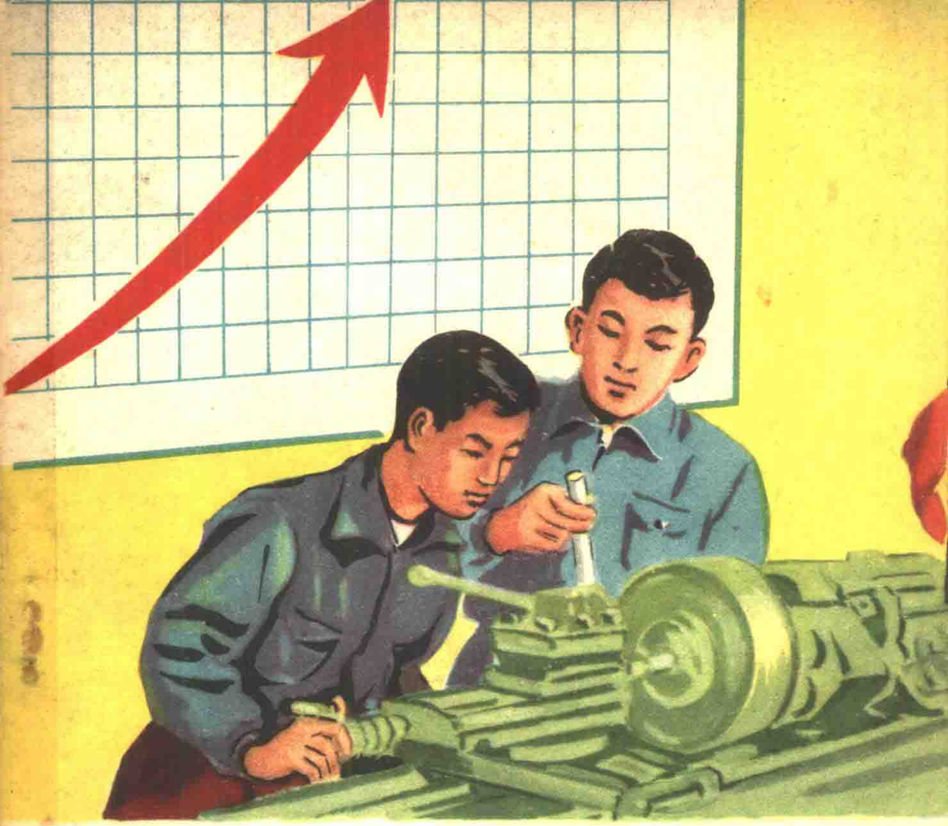

九年一贯制试用课本

（全日制）

代 数

DAISHU

第十册

九年一貫制試用課本
（全日制）
代　數
第十冊
北京師範大学数学系普通教育改革小組編
北京市书刊出版业营业許可証出字第五号
人民教育出版社出版（北京景山东街）
新 华 书 店 发 行
北京　　印刷厂印刷

統一书号：K 7012·960
开本：787×1092 毫米 1/32　印張：3$\frac{1}{8}$
1960 年第一版
第一版 1960 年 5 月第一次印刷
北京：1—10,000 册

定价 0.18 元

前　言

在党的总路綫的光輝照耀下，随着1958年以来的連續大跃进，人民公社的建立与蓬勃发展，我国已經进入了一个持續跃进的新的历史阶段。今年，我国又出現了两个高潮：一个是技术革新和技术革命的高潮，一个是农村和城市大办人民公社的高潮。这两个高潮对教育事业提出了一系列新的問題，广大工农群众要求迅速改变我国“一穷二白”的落后面貌，迅速攀登科学文化高峰，加快我国社会主义建設的速度，但是現行中小学数学教学內容陈旧落后，脫离实际，存在严重少慢差費現象，与現代科学技术飞跃发展的形势极不相称，远远不能满足社会主义建設的迫切需要，因此，中小学数学教学必須改革。

北京师范大学数学系，在党的領导下，发动了广大师生，深入地进行了这次根本性的改革，大破数学教学的旧体系，建立新体系，在1958年以来的調查研究及实际工作經驗的基础上，根据“适当縮短年限，适当提高程度，适当控制学时，适当增加劳动”的精神，1960年寒假中，我們又深入到工厂、人民公社、学校科学研究机关等处进行調查訪問，編出了一套“九年一貫制(全日制)学校数学教学改革草案(初稿)”，根据这个草案編出了一套九年一貫制(全日制)学校数学課試用教材，这套教材分成代数、初等函数、微积分学、概率論与数理統計、制图学五科。代数中包括算术内容，但因从始至終貫穿代数因素，故定名代数。

这套数学教材的編写尽量遵循以下四点要求：

一、教材內容及体系为社会主义服务，特别是为現代化生

产和尖端科学技术服务。

二　教材体系要貫徹辯証唯物主义观点，理論联系实际的精神，以函数为綱，尽量作到数与形的結合。

三　教材中要貫徹概念与計算相結合的精神。

四　教材的分量与难易程度要适合学生实际接受能力和认識发展的客观过程。

这套数学教材还沒有經过实驗，希望教师能創造性的使用，必要时也可以适当增减一些材料，特别是希望教师能根据情况增加一些例題与习題，以便学生能更巩固地掌握各种概念，熟練地进行各种計算，教材中对各种計算工具作了集中介紹，希望教师能特别注意分散使用，在作习題及課外活动中，尽量要求学生使用学过的計算工具进行計算。

本书是代数第十册。本册內容分四部分，第一部分是关于因式分解以及可利用因式分解来解决的特殊的一元高次方程（主要是一元二次方程）；第二部分是关于分式方程，討論了一些在解决实际問題中常用到的，并且可用因式分解来求解的分式方程；第三部分是无理数，从綫段的度量引入无限不循环小数，把有理数系扩充为实数系，并討論了根式与分指数；第四部分是近似計算。

在編写过程中，我們得到了許多单位的帮助，給我們提出了許多宝貴的意見，最后在教育部直接領导下，組織了北京、天津、辽宁、山西、河南等地区的专家和优秀大、中、小学教师对这套教材进行了討論研究。我們对于这些单位的同志們在此表示衷心感謝。人民教育出版社和印刷厂也給予了热情无私的帮助，发揮了共产主义大协作的精神，在此一并致謝。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

由于时間仓促，調查了解工作做得还很不够。加上我們水平較差，一定还存在許多缺点和錯誤，我們热情的希望教师和讀者提出意見，使本书不断地得到修改、补充和完善。在教育战綫上开出灿烂之花，結出丰碩之果。

北京师范大学数学系普通教育改革小組

1960年4月25日

目　　录

第一章　因式分解

§1.　因式

前面我們講过了一个数可分解成几个数的积，如 $24=2\times3\times4$，$2,3,4$ 是 24 的因数。

如果有 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$(在前面我們已經見到过)。在这里我們把 $(a+b)$ 和 $(a-b)$ 叫做 a^2-b^2 的因式。

例如：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$a+b$ 是多項式 $a^2+2ab+b^2$ 的因式。

假如一个多項式能整除另一多項式，則該多項式叫另一多項式的**因式**。而把后面这个多項式叫原来多項式的**倍式**。

§2.　因式分解

在我們生活中，因式分解在解决实际問題时是相当重要的。

例如：生产队要建一間羊舍，这个羊舍的长比寬多 2 米，占地 24 平方米，問这个羊舍的长和寬各多少？

設：羊舍的寬为 x 米，那末长就是 $x+2$ 米。

根据长方形面积公式：

$$长\times寬=(x+2)x=24$$

也就是：$x^2+2x=24\qquad x^2+2x-24=0$

这样的方程我們还不能解决。因式分解将是解决这类問題的工具，在这里我們先来研究因式分解。

将一个多項式化为若干个質因式的連乘积叫做因式分解。(如果一个因式只能被它自己或一个常数整除，那末这个因式叫**質因式**)。

例如: $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

将多項式分解因式有各种不同的方法，下面我們分别介紹几种主要的方法:

一、提公因式法:

在多項式的运算中我們已講过:

$$2a+4b=2(a+2b)$$

应用分配律我們有

$$(a+b+c)m=am+bm+cm$$

反过来我們就可得到:

$$am+bm+cm=(a+b+c)m$$

从上面我們可得到: 如果多項式的各項含有同一个因式，就可以提到括号外面来。

例 1. 分解: $4x^2-20x$ 的因式

解: 原式 $=4(x^2-5x)$

$=4x(x-5)$

例 2. 分解: $(a+b)+2(a+b)^2$ 的因式

解: 原式$=(a+b)[1+2(a+b)]$

$$=(a+b)(1+2a+2b)$$

例 3. 分解: $(x+y)^2-(x+y)(x-y)+6(x+y)$ 的因式

解: 原式$=(x+y)[(x+y)-(x-y)+6]$

$$=(x+y)(x+y-x+y+6)$$

$$=(x+y)(2y+6)$$

$$=(x+y)2(y+3)$$

$$=2(x+y)(y+3)$$

二、分組分解:

有时多項式进行因式分解时，先把某些项进行适当的分組，再提公因式，就很方便了。

例 1. 分解: x^3+x^2+2x+2 的因式

解: 原式$=(x^3+x^2)+(2x+2)$

$$=x^2(x+1)+2(x+1)$$

$$=(x+1)(x^2+2)$$

例 2. 分解: $ax+2by+cx-2ay-bx-2cy$ 的因式

解: 原式$=(ax+cx-bx)-(2ay+2cy-2by)$

$$=x(a+c-b)-2y(a+c-b)$$

$$=(a+c-b)(x-2y)$$

例 3. 分解: a^3x-a^2+ax-1 的因式

解: 原式$=(a^3x-a^2)+(ax-1)$

$$=a^2(ax-1)+(ax-1)$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$=(ax-1)(a^2+1)。$$

有时必須把一項分作二項，或先分出单項因式，再分組分解。

例 4. 分解：x^2+5x+6 的因式

解： 原式 $=x^2+2x+3x+6$

$$=(x^2+2x)+(3x+6)$$

$$=x(x+2)+3(x+2)$$

$$=(x+2)(x+3)$$

例 5. 分解：$x^4+x^3+2x^2+x+1$ 的因式

解： 把式中 $2x^2$ 分为两項

原式 $=(x^4+x^3+x^2)+(x^2+x+1)$

$$=x^2(x^2+x+1)+(x^2+x+1)$$

$$=(x^2+x+1)(x^2+1)$$

三、应用公式法：

在多項式中我們講过几个公式，对某些多項式可利用这几个公式进行因式分解。

(1) $$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

如果多項式正是上面公式中的 $a^2+2ab+b^2$ 或 $a^2-2ab+b^2$ 的形式，则多項式就可分解为：$(a+b)^2$ 或 $(a-b)^2$。

例 1. 分解: $4x^2+4xy+y^2$ 的因式

解: 原式$=(2x)^2+2(2x)y+y^2$

$=(2x+y)^2$

例 2. 分解: $-x^2-y^2+2xy$ 的因式

解: 原式$=-(x^2+y^2-2xy)$

$=-(x-y)^2$

例 3. 分解: $(x+5y)^2+2(x+5y)(3x-y)+(3x-y)^2$的因式

解: 原式$=[(x+5y)+(3x-y)]^2$

$=(x+5y+3x-y)^2$

$=(4x+4y)^2$

$=16(x+y)^2$

(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

如果多项式是 a^2-b^2 的形式，我們就可以分解为$(a+b)(a-b)$。

例 1. 分解: $a^2x^2-9y^2$ 的因式

解: 原式$=(ax)^2-(3y)^2$

$=(ax+3y)(ax-3y)$

例 2. 分解: x^3-4xy^2 的因式

解: 原式$=x(x^2-4y^2)$

$=x[x^2-(2y)^2]$

$=x(x+2y)(x-2y)$

例 3. 分解: $49(2x-3y)^2-9(x+y)^2$ 的因式

解: 原式$=[7(2x-3y)]^2-[3(x+y)]^2$

$$=[7(2x-3y)+3(x+y)][7(2x-3y)-3(x+y)]$$

$$=[14x-21y+3x+3y][14x-21y-3x-3y]$$

$$=(17x-18y)(11x-24y)$$

例 4. 分解: $x^{n+2}-x^n$ 的因式

解: 原式$=x^n(x^2-1)$

$$=x^n(x-1)(x+1)$$

(3) $$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

如果多項式是 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 或 $a^3-3a^2b+3a^2b-b^3$ 的形式，我們就可以分解为: $(a+b)^3$ 或 $(a-b)^3$。

例 1. 分解: $27x^3+27x^2b+9xb^2+b^3$ 的因式

解: 原式$=(3x)^3+3(3x)^2b+3(3x)b^2+b^3$

$$=(3x+b)^3$$

例 2. 分解: $64x^3-48x^2(y-2x)+12x(y-2x)^2-(y-2x)^3$ 的因式

解: 原式$=(4x)^3-3(4x)^2(y-2x)+3(4x)(y-2x)^2-(y-2x)^3$

$$=[4x-(y-2x)]^3$$

$$=(4x-y+2x)^3$$
$$=(6x-y)^3$$

(4) $$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

如果多項式是 a^3+b^3 或 a^3-b^3 的形式，我們可以分解为$(a+b)(a^2-ab+b^2)$或$(a-b)(a^2+ab+b^2)$。

例 1. 分解: a^3+8 的因式

解: 原式$=(a+2)(a^2-2a+4)$

例 2. 分解: $64-27x^3$ 的因式

解: 原式$=4^3-(3x)^3$
$$=(4-3x)(16+12x+9x^2)$$

例 3. 分解: $8x^3-\frac{y^3}{27}$的因式

解: 原式$=(2x)^3-\left(\frac{y}{3}\right)^3$
$$=\left(2x-\frac{y}{3}\right)\left(4x^2+\frac{2}{3}xy+\frac{y^2}{9}\right)$$

四、十字叉乘法:

如果多項式是 ax^2+bx+c 的形式（二次三項式），在进行因式分解时，可用十字叉乘法。

分解: x^2+bx+c 形式的因式

在多項式中我們講过:
$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

在这里我們有: $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

例 1. 分解: $x^2-7x+12$ 的因式

解: 这样的問題我們在分組分解法中也曾講过，12 可分解为 3 和 4 的积

将原式与公式比較

有 $$a+b=-7$$

$$ab=12$$

∵ $$12>0$$

∴ a,b 同是正数或同是負数

又 $a+b=-7$, ∴ a、b 必同是負数。

有时看不出分解成哪两个数的积，我們用十字叉乘法可以解决。

因为12的因数可以是-12 和-1,或-6 和-2,或-4 和-3 三种,我們找因数的和为-7 的一种。

$$-12+(-1)=-13$$

$$-6+(-2)=-8$$

$$-4+(-3)=-7$$

∴ $a=-4 \quad b=-3$

∴ $x^2-7x+12=(x-4)(x-3)$

例 2. 分解: $4x^2+4x-15$ 的因式

解: 分解后因式 x 的系数积等于 x^2 的系数。所以，是 4 和 1,或 2 和 2。常数項是-15。所以两个因式的常数一定是一正一負，可以是-15 和$+1$, 或 15 和-1,或-5 和 3,或 5 和-3,把这些数排成下表:

$$\begin{array}{cc} 4x & -15 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & 1 \\ \hline 4x & -15x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{-11x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 4x & 15 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -1 \\ \hline -4x & 15x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{11x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 4x & -5 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & 3 \\ \hline 12x & -5x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{7x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 4x & 5 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ x & -3 \\ \hline -12x & 5x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{-7x} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 2x & -15 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 2x & 1 \\ \hline 2x & -30x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{-28x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 2x & 15 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 2x & -1 \\ \hline -2x & 30x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{28x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 2x & -5 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 2x & 3 \\ \hline 6x & -10x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{-4x} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 2x & 5 \\ \multicolumn{2}{c}{\times} \\ 2x & -3 \\ \hline -6x & 10x \\ \multicolumn{2}{c}{\searrow\swarrow} \\ \multicolumn{2}{c}{4x} \end{array}$$

这样找出一組 x^2 項系数和常数項的分解，使得对角两数相乘、相加結果是第二項系数。

$$\therefore \quad 4x^2+4x-15=(2x+5)(2x-3)$$

練　　习

1. 分解下列各式的因式

(1) $2a+2b$　　(2) $mx+nx$

(3) $ax+ba$　　(4) $cm+cmn$

(5) $2ab+6bc+4b$　　(6) $-2mn-4n$

(7) $-7ab+7bc$　　(8) $at-bt+3t$

(9) a^2-ba

2. 分解下列各式的因式

(1) $15a^4-5a^2$　　(2) $2xy^2-4x^2y$

(3) a^m-a^{m+1}　　(4) $b^{n+1}+bn$

(5) $2x^2-x^4$　　(6) $3x^3y^3+15x^2y^3$

(7) $3a(m+n)-2b(m+n)$　　(8) $6(x-c)-3a(x-c)$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com