量无关，只取决于负温度的量〔31〕。因此，对于任何一种土所作出的未冻水含量曲线，当它的含水量改变时并不改变，只改变相应于该试件含水量的本曲线的起始位置①。这种情况就使之有权把对某种土所作出的未冻水含量曲线，看成是这种土冻结过程的特征线。如果单独绘制

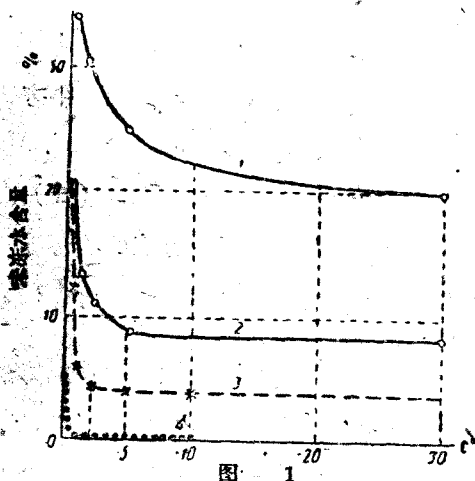


图 1

图 1 中的每一根曲线，将它倒转过来并在纵轴上不安置未冻水含量，而安置冰含量（以%或公斤/立方米表示），那我们就得到冰析出曲线。该曲线用以计算土冻结过程的步骤，在本章的下一节中说明。

§ 2. 作为传热理论课题来看的土冻结

固体内的传热过程：决定固体内部所发生的传热过程的主要有两个性质——抗阻热传播的性质（或者亦即导热性质）和蓄积（或消耗）热的性质。固体其他热物理性质也是构成传热过程很重要的性质，计有：物态变化时排出和吸收热的性质，与淋洗固体表面的液体或气体介质交换热的性能，以及用辐射的方法与其他物体交换热的性能。关于固体内传热

① 当然，要在该土总容积和孔隙分布仍旧不变的条件下。

过程，所有的这些性质，与最前的两个主要性质相比较，却在大多数的情况下意义不大。

固体的抗阻热传播的性质，可能用如下的形式定义。

通过固体某一层的热量 Q_1 千卡，在已定的过程中与该层界面上的温差 Δt_1 °C 和热过程所延续的时间 τ 小时成正比，而与该层的热阻 R 度·小时/千卡成反比：

$$Q_1 = \frac{\Delta t_1}{R} \tau \quad (1)$$

该层的热阻 R 取决于它的厚度 Δl 米，横截面积 F 平方米和该层材料热传导系数 λ 千卡/米·度·小时*：

$$R = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\Delta l}{F} \quad (2)$$

方程式 (1) 与定义 (2) 组合，表示出有名的热传导定理——傅立叶定理。将式 (2) 代入 (1) 中，除以 τ ，当 $F=1$ 时即得热流量，等于 $q = \lambda \frac{\Delta t}{\Delta l}$ 千卡/平方米·小时。变换成极限并考虑热流朝着温度下降底方向，应写成：

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial l}, \quad (2')$$

即是热流 $q = \frac{Q}{\tau F}$ 千卡/平方米·小时，与温度梯度 $\frac{\partial t}{\partial l}$ 度/米成正比并朝着相反的方向。

在一定的条件下，使物体提高温度 1°C 时所应传给它的热量，称为该物体的热容量 C 。这时物体蓄积或发散热的性质，写成下列形式：

$$Q_2 = C \Delta t_2 \quad (3)$$

式中 Q_2 ——当温度改变 Δt_2 °C 时传给物体的或物体发散的热量。

*或者还可用于表示，亦即这层界面上的温差为 1°C，横截面积为 1 平方米，于 1 小时内通过 1 米厚层的热量。

均質固体的热容量 C 与它的容积 W 立方米成正比，亦即

$$C = C_0 W \text{ 千卡 / 度} \quad (4)$$

式中 C_0 ——容积的热容量千卡 / 立方米 · 度。

表达式 (1) 和 (3) 确切地决定了固体內傳热定律。采用所記載的形式，由于它簡易明了，对傳热基本定律与固体主要热物理特征（热傳导系数和容积热容量 C_0 ）之間的联系是方便的。但要想解答固体內的傳热課題，还必须要有描述在整个物体內部經過的傳热过程方程式。

此方程式是基本关系式 (1) 和 (3) 的結果，并称为热傳导方程。

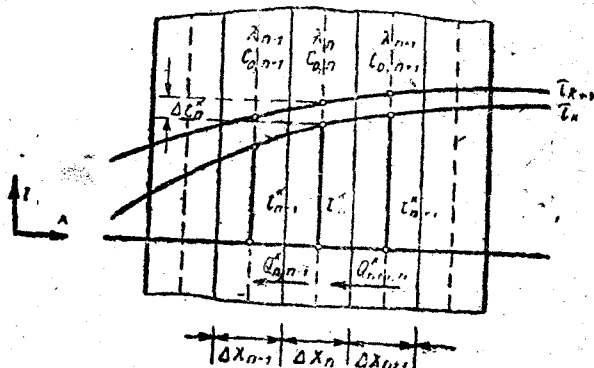


图 2

在推导热傳导方程时局限于詳細研究 x 軸方向具有容积热源 $W(x, t)$ 的一維^①热流情况。将想像中被研究的物体（半空間体）分成垂直于 x 軸的許多层，假定內部正在发生未定傳热过程的物体，起碼在它每一层的範圍內是均質的。

① 一維热过程——仅取决于一个座标，二維——取决于两个座标，三維——取决于三个座标。

注意图 2，研究在温度場^①两个相繼的状态之間（在图 2 上相应于标記了 τ_k 和 τ_{k+1} 的温度分布曲綫），時間間隔为 $\Delta\tau_k$ 时，第 n 层的热平衡。在所研究的物体中，于 x 軸的方向取一橫截面为 $\Delta y \Delta z$ 的稜体。考虑进入第 n 层和从第 n 层逸出的热量：在時間間隔 $\Delta\tau_k$ 內从 $n+1$ 层进入第 n 层的热 $Q_{n+1,n}^k$ ，同一時間內离开第 n 层到 $n-1$ 层去的热 $Q_{n,n-1}^k$ 和从热源进入的热 $Q_{w,n}^k$ 。在第 n 层中进入的和逸出的热差 ΔQ_n^k 使这层温度发生改变，其改变量为 $\Delta t_n^k = \frac{\Delta Q_n^k}{C_n}$ 。考虑到前面研究的基本关系式，热平衡应写成：

$$\Delta Q_n^k = Q_{n+1,n}^k - Q_{n,n-1}^k + Q_{w,n}^k \quad (5)$$

或者根据公式 (1) 和 (3)：

$$C_n \Delta t_n^k = \frac{t_{n+1}^k - t_n^k}{R_{n+1,n}} \Delta\tau_k - \frac{t_n^k - t_{n-1}^k}{R_{n,n-1}} \Delta\tau_k + \Delta W_n \Delta x_n \Delta y \Delta z \Delta\tau_k \quad (6)$$

这里 [根据 (2) 和 (4)]：

$$C_n = C_{o,n} \Delta x_n \Delta y \Delta z, \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{n+1,n} &= \frac{1}{2\Delta y \Delta z} \left(\frac{\Delta x_{n+1}}{\lambda_{n+1}} + \frac{\Delta x_n}{\lambda_n} \right), \\ R_{n,n-1} &= \frac{1}{2\Delta y \Delta z} \left(\frac{\Delta x_n}{\lambda_n} + \frac{\Delta x_{n-1}}{\lambda_{n-1}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

方程式 (5) 正如以后要說明的，适用于以有限差分法計算温度場的条件下。

如果层厚 Δx_i 为无穷小，又若温度場的相繼状态之間的时间間隔 $\Delta\tau_i$ 亦将趋近于零，則方程式 (6) 变换为偏微分方程。要得到此方程，先得假定

$$\Delta x_{n+1} = \Delta x_n = \Delta x_{n-1} = \dots = \Delta x$$

这时

$$C_n = C_{o,n} \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (9)$$

① 温度場——在一定的区域内温度总和。

$$\left. \begin{aligned} R_{n+1,n} &= \frac{\Delta x}{\Delta y \Delta z \cdot \lambda_{n+1,n}}, \\ R_{n,n-1} &= \frac{\Delta x}{\Delta y \Delta z \cdot \lambda_{n,n-1}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中

$$\frac{2}{\lambda_{n,m}} = \frac{1}{\lambda_n} + \frac{1}{\lambda_m}。$$

将表达式 (9) 和 (10) 代入方程式 (6) 中, 并且以 $\Delta \tau_n \Delta x \Delta y \Delta z$ 乘积, 除等式两边即得

$$C_{o,n} \frac{\Delta t_n^k}{\Delta \tau_n} = \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{t_{n+1} - t_n}{\frac{\Delta x}{\lambda_{n+1,n}}} - \frac{t_n - t_{n-1}}{\frac{\Delta x}{\lambda_{n,n-1}}} \right) + W_{n0} \quad (11)$$

变换为极限, 当 $\Delta \tau \rightarrow 0$ 和 $\Delta x \rightarrow 0$ 得

$$C(x) \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) \frac{\partial t}{\partial x} \right] + W(x, \tau), \quad (12)$$

因为

$$\lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

和

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\Delta x} \left(\frac{t_{n+1} - t_n}{\frac{\Delta x}{\lambda_{n+1,n}}} - \frac{t_n - t_{n-1}}{\frac{\Delta x}{\lambda_{n,n-1}}} \right) \right] &= \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x) \frac{\partial t}{\partial x} \right]。 \end{aligned}$$

方程式 (12) 被称为傅立叶热传导方程。用同样的方法, 可以推导出二维和三维热过程情况的方程式 (6) 和 (12)。要得到这样的方程式, 必须重复进行上面的推导。这时, 研究单元容积热平衡时, 不仅要考虑沿 x 轴的, 还要考虑沿 y 轴及 z 轴的热流。在进行了这样的推导之后, 写出三维热过程情况的热传导微分方程:

$$\begin{aligned} C \frac{\partial t}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \\ &+ W(x, y, z, \tau), \end{aligned} \quad (13)$$

这里

$$C = C(x, y, z) \text{ 和 } \lambda = \lambda(x, y, z)。$$

要想表示固体內傳热过程的全部特征和計算温度場，仅用热傳导方程还嫌不足。在一般的情况下它有很多解。除热傳导方程之外，还要知道該条件下方程式解的一个值，即研究区域的尺寸、它的热物理特征、起始条件和边界条件。要求完整地定义出热傳导課題是非常重要的，定义中的一些遺漏，将造成解答錯誤，或是对所得的結果予以不正确的解釋。举一个这样的例子：作干岩石类土（无热源和潜热）温度状况課題定义的記錄。

例：要求将干岩石类土温度状况的計算課題作出数学定义。这时（图 3）：

1) 要决定土中从表面到深度 l 处随時間未定的一維热过程情况的温度場；

2) 热在土层中傳播，服从在固体內傳热过程的主要关系式 [(1) 和 (3)]，或即满足傅立叶方程 (12)；

3) 温度在土层中分布，在开始一瞬間（当 $\tau = 0$ ）为已知，并等于 $t(x, 0) = \varphi(x)$ ；

4) 在研究区的

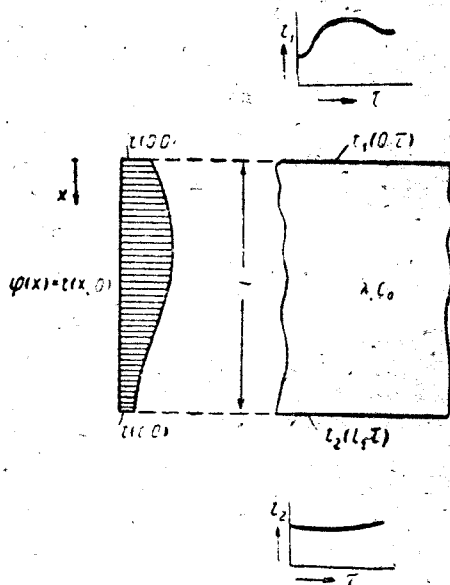


图 3

上界上，已知土面温度改变的情况 $t_1(0, \tau)$ ，在该区的下界上，土的温度情况 $t_2(l, \tau)$ 也已知；

5) 岩石类土热物理特征 λ 和 C_0 沿深度不变——土是均匀的，没有潜热。

根据所述，可以写出：

热传导方程式

$$C_0 \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

$$\tau > 0, \quad 0 < x < l;$$

起始条件：

当 $\tau = 0$ 时

$$t(x, 0) = \varphi(x);$$

边界条件：

$$\text{当 } x = 0 \quad t = t_1(x, \tau),$$

$$\text{当 } x = l \quad t = t_2(l, \tau).$$

湿土冻结计算的课题的提出：当讨论冻土温度状况计算课题的提出时，我们曾略偏于题外，即使简短地也要研究一下固体内传热过程理论。这时阐明了固体内传热过程基本定律，指出了完整地定义课题的必要性，也就是除了基本定律，还考虑所研究的热过程的起始条件和边界条件。

剩下来未曾研究的一些虽是重要的，但对固体内传热过程而言却是物体非主要的热物理性质，例如与淋洗固体表面的介质交换热的性能。以后随着研究土中热过程的需要程度，将适当地研究它们。现在，我们谈到了中心问题——怎样才能将已阐明的固体内传热理论，用来研究冻土温度状况呢？这时，应该考虑那些特殊条件和采取那些预加措施呢？

按照便于实践的和基本上正确地考虑了主要因素的湿土冻结计算方法的任务，我们应该：