概率统计辅导

概率统计辅导

主　编　北京大学数学科学学院　章昕
编　写　双博士高等数学课题组
总策划　胡东华

机械工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率统计辅导/章昕主编，-北京：机械工业出版社，2002.1

（高等学校数学教材配套辅导丛书）

ISBN 7-111-09820-X

Ⅰ.概...　Ⅱ.章...　Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 001202 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号　邮编：100037)

责任编辑：朱　华　　责任校对：郝峥嵘

封面设计：胡东华　　责任印制：何全君

三河市宏达印刷有限公司印刷　机械工业出版社出版发行

2002 年 9 月第 1 版　第 2 次印刷

850mm×1168mm　1/32　印张 19　字数 657 千字

定价：20.00 元

“大学英语四、六级考试押题讲座”授课计划

http://www.bbdd.cc

一、内容:大英四、六级考试考前两个月押题讲座

二、讲座总策划:胡东华

三、主讲:

“双博士品牌”大学英语课题组

四、网站:中国教育考试双博士网站:http://www.bbdd.cc

五、时间:2002 年 4 月 ~ 2002 年 5 月　　2002 年 11 月 ~ 2002 年 12 月

六、大学英语四、六级考试考前两个月押题讲座课程表

时间 科目	4 月或 11 月 第 1 周	4 月或 11 月 第 2 周	4 月或 11 月 第 3 周	4 月或 11 月 第 4 周	5 月或 12 月 第 1 周	5 月或 12 月 第 2 周	5 月或 12 月 第 3 周	5 月或 12 月 第 4 周
四　级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	翻译	写作	模拟题
六　级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	改错	写作	模拟题
分值	20 分	40 分		15 分	10 分		15 分	总分 100 分

以上讲座均结合教材进行。

七、信息发布:网站将随时发布大学英语教学和四、六级考试方面的最新消息。

八、其他服务:本网站每月将不定期举办词汇讲座及提供课外时文选读。

一封郑州某大学学生的来信

双博士：

您好！

收到您的回信十分高兴，您能如此重视一名普通读者的意见，在百忙之中给予回复，并提供赠书，令我这名学管理的学生看到了贵公司完善的管理机制，也看到了"双博士"品牌光辉的前景。

我曾购买了"双博士"的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册，我认为质量很好，因为我在准备2001年6月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料，仅是每天背《辅导》上的知识点，另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇，而我却考出了94.5分的骄人成绩，真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。所以我信赖双博士，也相信考研中借助双博士的力量，会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下，如果可以的话，我想得到代号为"RB12"的《考研应试教程(英语分册)》，或者是代号为"B18A"的《研究生入学考试英语词汇备考手册》两本书中的任何一本，我都相信会给我带来好运！

另外，在如今激烈竞争的市场中，各种图书充斥学生的眼中。作为一名十分喜爱双博士的读者，我想为"双博士"品牌的推广提一些建议。我认为"双博士"应多与各高校进行接洽，赞助高校学生会组织的一些学生活动，以扩大"双博士"品牌的影响力。因为在我担任我们学院的学生会文艺部长期间，所搞的诸如辩论会、演讲赛、征文等活动，几乎都是由电脑、饮料、复读机等企业赞助的，而从未想过由某一品牌图书进行赞助，因此，如果双博士有意扩大影响力的话，填补高校学生活动由图书赞助的空白，同时冠以"双博士"的名称，一定会取得很好的效果。

以上是我个人的一点想法，也许太过幼稚，毕竟我还未踏入社会，有些难处我还没体会到，也希望您不要见笑。

最后，预祝双博士前途无量、事业有成！

李志伟

2001年11月22日

给李志伟同学及全国其他大学生的回复

谢谢李志伟同学及全国其他大学生对双博士品牌图书的支持、关心。目前全国在校大学生中，有三分之一的学生在使用本品牌图书，这与广大学生的厚爱是分不开的。因此我们愿意回报广大学生。今后如果全国各高校学生会有什么活动，需要我们赞助，我们愿意全力支持。

具体操作方法：请将举办活动的内容、目的及需要用于奖励图书的数量，写成材料，并盖上学生会公章，以传真方式发来，我们将很快给予答复。

电话：(010)62542436　传真：(010)62622642　联系人：杨丹

最后，祝志伟同学及全国大学生成为祖国栋梁之才！

胡东华

2002年1月

前言

概率统计作为数学的一个重要分支在许多领域中有着广泛的应用。现在,不但理工学科,而且经济学、管理学专业对概率统计的要求也越来越高。如果仅仅靠一本教材、有限的几个课时和课后少量的练习,往往是很难学好这门课的。在历年考研试题中,概率统计也不容忽视,而且难度有所增加。

为了解决这一问题,我们精心编写了这本书。在书的每一节里,我们首先列出了这一节的主要内容及计算公式;然后给出了大量详细的例题,使读者能在最短的时间对每一节内容一目了然,并借助例题达到理解记忆,融汇贯通的目的。对于有些例题,还给出了几种解法,使读者易于比较总结。接下来的知识网络图指出了各知识点的有机联系,有利于读者从整体上把握概率统计的知识结构。在每一章的后面,我们列出了历年的考研真题,方便考研的同学参考和借鉴。最后是一定量的练习题,读者可以自己挑选,做完后可参考后面的答案来评判掌握的情况。

根据读者的意见,我们对全国流行的经典教材——浙江大学《概率论与数理统计》第二版的习题作了相应的参考答案。由于本书和浙大的教材在知识点的编排上有所不同,为此,我们征求了策划者和作者的意见,认为宜保留本书原有的编排特色,把浙大的教材答案当作附录附在书后,供读者参考使用。

我们在书后附上了2003年考研大纲"概率统计"各部分考点分析以及2002年数学(一)真题。在考点分析中包括常考知识点,考试要求,还包括"概率统计"各部分在历年考题中所占的分数,为方便各类考生,按不同的数学种类单独列出。供各类考生各取所需。

本书属于"双博士"品牌系列丛书中的黄金品牌。

本套丛书从2002年起由科学技术文献出版社改为由机械工业出版社出版,其内容、用纸及印装质量在原基础上均上了一个大台阶,故称之为"双博士精品"系列。

本书采用60克黄色胶版纸印刷,且每印张的定价不上涨,其直接目的是以学生利益为中心,并遏制盗版。

"双博士"品牌系列丛书,以其独有的魅力和卓越的品质被誉为最受大学生欢迎的教学辅导丛书,销量居全国同类书榜首。全国约有三分之一的大学生读过或正在使用本品牌丛书(不含盗版)。本品牌丛书封面、封底都带有双博士书标。此书标已由国家商标局注册。该系列品牌丛书,在读者中已树立起不可替代的品牌形象,引起了媒介的广泛关注。中央电视台1999年9月15日~10月15日在"99全球财富论坛"特别节目及《东方时空》黄金时间强档推出该品牌系列丛书,成为当时图书界传媒热点。1999年11月5日《光明日报》第9版以"图书市场面临商标竞争时代"为标题,以"胡东华系列双博士品牌文教图书引起关注"为副标题做了报道。后被多家报纸转载。《中国青年报》、《新闻出版报》、《中国文化报》、《中国教育报》和《中国大学生》等报刊对该品牌系列丛书也做了相应报道。

双博士高等数学课题组

2002年9月北京

目　录

第九章　回归分析

第十章　方差分析

第一章　随机事件及其概率

在这一章里，我们首先复习随机事件及其概率，事件的关系和运算等基本概念，然后介绍几种常用的概率：古典概率、几何概率、条件概率和伯努利概型，最后学习一些计算概率的常用方法．通过复习，应掌握如何判别事件的概率的概型及如何利用概率的性质和有关公式来计算概率．

§1.1　事件的关系和运算

1.1.1　考试内容及理解记忆方法

1．事件及几个基本概念的定义

事件及几个基本概念的定义见表1－1

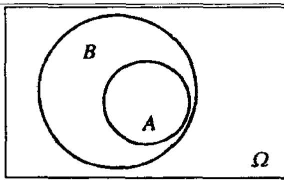
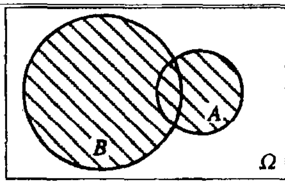
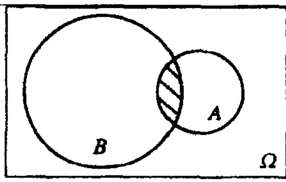
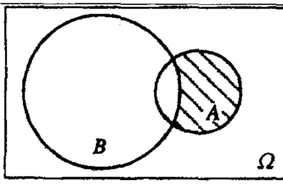
表1－1　事件及几个基本概念的定义

<table>
<tr><th>名称</th><th>定　　义</th><th>举例</th></tr>
<tr><td>随机试验</td><td>可以在相同的条件下重复进行，并且每次试验的结果事先不可预知的试验</td><td rowspan="6">掷一颗均匀的骰子，观察出现的点数是一个随机试验．试验的结果“点数是3”是一个随机事件．而事件 w_1 ＝“点数1”，w_2 ＝“点数2”，…，w_6 ＝“点数6”是6个基本事件，事件 B ＝“点数为奇数”是一个复合事件．“点数为1到6中的某一个”为必然事件；“点数为7”是不可能事件</td></tr>
<tr><td>随机事件</td><td>在随机试验中，可能发生也可能不发生的事件，也简称为事件</td></tr>
<tr><td>基本事件</td><td>仅含有一个样本点的随机事件（随机试验中每一种可能的试验结果称为一个样本点）</td></tr>
<tr><td>复合事件</td><td>含两个或两个以上样本点的随机事件</td></tr>
<tr><td>必然事件</td><td>必然会发生的事件</td></tr>
<tr><td>不可能事件</td><td>试验中不可能发生的事件</td></tr>
</table>

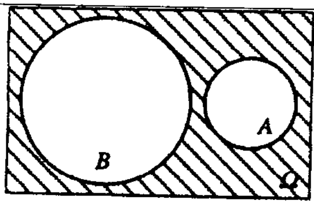
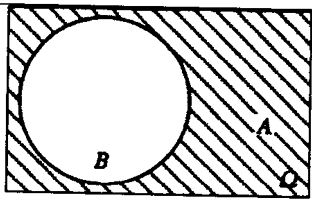
2. 事件的关系和运算

事件的关系和运算见表 1 - 2.

表 1 - 2　事件的关系和运算

名称	意义	文氏图	备注
事件的包含	如果事件 A 发生,则事件 B 一定发生,称事件 B 包含事件 A.用 $B \supset A$ 或 $A \subset B$ 表示		注:$\varnothing \subset A \subset \Omega$ 总是成立的
事件的相等	如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$,则称事件 A 与 B 相等.用 $A = B$ 表示		
事件的和	“事件 A 与 B 中至少有一个发生”是一个事件,称为事件 A 与 B 的和,记为 $A + B$ 或 $A \cup B$		注:事件 $A + B$ 发生是指仅 A 发生或者仅 B 发生或者 A 与 B 同时发生
事件的积	“事件 A、B 同时发生”是一个事件,称为 A 与 B 的积.记为 AB 或 $A \cap B$		注:事件 AB 发生是指 A 发生且 B 也发生
事件的差	“事件 A 发生而 B 不发生”是一个事件.称为 A 与 B 的差,记作 $A - B$		注:$A - B$ 与 $B - A$ 是两个不同的事件

（续）

名称	意义	文氏图	备注
事件的互不相容(互斥)	如果事件 A 与 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$. 称 A 与 B 互不相容(或互斥)		注：A 与 B 互不相容只表示这两个事件不能同时发生，但却允许它们同时都不发生
事件的对立	事件 A 与 B 不能同时发生，但必须有一个发生，即 A,B 满足 $AB=\varnothing$ 且 $A+B=\Omega$，称 A 与 B 是对立的(或互逆的)事件，记为 $\bar{A}=B$ 或 $\bar{B}=A$		注：当 A 与 B 对立时，A 与 B 既不能同时发生，但也不能同时不发生，即 A 发生时，B 一定不发生，而 A 不发生时，B 一定发生
完备事件组	如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，且 $A_1+A_2+\cdots+A_n=\Omega$，则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组		

3. 同样记号在概率论与集合论中的对照

同种记号在概率论与集合论中的对照见表 1 - 3.

表 1 - 3　同种记号在概率论与集合论中的对照

记号	概率论	集合论
Ω	样本空间,必然事件	全集
$\varnothing$	不可能事件	空集
ω	基本事件	元素
A	事件	子集
$A \subseteq B$	事件 A 发生,则 B 一定发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 和事件 B 是同一个事件	A 与 B 相等
$A \cup B(A + B)$	事件 A 与 B 中至少有一个发生	A 与 B 的并集(和集)
$A \cap B(AB)$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生,而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB = \varnothing$	事件 A 与 B 不相容	A 与 B 的交集为空
$\bar{A}$	A 的对立事件	A 的补集

4. 关系运算的推广

关系运算的推广见表 1 - 4.

表 1 - 4　关系运算的推广

分配律:$AB + C = (A + C)(B + C)$	交换律:$A + B = B + A, AB = BA$
摩根律(对偶律):$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}, \overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	结合律:$(A + B) + C = A + (B + C)(AB)C = A(BC)$
补元律:$A\bar{A} = \varnothing$　　$A + \bar{A} = \Omega$	还原律:$\bar{\bar{A}} = A$
吸收律:若 $A \subset B$,则 $AB = A$,且 $A + B = B$	分解律:若 $A \subset B$,则 $B = A + \bar{A}B$
蕴涵律:若 $AB = \varnothing$,则 $A \subset \bar{B}, B \subset \bar{A}$	排中律:$A \cup \bar{A} = \Omega$
矛盾律:$A \cap \bar{A} = \varnothing$	差积转换律:$A - B = A \cap \bar{B} = A - (A \cap B)$

1.1.2 典型例题解析

例 1　设袋内有 10 个编号为 1 ~ 10 的球,从中任取一个,观察其号码

(1) 写出这个试验的样本空间.

(2) 若 A 表示"取得的球的号码是奇数",B 表示"取得的球的号码是偶数",C 表示"取得的球的号码小于 5",则

①$A+B$，②AB，③$\bar{C}$，④$\bar{A}\bar{C}$，

⑤ $\overline{B+C}$，⑥ $\overline{BC}$，⑦$A-C$ 各表示什么事件?

(3) 事件 A 与 B 是否互不相容?

(4)AC 与 $\bar{A}\bar{C}$ 是否互不相容?是否对立?

解:(1) 若用 w_i 表示"取得的球的号码为 i"($i=1,2,\cdots,10$),则这个试验的样本空间为 $\Omega=\{w_1,w_2,\cdots,w_{10}\}$.

(2) ① $A+B$ 表示"取得的球的号码或者是奇数,或者是偶数",它是必然事件,即 $A+B=\Omega$.

② AB 表示"取得的球的号码既是奇数又是偶数",它是不可能事件,即 $AB=\varnothing$.

③$\bar{C}$ 表示"取得的球的号码大于等于 5",即 $\bar{C}=\{w_5,w_6,\cdots,w_{10}\}$.

④$\bar{A}\bar{C}$ 表示"取得的球的号码是大于 5 的偶数",即 $\bar{A}\bar{C}=\{w_6,w_8,w_{10}\}$.

⑤ $\overline{B+C}$ 表示"取得的球的号码不是偶数也不小于 5",也就是"取得的球的号码是大于等于 5 的奇数",即$\overline{B+C}=\bar{B}\bar{C}=\{w_5,w_7,w_9\}$.

⑥ $\overline{BC}$ 表示"取得的球的号码不是小于 5 的偶数",也就是"取得的球的号码是奇数或者大于等于 5",即$\overline{BC}=\bar{B}+\bar{C}=\{w_1,w_3,w_5,w_6,w_7,w_8,w_9,w_{10}\}$.

⑦$A-C$表示"取得的球的号码是奇数但不小于5",也就是"取得的球的号码是大于等于 5 的奇数",即 $A-C=\{w_5,w_7,w_9\}$.

(3)A 与 B 互不相容,因为取得的球的号码不会既是奇数又是偶数,即 $AB=\varnothing$.同时,$A+B=\Omega$,所以 A 与 B 是对立事件.

(4) 因为 $AC=\{w_1,w_3\}$,$\bar{A}\bar{C}=\{w_6,w_8,w_{10}\}$ 所以$(AC)(\bar{A}\bar{C})=\varnothing$,但 $AC+\bar{A}\bar{C}=\{w_1,w_3,w_6,w_8,w_{10}\}\neq\Omega$,因而 AC 与 $\bar{A}\bar{C}$ 互不相容,但不对立.

例 2　在计算机系学生中任选一名学生,设事件

$A=$"选出的学生是男生";

$B=$"选出的学生是三年级学生";

$C=$"选出的学生是科普队的".

(1) 叙述事件 $AB\bar{C}$ 的含义.

(2) 在什么条件下, $ABC = C$ 成立?

(3) 什么时候关系 $C \subseteq B$ 成立?

解:(1) 事件 AB 的含义是“选出的学生是三年级的男生”,而事件 $\bar{C}$ 的含义是选出的学生不是科普队的,所以 $AB\bar{C}$ 的含义是“选出的学生是三年级的男生不是科普队员”.

(2) 由于 $ABC \subseteq C$,故 $ABC = C$ 的条件是:当且仅当 $C \subseteq ABC$.即当且仅当 $C \subseteq AB$,即“科普队员都是三年级的男生”.

(3) 当科普队员全是三年级学生时, C 是 B 的子事件,即 $C \subseteq B$ 成立.

例 3　用已知事件表达有关的其他事件

(1)“A 发生,而 B 与 C 都不发生”可表为 $A\bar{B}\bar{C}$ 或 $A\overline{(B \cup C)}$;

(2)“A,B,C 中恰有一个发生”可表为 $A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$;

(3)“A,B,C 中恰有两个发生”可表为 $AB\bar{C} \cup A\bar{B}C \cup \bar{A}BC$ 或 $AB \cup BC \cup CA - ABC$;

(4)“A,B,C 中不多于一个发生”可表为 $\bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$ 或 $\overline{AB \cup BC \cup CA}$.

注:上面的表示法是根据事件的关系与运算,以及事件的运算律得到的.比如(1),单个看,是 A 发生, B 不发生, C 也不发生,所以就是 $A\bar{B}\bar{C}$;把“B,C 都不发生”一起看,它的逆事件是“B,C 中至少一个发生”,即 $B \cup C$,于是“B,C 都不发生”就是 $\overline{B \cup C}$,所以结果可以写成 $A\overline{(B \cup C)}$.

例 4　设 A,B,C 为随机事件,试证明下列各式:

(1) $(A - AB) \cup B = A \cup B$;

(2) $(A \cup B) - B = A - AB = A\bar{B}$;

(3) $(A \cup B) - AB = A\bar{B} \cup \bar{A}B$;

(4) $A \cup (B - AB) \cup (C - AC) = A \cup B \cup C$.

证明　(1) 方法一:设 $w \in A \cup B$,则

$$\begin{cases} \text{或 } w \in A\bar{B} \Rightarrow w \in A \text{ 同时 } w \in \bar{B} \Rightarrow w \in (A - B) \Rightarrow w \in (A - AB) \\ \text{或 } w \in \bar{A}B \Rightarrow w \in B \text{ 同时 } w \in \bar{A} \Rightarrow w \in B \\ \text{或 } w \in AB \Rightarrow w \in B \end{cases}$$

于是 $w \in (A - AB) \cup B$ 故

$$(A - AB) \cup B \supset A \cup B$$

另一方面,有 $(A - AB) \subset A \subset A \cup B$.于是

$$(A - AB) \cup B \subset A \cup B$$

故 $$(A-AB)\cup B=A\cup B$$

方法二:设 $A\cup B$ 发生,则 A,B 至少有一个发生,那么有下面三种情况:

①A 发生而 B 不发生 $\Rightarrow A$ 发生而 AB 不发生 $\Rightarrow A-AB$ 发生 $\Rightarrow (A-AB)\cup B$ 发生;

②A 不发生而 B 发生 $\Rightarrow (A-AB)\cup B$ 发生;

③A,B 都发生 $\Rightarrow (A-AB)\cup B$ 发生.

因此不论哪种情况,总有 $(A-AB)\cup B$ 发生,即有

$$(A-AB)\cup B\supset A\cup B$$

另一方面,由方法一知,$(A-AB)\cup B\subset A\cup B$,由于"$\subset$"及"$\supset$"同时成立,故(1)得证.

方法三:注意到 $A-B=A\bar{B}$,于是

$$\begin{aligned}(A-AB)\cup B&=(A\overline{AB})\cup B=[A(\bar{A}\cup\bar{B})]\cup B\\&=(A\bar{A}\cup A\bar{B})\cup B\\&=(A\bar{B})\cup B=A\cup B\end{aligned}$$

方法四:由于 $A-AB$ 表示 A 发生而 A,B 不同时发生,即 A 发生 B 不发生,故 $(A-AB)\cup B$ 表示 A 与 B 至少有一个发生,这等价于事件 $A\cup B$ 发生.故 $(A-AB)\cup B=A\cup B$.

(2) 由于

$$(A\cup B)-B=(A\cup B)\bar{B}=A\bar{B}\cup B\bar{B}=A\bar{B}$$

而 $$A-AB=A\overline{AB}=A(\bar{A}\cup\bar{B})=A\bar{A}\cup A\bar{B}=A\bar{B}$$

故 $$(A\cup B)-B=A-AB=A\bar{B}$$

(3) 由于

$$\begin{aligned}(A\cup B)-AB&=(A\cup B)(\overline{AB})=(A\cup B)(\bar{A}\cup\bar{B})\\&=[(A\cup B)\bar{A}]\cup[(A\cup B)\bar{B}]=\bar{A}B\cup A\bar{B}\end{aligned}$$

故 $$(A\cup B)-AB=A\bar{B}\cup\bar{A}B$$

(4) 由于

$$\begin{aligned}&A\cup(B-AB)\cup(C-AC)=A\cup(B\overline{AB})\cup(C\overline{AC})\\&=A\cup[B(\bar{A}\cup\bar{B})]\cup[C(\bar{A}\cup\bar{C})]\\&=A\cup(B\bar{A})\cup(C\bar{A})=(A\cup B)\cup(C\bar{A})\\&=[(A\cup B)\cup C]\cap[(A\cup B)\cup\bar{A}]\\&=(A\cup B\cup C)\cap\Omega=A\cup B\cup C\end{aligned}$$

故 $$A\cup(B-AB)\cup(C-AC)=A\cup B\cup C$$

1.1.3 小结

在本节中,我们详细给出了事件及其相关的概念,事件的关系和运算的定义和运算律.在例题中,给出了如何求试验的样本空间,如何用已知事件的关系来表示其他事件,及事件之间关系的演算.

§1.2 事件的概率

1.2.1 考试内容及理解记忆方法

1. 概率的定义

(1) 概率的统计定义

如果在 n 次重复试验中事件 A 发生了 m 次,当 n 逐渐增大时,比值 $\frac{m}{n}$ 稳定地在某一常数 p 附近摆动,且 n 越大,摆动幅度越小.则称此常数 p 为事件 A 的概率,记为 $P(A)$.

注:比值 $\frac{m}{n}$ 称作 n 次试验中 A 发生的频率,必须进行 n 次试验才能计算事件 A 发生的频率;而事件 A 的概率 $P(A)$ 是事件 A 在一次试验中发生的可能性的大小.

(2) 概率的古典定义

若试验结果一共有 n 个基本事件 $w_1, w_2, \cdots, w_n$,且每次试验中各基本事件出现的可能性完全相同,而事件 A 由其中 m 个事件 $w_{i1}, w_{i2}, \cdots, w_{im}(m \leqslant n)$ 组成,则事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

注:概率的古典定义要求试验具有两个特点:试验的样本空间的样本点的有限性和每次试验中各基本事件 $w_1, w_2, \cdots, w_n$ 出现的等可能性.我们称具有上述两个特点的试验为古典试验,建立在古典试验上的数学模型为古典概型.

(3) 概率的公理化定义

设 E 是随机试验,Ω 是它的样本空间,对于 E 的每一事件 A 赋予一个实数,记作 $P(A)$,称为事件 A 的概率.如果集合函数 $P(\cdot)$ 满足下列条件:

1° 非负性　对于每一个事件 A,有 $P(A) \geqslant 0$;

2° 规范性　$P(\Omega) = 1$;

3° 可列可加性　设 $A_1, A_2, \cdots$,是两两互不相容的事件,即 $i \neq j$ 时,$A_iA_j = \varnothing$,$i, j = 1,2,\cdots$,则有