

大学经济管理课程辅导教材



经济计量学 精要习题集

黄梅波 主编



机械工业出版社
China Machine Press

大学经济管理课程辅导教材

经济计量学

精要习题集

黄梅波 主编



机械工业出版社
China Machine Press

本书是机械工业出版社 2000 年 7 月出版的《经济计量学精要》(原书第 2 版)一书的习题集。鉴于足够的练习才能让学生准确掌握经济计量学的方法,而《经济计量学精要》(原书第 2 版)一书并未给出书中各章节习题的解答过程和答案,因此本书便应运而生。全书解答力求客观、准确、详细,以让学生更好地理解、运用经济计量学方法。

本书由机械工业出版社出版。未经出版者书面许可,不得以任何方式抄袭、复制或节录本书中的任何部分。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

《经济计量学精要习题集》/黄梅波主编. -北京:机械工业出版社,2003.8

ISBN 7-111-12190-2

I. 经… II. 黄… III. 计量经济学 - 习题 IV. F224.0-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 043578 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:魏 杰 版式设计:刘永青

北京牛山世兴印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2003 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16·10.5 印张

定 价:20.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换



前 言

计量经济学与微观经济学、宏观经济学一起构成了现代经济学最重要的理论基础。微观经济学研究个体经济人在市场经济条件下如何科学决策,宏观经济学研究市场经济作为一个整体的运行规律,计量经济学研究经济运行中经济变量之间的数量关系。近年来,我国高等院校开始越来越重视计量经济学的教学与研究工作。各院校都相继开设了不同层次的计量经济学课程,1998年教育部高等学校经济学学科教学指导委员会确定的高等学校经济学门类专业的8门专业核心课程:政治经济学、西方经济学(包括微观经济学、宏观经济学)、计量经济学、国际经济学、会计学、统计学、货币银行学、财政学中,计量经济学也被首次列入。近几年,我国出版了多种计量经济学的教材,同时也引进了一些国外的计量经济学教材,对我国计量经济学的教学与普及起到了重要的作用。

通观现有的计量经济学教材,我们发现国内作者编写出版的计量经济学教材与从国外引进的教材具有不同的特点。国内作者编写的一般内容简练、言简意赅,篇幅较小,注重数学计算、推导和证明,这就要求学生在学习计量经济学之前具有较为深厚的数学基础和统计学基础。而国外引进的教材的特点则是篇幅大、实例多、解释较为详细,而且,初级的教材主要以计量经济学的理论分析为主,一般不要求复杂的数学运算和推导,学生即使不具有较好的数学和统计学基础也可以基本掌握。

国内外计量经济学教材还有一个重要的区别就是对习题的重视程度。我们知道,计量经济学的教学过程中,足够的练习对计量经济学概念的掌握和方法的学习是十分重要的。但是目前市场上惟一一本习题集是对外经济贸易大学于俊年教授编写的、与其出版的教材《计量经济学》相配套的《计量经济学习题与解答》。习题的缺乏给学生学习和掌握计量经济学带来了一定的困难。欣喜的是,我们发现,在近年引进翻译的国外计量经济学教材中,往往每一章内容后面都列有大量的习题供学生选择使用。习题的内容包括基本概念的复习,也包含一些实际的应用题,有些习题必须使用计量经济学软件才能解决。但不足之处是没有习题答案,或答案很少而且过于简略。学生在使用过程中,即使想做习题,但一看没有答案,如果自己做了,也难以确定是否正确,因此,也就不想下笔了。这就使该类教材本来具有的优势没有了,或没有最大化地发挥出来,令人十分遗憾。

《经济计量学精要》就是近年我国引进出版的一本计量经济学初级教材,其主要特点是把重点放在了向学生介绍计量经济学基础理论上,而基本不涉及复杂的数学运算和推导。这使得学生,尤其是文科出身的学生对计量经济学普遍存在的畏难心理和抵触情绪得到缓解,提高了学生学习计量经济学的兴趣,对学生更好地掌握计量经济学的精髓也十分有利。因此,我认为该书作为本科生的计量经济学教材是比较适宜的。但是由于该书也存在虽有习题,但习题大多数没有

答案的问题,因而使用本书进行教学也存在一定的不足。

为了满足教学的需要,也为了填补国内图书市场这一块空白,2002年下半年,我组织了厦门大学经济系的部分研究生开始了《经济计量学精要习题集》的编写工作。整个编写过程中,我主要负责整个工作的计划组织工作,并负责与出版社的联系。至于全书的习题解答主要是由同学们完成的。其中张江波负责第1~4章,刘晓喆负责第5~6章,刘伟平负责第7~9章,颜迟负责第10~12章,黄德志负责第13~15章。最后我负责对全书进行统纂。《习题集》可以说是集体智慧的结晶,充分发挥了集体的力量。每一位同学都把全书的每个练习做了下来,每一题特别是相对较难的习题都经过了大家的集体讨论,负责人实际上只是该部分习题答案的整理人。

本书是《经济计量学精要》的配套书,当然自己也可以独立成册。读者在阅读理解了《经济计量学精要》相关章节的内容之后,为充分掌握书中内容,应该做一下课后练习,本书为您提供了一大部分习题的参考答案。在每章习题解答开始前,都有一个“本章指南”简要地介绍了这一章需要掌握的内容,习题所涉及的范围,并对习题进行了分类。读者如果时间有限,不能做大部分的习题,则可以根据“本章指南”的指导,选择自己需要掌握的内容,有针对性地进行练习。一部分习题需要使用经济计量学软件来解答,本习题解答采用的是 Eviews 软件。

鉴于我和同学们对计量经济学的理解和掌握存在着一定的局限,因此,习题答案肯定还存在着这样那样的缺点,希望读者能够批评指正,我们自己在今后的教学和学习中也将对其进行不断的改进和完善。

黄梅波
2003年2月



目 录

前言

第 1 章 经济计量学的特征及研究范围	(1)
本章指南	(1)
习题	(1)
习题解答	(3)
第 2 章 基本统计概念的回顾	(6)
本章指南	(6)
习题	(6)
习题解答	(10)
第 3 章 一些重要的概率分布	(17)
本章指南	(17)
习题	(17)
习题解答	(19)
第 4 章 统计推断:估计与假设检验	(24)
本章指南	(24)
习题	(24)
习题解答	(27)
第 5 章 线性回归的基本思想:双变量模型	(31)
本章指南	(31)
习题	(31)
习题解答	(35)
第 6 章 双变量模型:假设检验	(41)
本章指南	(41)
习题	(41)
习题解答	(46)
第 7 章 多元回归:估计与假设检验	(54)
本章指南	(54)
习题	(54)

习题解答	(59)
第 8 章 回归方程的函数形式	(65)
本章指南	(65)
习题	(65)
习题解答	(72)
第 9 章 包含虚拟变量的回归模型	(78)
本章指南	(78)
习题	(78)
习题解答	(85)
第 10 章 多重共线性	(89)
本章指南	(89)
习题	(89)
习题解答	(93)
第 11 章 异方差	(97)
本章指南	(97)
习题	(97)
习题解答	(104)
第 12 章 自相关	(109)
本章指南	(109)
习题	(109)
习题解答	(114)
第 13 章 模型选择:标准与检验	(117)
本章指南	(117)
习题	(117)
习题解答	(122)
第 14 章 单方程回归模型:几个补充专题	(127)
本章指南	(127)
习题	(127)
习题解答	(134)
第 15 章 联立方程模型	(140)
本章指南	(140)
习题	(140)
习题解答	(142)
附录	(148)

第 1 章

经济计量学的特征及研究范围

本章指南

本章对经济计量学进行了概要介绍,从整体上告诉我们经济计量学是什么,研究什么以及如何研究的问题。本章所阐释的经济计量分析分为八大步骤,基本上为我们勾画了本书的理论框架,并包含有以后所要学习的各章节的内部联系。另外本章提到了几个计算机软件包,我们常用的主要有 Eviews, SPSS, Mintab 等,要学好经济计量学,必须熟悉掌握其中一种。

本章习题主要考察的重点内容有:

1. 经济计量分析的步骤,以 1.1 题最为典型。
2. 散点图与回归直线,如第 1.6, 1.7 题。对此类题,要学会运用 Eviews 等软件。
3. 尝试用经济计量方法考虑经济问题,以 1.1, 1.3, 1.4 题最为典型。这类题目给读者以很大的自由发挥空间,答案并不惟一。

习题

1.1 假设地方政府决定在其管辖区内提高居民财产税税率。那么,将对居民住房的价格有何影响?根据本章所讨论的八个步骤来回答问题。

1.2 怎样理解经济计量学在商业和经济领域进行决策的作用?

1.3 假设你是联邦储备局主席的经济顾问,若联储主席询问你,对增加货币供给来刺激经济有何建议,那么,在你的意见中将会考虑哪些因素?在你的意见中如何运用经济计量学?

1.4 为了减少对外国石油供应的依赖,政府考虑将对汽油收取联邦税,假设福特汽车公司雇佣你分析税收增加对汽车需求量的影响,你将如何向公司提出建议?

1.5 经济计量学与纯数理经济学有何区别?它与经济理论又有何区别?

1.6 表 1-1 给出了美国 1980~1996 年间消费者价格指数(CPI)、500 只股票的指数(S&P),3 月期国债利率(3-m T bill)的数据。

表 1-1 消费者价格指数(CPI, 1982~1984 = 100), 标准普尔综合指数
(S&P500, 1941~1943 = 100)及 3 月期国债利率(3-m T bill, %)

年份	CPI	S&P 500	3-m T bill
1980	82.4	118.78	11.506
1981	90.9	128.05	14.029
1982	96.5	119.71	10.686
1983	99.6	160.41	8.63

(续)

年份	CPI	S&P 500	3-m T bill
1984	103.0	160.46	9.58
1985	107.6	186.84	7.48
1986	109.6	236.34	5.98
1987	113.6	286.83	5.82
1988	118.3	265.79	6.69
1989	124.0	322.84	8.12
1990	130.7	334.59	7.51
1991	136.2	376.1	5.42
1992	140.3	415.74	3.45
1993	144.5	451.41	3.02
1994	148.2	460.33	4.29
1995	152.4	541.64	5.51
1996	156.9	670.83	5.02

资料来源: *Economic Report of the President*, 1997, Tables B-60, p. 369, B-71, p. 382, and B-93, p. 406.

(a) 以时间为横轴, 以上述三个变量为纵轴做图。当然, 你可以以 3 个变量分别做图。

(b) 你预计 CPI 与 S&P 指数之间的关系如何? CPI 与 3 月期国债利率的关系如何? 为什么?

(c) 对每一个变量, 根据散点图目测其回归直线。

1.7 表 1-2 给出了德国马克与美元之间的汇率(一美元兑换多少德国马克), 以及两个国家的消费者价格指数。

表 1-2 马克对美元的汇率及德国和美国消费者价格指数(CPI)

年份	GM/美元	美国 CPI	德国 CPI
1980	1.8175	82.4	86.7
1981	2.2632	90.9	92.2
1982	2.4281	96.5	97.1
1983	2.5539	99.6	100.3
1984	2.8455	103.0	102.7
1985	2.9420	107.6	104.8
1986	2.1705	109.6	104.7
1987	1.7981	113.6	104.9
1988	1.7570	118.3	106.3
1989	1.8808	124.0	109.2
1990	1.6166	130.7	112.2
1991	1.6610	136.2	116.2
1992	1.5618	140.3	120.9
1993	1.6545	144.5	125.2
1994	1.6216	148.2	128.6

资料来源: *Economic Report of the President*, 1995, GM/\$ from Tables B-112, p. 402; CPI(1982 ~ 1984 = 100) from Table B-110, p. 400.

- (a) 以时间(年)为横轴,以汇率(ER)与两国的消费者价格指数为纵轴做图。
- (b) 求相对价格比率(RPR)(两国消费者价格指数之比)。
- (c) 作 ER 与 RPR 的关系图。
- (d) 通过散点图做回归直线。

习题解答

1.1 答:先验地,预期提高居民财产税税率,会压低居民住房的价格。

运用经济计量分析,步骤如下:

(1) 理论或假设的陈述。在理论上,财产税税率的提高意味着居民为其财产的所有要交纳更多数量的税额,居民住房作为一种财产,财产税税率的提高会压制对住房的需求,而住房的供给变化不会太大,这样,居民住房的价格就极有可能会降低。

(2) 收集数据,这要借助于电脑网络或统计部门提供的书面资料。

(3) 根据数据做散点图,观察随机变量间的变化趋势,进而设定理论的数学模型。这里,考虑应设定为: $P = B_1 + B_2 T$,其中 P , T 分别为居民住房的价格和财产税税率。

(4) 建立住房价格与财产税税率的统计或经济计量模型,主要是在数学模型基础上加入误差项变量 μ (代表其他影响住房价格的因素)。这里的计量模型应为: $P = B_1 + B_2 T + \mu$ 。

(5) 根据最小二乘法对计量模型的参数进行估计,这里要用到 Eviews 统计软件。

(6) 检查所设定计量模型的准确性。这部分内容在第 13, 14 章有详细讲述。

(7) 假设检验,验证估计的模型是否有经济含义,以及所估计的结果是否与经济理论相符。

(8) 运用模型进行预测未来时间的未知变量值。这里,就是预测财产税税率对居民住房价格是否有持续的影响。

1.3 答:应当考虑物价(通货膨胀),市场利率,汇率,人们的预期等经济因素。主要是构建计量经济模型,运用回归分析央行贴现率,准备金率,利率以及人们预期等因素对货币供给量的影响程度,进而货币供给以及可能由此引起的物价变化、汇率变化对经济增长的影响。具体分析,要依照经济计量分析的八个步骤来进行。

1.4 答:我们知道,对汽油征税的增加客观上增加了汽车消费的成本,所以会在一定程度上压制对汽车的需求,致使对汽车的需求量下降,对福特汽车公司而言,首先要做的是收集数据,应用回归分析考虑一下汽油税的增加在多大程度上抑制对汽车的需求,如果这种消极影响比较显著,就要采取优惠措施来抵消。至于具体建议,可以考虑:更为完善的售后服务(公司承担部分养车费用);给予购车优惠(促销手段);技术更新,开发价位低,耗油少的经济车型(创新优势);甚至汽油税补贴等。

1.6 解:

(a) 运用统计软件 Eviews、SPSS 等都可以得到反映变量之间关系的散点图。这里,我们运用 SPSS,得到的散点图见下图 1-1a, c, e 所示。

(b) 预计消费者价格指数 CPI 和 S&P 500 指数之间正相关,它们具有同向的变化关系;而预期 CPI 和三月期国债利率 3-m T bill 负相关,它们具有反向的变动关系。

(c) 对每个变量,其回归直线如下图 b, d, f 所示。

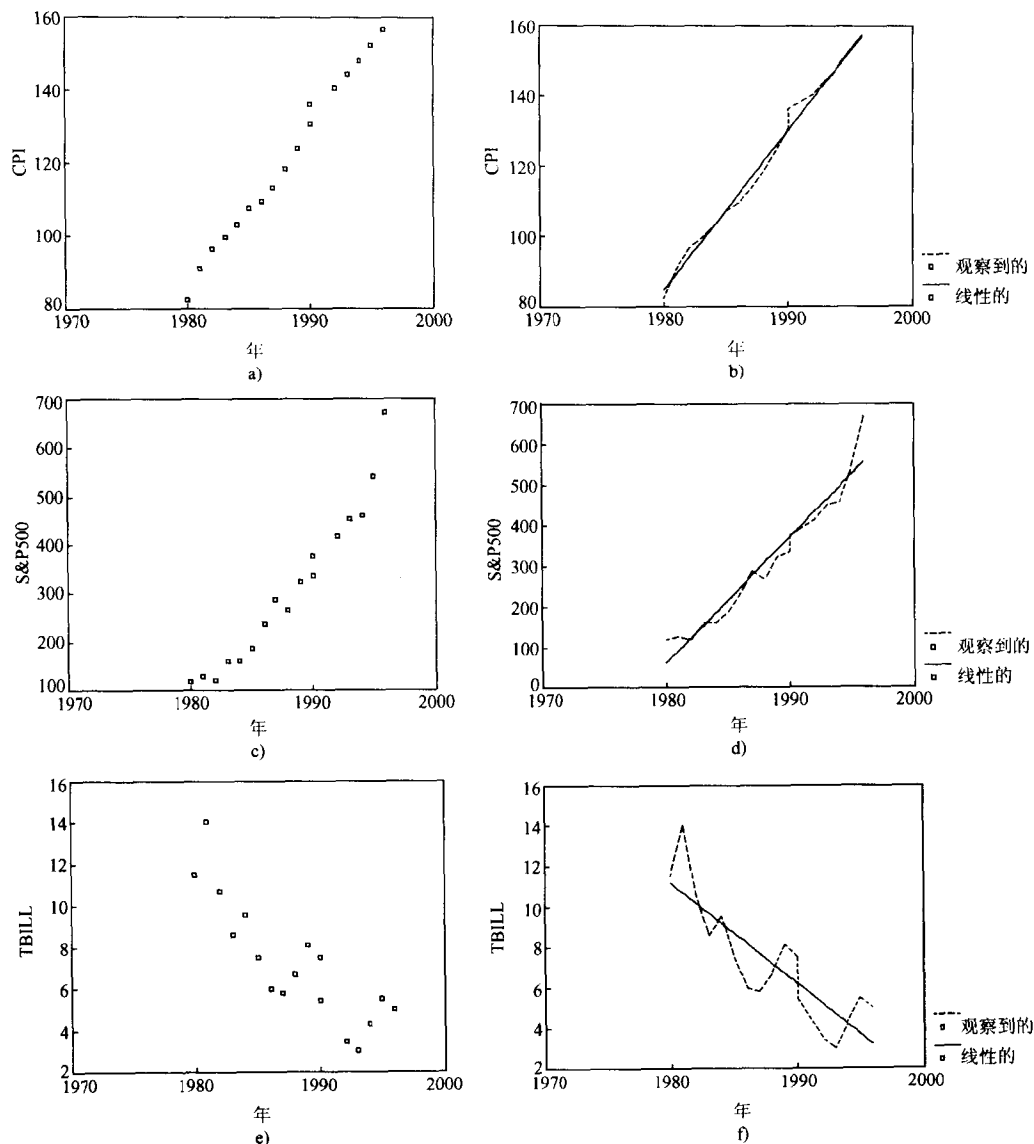


图 1-1

1.7 解:(a) 散点图如图 1-2 所示。

(b) 相对价格比率 $RPR (= \text{美国 CPI} / \text{德国 CPI})$ 如表 1-3。

表 1-3

年份	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
RPR	0.95	0.99	0.99	0.99	1.00	1.03	1.05	1.08	1.11	1.14	1.16	1.17	1.16	1.15	1.15

(c) RPR 和汇率 ER 的回归直线图如图 1-2 所示。

(d) 对应上面的散点图, 有回归直线如图 1-3 所示。

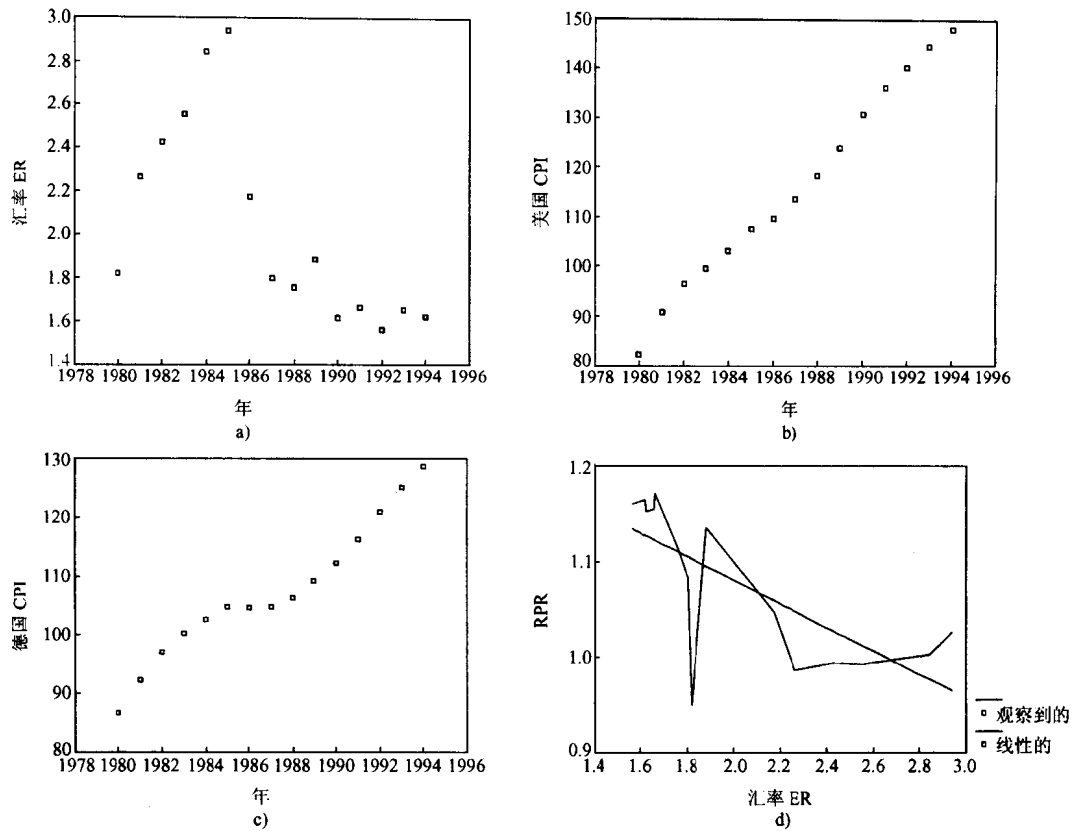


图 1-2

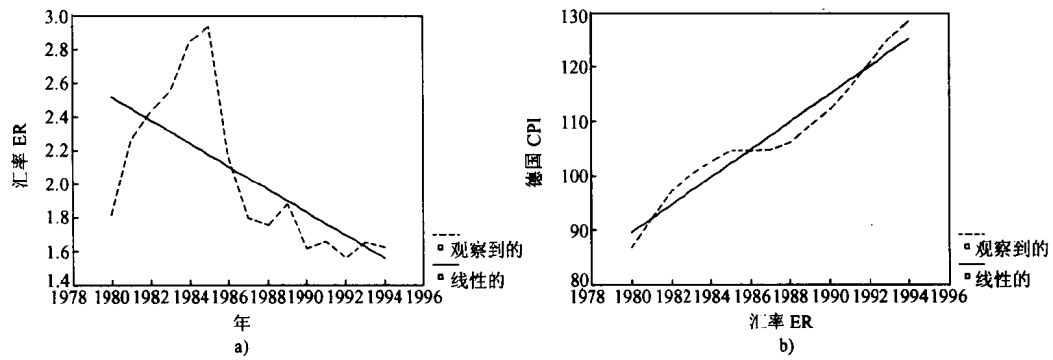


图 1-3

第 2 章

基本统计概念的回顾

本章指南

本章主要复习和回顾了理解经济计量学所必备的基本统计概念,主要是概率论的一些知识。这里,阐释了概率、随机变量、概率密度、概率密度的数字特征(矩)等基本概念,并介绍了一些重要公式,告诉我们如何计算随机变量的概率、如何估计概率分布的数字特征,以及总体矩和样本矩的区分。在学习本章内容的过程中,要注意参考《概率论和数理统计》的相关内容,以助于理解。

本章习题主要考察的重点内容有:

1. 基本概念的理解,体现在第 2.1~2.9 题中。
2. 求和符号及其性质,求和公式,如第 2.10,2.11,2.12,2.13 题。
3. 计算随机变量的概率(包括非条件概率和条件概率),主要是运用已经给定的公式来求。体现在习题 2.14,2.17,2.23 中。
4. 计算随机变量分布的数字特征,如第 2.14,2.16,2.17,2.18,2.19,2.24,2.25,2.26 题。对这类题目,注意期望、方差、相关系数等数字特征的概念、运算公式及其性质的运用。
5. 边缘密度函数、条件概率密度函数,以及两随机变量独立性的判定,主要体现在第 2.17 题中。
6. 概率分布的综合实际运用,如第 2.22,2.23,2.24,2.26,2.27 题。

习题

2.1 解释概念

(a) 样本空间 (b) 样本点 (c) 事件 (d) 互斥事件 (e) 概率密度函数 (f) 联合概率密度函数 (g) 边缘概率密度函数 (h) 条件概率密度函数 (i) 统计独立性

2.2 事件 A, B 能否既为互斥事件同时又相互独立?

2.3 什么是概率密度函数的矩? 最常用的矩有哪些?

2.4 解释概念

(a) 期望值 (b) 方差 (c) 标准差 (d) 协方差 (e) 相关 (f) 条件期望值

2.5 解释概念

(a) 样本均值 (b) 样本方差 (c) 样本标准差 (d) 样本差协方差 (e) 样本相关系数

2.6 为什么说区分总体矩和样本矩很重要?

2.7 按照(a)填空。

(a) 期望值或均值是集中趋势的度量。

- (b) 方差是_____的度量。
 (c) 协方差是_____的度量。
 (d) 相关系数是_____的度量。

2.8 随机变量 X 的均值为 50 美元, 标准差为 5 美元, 那么, 方差为 25 美元。对吗? 为什么?

2.9 判断正误并解释原因。

- (a) 虽然随机变量的期望值可正可负, 但其方差总为正。
 (b) 两变量的协方差与相关系数同号。
 (c) 一个随机变量的条件期望值和非条件期望值意义相同。
 (d) 若两变量相互独立, 则其相关系数必定为零。
 (e) 若两变量的相关系数为零, 则它们相互独立。

2.10 下列各式代表什么?

- (a) $\sum_{i=1}^4 x^{i-1}$ (b) $\sum_{i=1}^6 ay_i$ a 为常数 (c) $\sum_{i=1}^2 (2x_i + 3y_i)$
 (d) $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 x_j y_i$ (e) $\sum_{i=1}^4 (i + 4)$ (f) $\sum_{i=1}^3 3^i$
 (g) $\sum_{i=1}^{10} 2$ (h) $\sum_{i=1}^3 (4x^2 - 3)$

2.11 用求和符号表示下列各式:

- (a) $x_1 + x_2 + \cdots + x_5$ (b) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5$
 (c) $(x_1^2 + y_1^2) + (x_2^2 + y_2^2) + \cdots + (x_k^2 + y_k^2)$

2.12 利用等式 $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ 求下列各式。

- (a) $\sum_{k=1}^{500} k$ (b) $\sum_{k=10}^{100} k$ (c) $\sum_{k=10}^{100} 3k$

2.13 可以证明等式 $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 成立, 利用该等式计算下列各式。

- (a) $\sum_{k=1}^{10} k^2$ (b) $\sum_{k=10}^{20} k^2$ (c) $\sum_{k=1}^{10} 4k^2$

2.14 随机变量的概率密度函数如表 2-1。

表 2-1

X	$f(X)$	X	$f(X)$
0	b	3	$4b$
1	$2b$	4	$5b$
2	$3b$		

- (a) 求 b ? 为什么?
 (b) 求 $P(X \leq 2); P(X \leq 3); P(2 \leq X \leq 3)$?
 (c) 求 X 的期望 $E(X)$?
 (d) 求 X 的方差 $\text{var}(X)$?

2.15 随机变量的变差系数用 V 表示, 其定义为:

$$V = \frac{E(X)}{\sigma_x} = \frac{X \text{ 的期望}}{X \text{ 的标准差}}$$

计算习题 2.14 中的 V 值。如果 X 的单位为美元, 那么 V 的单位是什么? (注: 实际中, V 通常以百分比的形式表示。)

2.16 表 2-2 给出了某项投资 1 年后预期的回报率及相应概率。

表 2-2

报酬率 $X(\%)$	$f(X)$
-20	0.10
-10	0.15
10	0.45
25	0.25
30	0.05
总计 1.00	

- (a) 求投资回报率的期望值?
 (b) 求投资回报率的方差和标准差?
 (c) 求投资回报率的偏度系数和峰度系数?
 (d) 求累积概率密度函数及回报率小于等于 10% 的概率?

2.17 表 2-3 给出了变量 X, Y 的联合概率密度函数。

表 2-3

$Y \backslash X$		1	2	3
Y	1	0.03	0.06	0.06
	2	0.02	0.04	0.04
	3	0.09	0.18	0.18
	4	0.06	0.12	0.12

- (a) 求 X 和 Y 的边缘(非条件)分布 $f(X), f(Y)$?
 (b) 求条件概率密度函数, $f(X|Y), f(Y|X)$?
 (c) 求条件期望值 $E(X|Y), E(Y|X)$?
 (d) 求 $E(X), E(Y)$?
 (e) 求出的条件期望值与非条件期望值相同吗?
 (f) X 与 Y 相互独立吗? 你是如何判断的?

2.18 表 2-4 给出了随机变量 X, Y 的联合概率密度函数, 其中 X 表示投资项目 A 的 1 年期报酬率, Y 表示项目 B 的 1 年期报酬率。

表 2-4

$Y(\%) \backslash X(\%)$		-10	0	20	30
Y(%)	20	0.27	0.08	0.16	0.00
	50	0.00	0.04	0.10	0.35

- (a) 计算项目 A 的期望值的报酬率。
 (b) 计算项目 B 的期望值的报酬率。

(c) 变量 X 与 Y 相互独立吗? (提示: $E(XY) = \sum_{X=1}^4 \sum_{Y=1}^2 X_i Y_i f(X_i, Y_i)$)

2.19 已知 $E(X) = 8, \text{var}(X) = 4$, 求下列各式的期望值及方差?

- (a) $Y = 3X + 2$; (b) $Y = 0.6X - 4$; (c) $Y = X/4$; (d) $Y = aX + b$, 其中 a, b 为常数。

2.20 证明: $\text{var}(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu_x^2$

$$(a) \operatorname{cov}(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

其中, $\mu_x = E(X)$, $\mu_y = E(Y)$

如何用文字表述上列各式?

2.21 利用等式(2-38)给出的总体相关系数的定义,

$$\rho = \frac{\operatorname{cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad (2-38)$$

证明:

$$\operatorname{var}(X + Y) = \operatorname{var}(X) + \operatorname{var}(Y) + 2\rho\sigma_x\sigma_y \quad (2-40a)$$

$$\operatorname{var}(X - Y) = \operatorname{var}(X) + \operatorname{var}(Y) - 2\rho\sigma_x\sigma_y \quad (2-41a)$$

2.22 考虑上题给出的等式(2-40a)。令 X 代表债券的收益率(比如说, IBM), Y 代表另一种债券的收益率(比如说, 一般物品)。令 $\sigma_X^2 = 16$, $\sigma_Y^2 = 9$, $\rho = -0.8$ 。求 $X + Y$ 的方差。它比 $\operatorname{var}(X) + \operatorname{var}(Y)$ 大还是小。在此例中, 是否同等投资于两种债券(即多样化)比完全投资于其中一种的收益大? 这个问题是现代有价证券理论的精华所在。(参见 Richard Brealey, Steward Myers, Principles of Corporate Finance, McGraw-Hill, New York, 1981。)

2.23 100 个人中, 有 50 人是民主党成员, 40 人是共和党成员, 10 人是无党派人士。在这三类人中阅读《Wall Street》杂志的比例分别是 30%, 60%, 40%。若有一人正在读该杂志, 问这个人是共和党成员的概率是多少?

2.24 表 2-5 给出了美国 1979~1988 年新成立公司与破产公司的数据。

表 2-5 美国 1979~1988 年期间新成立公司(X)与破产公司(Y)数目

年份	Y	X	年份	Y	X
1979	524 565	7 564	1984	634 911	52 078
1980	533 520	11 742	1985	662 047	57 253
1981	581 242	16 794	1986	702 738	61 616
1982	566 942	24 908	1987	685 572	61 622
1983	600 400	31 334	1988	685 095	57 099

资料来源: Economic Report of the President, 1990, Table C-94, p. 402.

(a) 求新成立公司数目的均值和方差?

(b) 求破产公司数目的均值和方差?

(c) 求 X 与 Y 的协方差与相关系数?

(d) 这两个变量相互独立吗?

(e) 如果两个变量相关, 是否可以认为一个变量是另一个变量的“原因”。即是新公司的进入导致原有公司的破产, 还是原有公司的破产导致新公司的进入?

2.25 在例 2.14(见《精要》p.23)中, 求 $\operatorname{var}(X + Y)$ 。你如何解释这个方差?

例 2.14

表 2-6 给出了 50 支债券的债券等级(X)及收益率(Y)数据, 其中 X 有三个不同水平:

$X = 1(\text{Bbb})$, $X = 2(\text{Bb})$, $X = 3(\text{B})$ 。根据标准普尔债券等级评定, Bbb, Bb, B 都是中等信用的债券; Bb 的信用略高于 B, 而 Bbb 又略高于 Bb。即字母越少, 股票的风险越大。

表 2-6 双变量的频数分布:债券等级(X)与债券收益(Y)

等级(X) 收益(Y)	1 (Bbb)	2 (Bb)	3 (B)	总计
8.5	13	5	0	18
11.5	2	14	2	18
17.5	0	1	13	14
合计	15	20	15	50

2.26 参见习题 1.6 中的表 1-2,

(a) 计算 S&P 500 与 CPI 的协方差以及 CPI 与 3 月期国债利率的协方差,这是样本协方差还是总体协方差?

(b) 计算 S&P 500 与 CPI 的相关系数以及 CPI 与 3 月期国债利率的相关系数,先验地,你认为这些相关系数是正还是负,为什么?

(c) 如果 CPI 与 3 月期国债利率正相关,是否意味着以 CPI 来衡量的通货膨胀是较高国债利率的原因?

2.27 参见习题 1.6 中的表 1-3,令 ER 代表德国马克对美元的汇率(即一美元兑换多少德国马克),RPR 代表美国消费者价格指数与德国消费者价格指数之比。你预期 ER 与 RPR 是正相关还是负相关?为什么?写出计算步骤。如果知道 ER 与 $1/RPR$ 的相关关系,你会改变答案吗?为什么?

习题解答

2.8 答:正确。因为已知标准差 $\sigma_x = 5$ 美元,显然有方差 $\text{var}(x) = \sigma_x^2 = 25$ 美元。

2.9 答:

(a) 不正确。因为随机变量 X (取值可正可负) 的期望值 $E(X) = \sum_x Xf(X)$ 可正可负是由于其求和的各项即 $Xf(X)$ 部分有可能为正或为负;而对于方差

$$\text{var}(X) = E(X - E(X))^2 = \sum_x (X - E(X))^2$$

加和各项不可能为负值,但在所有 X 值恰好等于期望值 $E(X)$ 时,方差则等于零,所以方差为正值或零。

(b) 正确。由相关系数公式 $\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$ 可知,由于 σ_x 和 σ_y 在此公式中恒为正值,所以协方差和相关系数同号(此处视同等于零的情况也为同号)。

(c) 不正确。因为条件期望值是在条件概率基础上求得的,其中的概率密度函数也为相应的条件概率密度函数;而非条件期望值则是未给定限定条件下的期望值。

(d) 正确。因由 $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$,在两变量 X, Y 独立时,有 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ 成立,从而有 $\text{cov}(X, Y) = 0$,进而有相应的相关系数

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = 0$$

(e) 不正确。因为两变量的相关系数只是反映两随机变量的线性联系及相关程度,并不代表它们的独立性。可以验证分布

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 = 1 \\ 0, & x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

可以发现,其相关系数 $\rho_{xy} = 0$,但 X, Y 并不独立。