

# 自由电子激光导论

张世昌

西南交通大学出版社

# 自由电子激光导论

张世昌

西南交通大学出版社

新登字(川)018号

## 内 容 提 要

本书主要论述自由电子激光的基本理论，相应器件的结构、特性和典型实验，以及应用前景和发展趋势。书中内容融广度和深度、系统性和简洁性为一体，是作者根据自己多年来从事自由电子激光和自由电子脉塞教学、科研的经验和成果推出的力作。本书可作为物理电子学、光电子学、微波电子学、等离子体物理学科技工作者和大专院校师生的参考书和教材。

## 自由电子激光导论

张世昌

\*

西南交通大学出版社出版发行

(四川成都九里堤)

仁寿县印刷厂激光照排印刷

\*

开本：787×1092 1/16 印张：10.875

字数：260千字 印数：1—1000册

1993年1月第一版 1993年1月第1次印刷

ISBN 7-81022-470-0/O·038

定价：7.65元

## 前　　言

这本书是我在 1987 年为研究生编写的《自由电子激光基础》讲义基础上修订而成的。那时，自由电子激光这块“新大陆”才发现不久，鲜为人知，迫切需要召唤人们去开发和投资。美国哥伦比亚大学的马歇尔教授，于 1985 年特地编写了一本后来广为引用的剪贴簿式英文书；1986 年初，杨振宁教授来华讲学，把自由电子激光等新领域比喻成“新金矿”，进行了专题宣讲。为着同样目的，我不揣冒昧地为研究生编写了那本胶印讲义，使用至今。近年来，自由电子激光及其应用，备受重视，发展很快。在我国，自由电子激光被首批列入 863 高技术发展计划；前不久，又被列为我国自然科学学科战略发展的中、近期重点项目之一。在学术界，美、英、荷兰的好几个很有影响的杂志；定期为自由电子激光出版专辑；一年一度的国际自由电子激光会议，每年都发行会议论文集。只是这些集子太专题化了，一本融广度和深度、系统性和简洁性为一体、适宜作为教材和自修读本的正式出版物，至少在国内尚未曾见。于是，我便把原来的讲义，修订成了这本书，献给读者。

本书共计十章，包括：自由电子激光器的基本结构；自由电子激光原理与特性；相对论性电子在摇摆器磁场和导引磁场中的运动规律；平面波自由电子激光的经典理论；导波自由电子激光的色散特性；变参数摇摆器自由电子激光器及其非线性数值模拟；无摇摆器自由电子激光器；自由电子激光器中的三波互作用；自由电子激光实验；自由电子激光应用及发展趋势。书中内容来自三个方面：一是我本人发表的论文，二是我和我指导的研究生合作发表的论文，三是其他同行专家发表的论文和专著。

在本书的形成过程中，承蒙西南交通大学和电子科技大学两校的同事和学生给我有益的指教和讨论，谨致谢意。

自由电子激光正处于发展中，其前沿性和学科交叉性强，书中论述不妥之处在所难免。望读者不吝指教。

张世昌

1992 年 9 月于西南交通大学

# 目 录

<b>第一章 自由电子激光器基本结构</b> .....	(1)
§ 1.1 引言 .....	(1)
§ 1.2 加速器 .....	(2)
1.2.1 脉冲线加速器 .....	(2)
1.2.2 直线加速器 .....	(4)
1.2.3 电子感应加速器和电子同步加速器 .....	(6)
1.2.4 范德格拉夫静电加速器 .....	(9)
1.2.5 储存环 .....	(10)
§ 1.3 摆摆器 .....	(10)
1.3.1 静磁揆摆器 .....	(11)
1.3.2 其它类型揆摆器 .....	(12)
§ 1.4 束—波互作用腔 .....	(13)
1.4.1 光学腔 .....	(13)
1.4.2 微波腔 .....	(14)
<b>第二章 自由电子激光原理与特性</b> .....	(15)
§ 2.1 引言 .....	(15)
§ 2.2 自发辐射频率的相对论性多普勒频移 .....	(15)
2.2.1 静磁揆摆器中相对论性多普勒频移 .....	(15)
2.2.2 电磁波揆摆器中相对论性多普勒频移 .....	(18)
§ 2.3 揆摆器的能量耦合功能 .....	(18)
2.3.1 高能量低密度电子束情况 .....	(18)
2.3.2 低能量高密度电子束情况 .....	(19)
§ 2.4 自发辐射与受激辐射——麦迪定理 .....	(20)
§ 2.5 波导型 FEL 中辐射机制识别 .....	(21)
§ 2.6 自由电子激光简史及分类 .....	(23)
<b>第三章 相对论性电子在揆摆器及导引磁场中的运动</b> .....	(25)
§ 3.1 引言 .....	(25)
§ 3.2 三维运动分析 .....	(25)
3.2.1 揆摆器磁场的数学表达式 .....	(25)
3.2.2 运动方程及讨论 .....	(26)
3.2.3 采用等效场的运动轨道 .....	(28)
3.2.4 等效螺旋轨道 .....	(30)

§ 3.3 螺旋线轨道的稳定性.....	(31)
3.3.1 有自身场时的基本方程.....	(31)
3.3.2 螺旋线轨道对应的参量条件.....	(32)
3.3.3 螺旋线轨道的稳定性判据.....	(33)
§ 3.4 电子在电磁波摇摆器中的三维运动.....	(35)
3.4.1 线性计算.....	(36)
3.4.2 非线性分析.....	(38)
3.4.3 讨论.....	(40)
§ 3.5 电子相轨道的 Poincare 图象 .....	(41)
3.5.1 哈密顿系统的可积性问题.....	(41)
3.5.2 正向导引磁场情况.....	(43)
3.5.3 反向导引磁场情况.....	(48)
§ 3.6 摆摆器入口区绝热压缩作用.....	(49)
<b>第四章 光学腔自由电子激光 KMR 理论 .....</b>	<b>(52)</b>
§ 4.1 引言.....	(52)
4.1.1 分析力学中常用公式.....	(52)
4.1.2 电磁场中基本公式.....	(53)
§ 4.2 电子在泵场与激光场中的运动.....	(54)
4.2.1 场的数学表达式.....	(54)
4.2.2 电子的拉格朗日函数及哈密顿函数.....	(55)
4.2.3 正则方程.....	(57)
§ 4.3 电子束与激光场之间的能量交换.....	(60)
4.3.1 从玻印廷矢量分析换能关系.....	(60)
4.3.2 从波动方程分析换能关系.....	(61)
§ 4.4 电子与激光场的同步作用.....	(64)
4.4.1 同步电子与非同步电子.....	(64)
4.4.2 陷落电子与非陷落电子.....	(66)
4.4.3 摆方程.....	(67)
4.4.4 相包参数.....	(67)
4.4.5 绝热不变量.....	(69)
§ 4.5 常参量揆摆器自由电子激光.....	(69)
4.5.1 基本方程.....	(69)
4.5.2 增益公式.....	(71)
4.5.3 工作条件.....	(73)
§ 4.6 麦迪定理.....	(73)
4.6.1 一阶近似计算.....	(74)
4.6.2 二阶近似计算.....	(75)
<b>第五章 波导腔自由电子激光色散特性 .....</b>	<b>(77)</b>

§ 5.1 引言	(77)
§ 5.2 色散方程	(77)
5.2.1 数学物理模型	(77)
5.2.2 扰动速度	(78)
5.2.3 色散方程	(80)
§ 5.3 不稳定性分析	(81)
5.3.1 自由电子激光模	(81)
5.3.2 回旋谐振—自由电子激光混合模	(82)
§ 5.4 色散曲线	(83)
<b>第六章 变参数摇摆器自由电子激光器及其非线性数值模拟</b>	<b>(85)</b>
§ 6.1 引言	(85)
§ 6.2 变参数摇摆器放大效率原理	(85)
§ 6.3 变参数摇摆器光学腔自由电子激光器	(86)
6.3.1 有源波方程	(86)
6.3.2 电子的动力学行为	(88)
6.3.3 能量守恒表达式	(89)
6.3.4 波方程中横模选择	(89)
6.3.5 模拟计算速度及算例	(90)
§ 6.4 变参数摇摆器波导腔自由电子激光器	(91)
6.4.1 基本方程组	(91)
6.4.2 数值计算方法	(93)
6.4.3 算例	(94)
§ 6.5 非线性数值模拟的简化方法	(96)
6.5.1 简化方程组	(96)
6.5.2 与实验及§ 6.4 比较	(98)
<b>第七章 无摇摆器自由电子激光器</b>	<b>(102)</b>
§ 7.1 引言	(102)
§ 7.2 电磁辐射的相对论性多普勒频率上移	(103)
§ 7.3 平面波型无摇摆器自由电子激光器	(105)
7.3.1 基本方程及扰动量	(105)
7.3.2 电子束的能量改变量	(108)
7.3.3 波增益及工作条件	(108)
§ 7.4 导波型无摇摆器自由电子激光器中能量转换及增益公式	(109)
7.4.1 放大器	(110)
7.4.2 振荡器	(113)
§ 7.5 大回旋轨道无摇摆器自由电子激光器	(116)
7.5.1 基本原理	(116)
7.5.2 动力学分析	(116)

7.5.3 非线性分析 .....	(119)
<b>第八章 自由电子激光器中的三波互作用 .....</b>	<b>(124)</b>
§ 8.1 引言 .....	(124)
§ 8.2 静磁摇摆器情况下的三波互作用 .....	(124)
8.2.1 物理模型 .....	(124)
8.2.2 一阶与二阶扰动量 .....	(125)
8.2.3 色散特性与增益 .....	(127)
8.2.4 讨论 .....	(128)
§ 8.3 电磁波摇摆器情况下的三波互作用 .....	(129)
8.3.1 基本方程 .....	(129)
8.3.2 波的线性色散与非线性增长 .....	(131)
8.3.3 爆炸不稳定性 .....	(134)
<b>第九章 自由电子激光实验 .....</b>	<b>(136)</b>
§ 9.1 引言 .....	(136)
§ 9.2 横向静磁摇摆器(常参量) FEL 实验 .....	(136)
9.2.1 康普顿型 FEL 实验 .....	(136)
9.2.2 拉曼型 FEL 实验 .....	(138)
§ 9.3 角向和纵向静磁摇摆器 FEL 实验 .....	(140)
9.3.1 角向静磁摇摆器 FEL 实验 .....	(140)
9.3.2 纵向静磁摇摆器 FEL 实验 .....	(141)
§ 9.4 变参数静磁摇摆器 FEL 实验 .....	(143)
§ 9.5 电磁波摇摆器 FEL 实验 .....	(144)
§ 9.6 无摇摆器 FEL 实验 .....	(145)
<b>第十章 自由电子激光应用及发展趋势 .....</b>	<b>(147)</b>
§ 10.1 自由电子激光应用 .....	(147)
§ 10.2 自由电子激光发展趋势 .....	(148)
<b>附录 物理学中的基本常数、量纲、单位和公式</b>	
一、物理常数 .....	(150)
二、量纲与单位 .....	(152)
三、电学和磁学 .....	(155)
四、各种单位制中的电磁学公式 .....	(155)

## 参考文献

# 第一章 自由电子激光器基本结构

## § 1.1 引 言

自由电子激光 (Free-Electron Laser, 缩写成 FEL) 是近年来诞生的新型相干光源，具有一系列独特优点，是世界高、新科学技术前沿之一。自由电子激光器已出现多种类型，迄今还在不断发展。本章介绍自由电子激光器的基本结构。

与普通激光器不同，自由电子激光器中的工作物质，是能量很高的相对论性电子束。这种高能电子束只能用加速器提供。因此，自由电子激光器的基本组成部分之一，就是加速器。描写电子束的主要参数有：束能量、束流强度和与动量离散相关的发散度 (emittance)。通常，自由电子激光器中电子束动能大于 510keV，即相对论能量因子  $\gamma (=1/\sqrt{1-v^2/c^2})$  大于 2。一般说来，自由电子激光工作波长越短，所需要的电子束能量越高。目前，储存环可提供高达 1000MeV 的电子束。束能量越高，增加束流强度的困难也越大。由加速器提供的电子束，工作在脉冲状态，其脉冲宽度可长达数百微秒，也可短到数皮秒；重复频率在数赫兹至千赫兹范围。理想的情况是，电子束中的所有电子具有的能量彼此相同，不存在离散。这种理想电子束被称为“冷”电子束。在实际情况下，由于加速器的结构和运输系统都存在不一致性，因此，电子束中各电子的能量总存在着差异，出现能量离散。特别值得注意的是，即使各电子的能量一致，它们的横向动量与纵向动量之间的分配比例，也不可能彼此相同，不可避免地会出现横向动量离散和纵向动量离散。用发散度来描写离散效应，把具有离散的电子束称为“热”电子束。在一些理论分析中，为了简化问题，突出主要矛盾，或者离散不太大，可以采用冷电子束理想模型；一般说来，在工程设计中，电子束的离散效应是应该加以考虑的。

自由电子激光器中，相干电磁辐射来自相对论性电子束。不言而喻，电子束必须按一定方式做变速运动。达到这一目的的方法是置电子束于摇摆器 (undulator 或 wiggler) 之中。这种摇摆器是一种极性交错安排的周期性磁场系统。电子束射入这种磁场系统后，由于洛伦兹力的作用，便产生摇摆性的变速运动。由此可见，摇摆器是自由电子激光器的基本组成部分之一。描写摇摆器的主要参数，是它的空间周期长度和磁场幅值。通常，自由电子激光工作波长越短，要求摇摆器的空间周期长度也越短。从实验室坐标系来看，摇摆器的磁场并不处于波动状态，只不过具有空间周期性而已。但是，从电子所处的运动坐标系来观察，摇摆器的磁场就处于波动状态。所以，通常又把摇摆器的空间周期长度称为摇摆器的波长。

要实现电磁受激相干放大辐射，还必须有储存电磁能并且能构成正反馈的系统。换言之，束一波互作用腔也是自由电子激光器的基本组成部分。同普通激光器中的情况一样，希望腔体的反射系数越大越好，损耗越小越好。

由上可知，普通自由电子激光器的基本结构如图 1.1 所示，包括三部分：加速器、摇摆

器和束一波互作用腔。我们将分别扼要介绍如下。

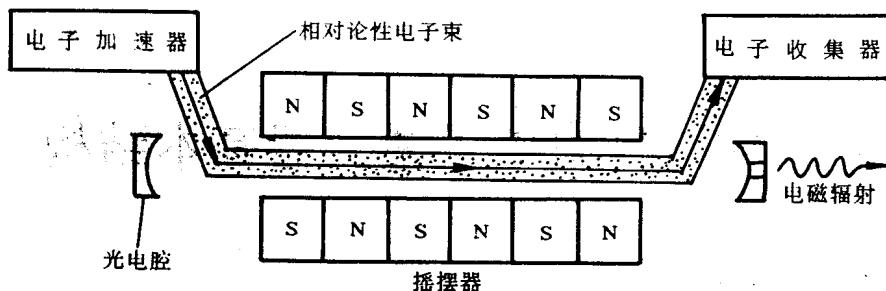


图 1.1 普通自由电子激光器基本结构示意图

## § 1.2 加速器

自由电子激光所处的工作状态不同，它所需要的电子束参数也就不同。加速器这种设备造价昂贵，因此，按需选用加速器类型，是降低自由电子激光器成本的最直接最有效的措施。目前，用于自由电子激光的加速器有：脉冲线加速器，它提供的束能低于 5MeV；感应直线加速器，束能可达 50MeV；普通电子回旋加速器，束能 10~30MeV；跑道电子回旋加速器，束能 40~100MeV；储存环，束能 200~1000MeV；射频直线加速器，束能 20~1000MeV。本节简介与自由电子激光相关的几种加速器的结构和工作原理<sup>(1~6)</sup>。

### 1.2.1 脉冲线加速器 (pulse-line accelerator)

脉冲线加速器结构如图 1.2 所示，包括直流电源、马克斯发生器 (Marx generator)、脉冲形成线、气体开关、真空二极管等部分。

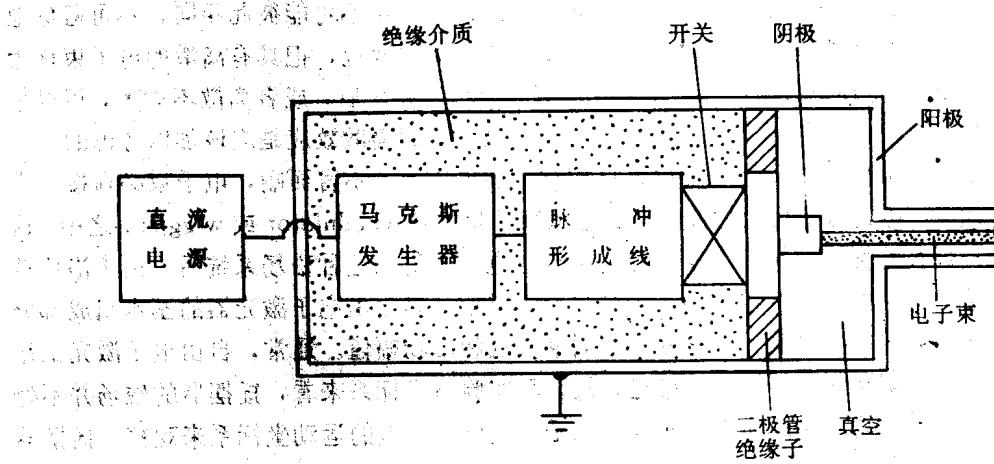


图 1.2 脉冲线加速器示意图

马克斯发生器是一种将多个电容器并联充电，然后通过一些开关串联放电的系统。图 1.3 是 4 级马克斯发生器的简单示意图。首先，由直流电源将四个电容器并联充电到电压  $V_0$ ，然

后触发火花间隙开关，四个电容器便被串联，从而产生  $4V_0$  的输出电压。如果采用对电容器进行交替正一负充电，则开关数目可减少一半。马克斯发生器中的开关，通常是固定尺寸的充气 ( $SF_6$ ) 火花间隙，其工作范围通过改变气体压力调节。充电电阻和触发电阻，由充以适当电阻率的硫酸铜溶液的柔韧塑料管组成。通常，马克斯发生器浸没在变压器油之中，以免闪络。

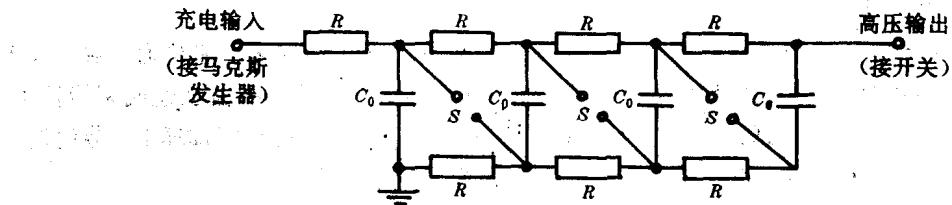


图 1.3 4 级马克斯发生器示意图

脉冲形成线是将马克斯发生器的电压传递给真空二极管的传输线。最简单的脉冲形成线是采用单同轴传输线（参见图 1.2）。当单同轴线的传输时间短到可与马克斯发生器充电时间相比拟时，其等效电路如图 1.4 所示。其中， $C_m$  是马克斯发生器的串联电容， $C_t$  是脉冲形成线的电容， $L$  是其电感， $V_m$  是马克斯发生器的电压， $V_{out}$  是脉冲形成线的输出电压。这种简单的脉冲形成线在放电时，应看作是特征阻抗  $Z = (L_t/C_t)^{1/2}$  的传输线。单同轴线的优点是结构简单，缺点是输出电压只有充电电压的一半。布鲁姆莱因（A. D. Blumlein）发明了由三个同轴圆筒组成的脉冲形成线（后称布鲁姆莱因线）。中筒由马克斯发生器充电，内筒通过电感与接地的外筒连结，可使输出电压等于充电电压。

脉冲形成线的输出电压加到真空二极管的过程，由气体间隙开关控制。这种气体开关通常充  $SF_6$ 。如图 1.5 所示，触发脉冲加在触发针上，使针和电极之间产生电弧。电弧使电极附

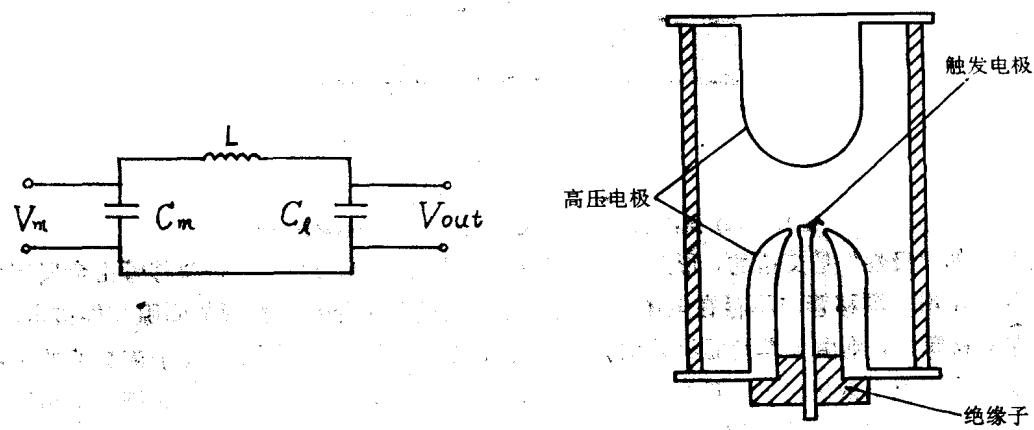


图 1.4 单同轴线脉冲形成线等效电路

图 1.5 触发式气体间隙开关

近的电场畸变，形成类似雷电导雷的正、负“流柱”，气体间隙被击穿，使开关处于导通状态。

开关应具有低的电感和低的电阻损耗，并能与脉冲形成线输出电压同步（精确度为 ns 量级）。除触发开关外，紫外线、激光、软 X 射线和电子束触发开关也受到重视。

真空二极管是脉冲线加速器的实质性部分。当脉冲形成线输出的脉冲高压加在二极管两极时，其间便出现强电场，把阴极发射出的电子进行加速。这些高能电子进入漂移管，形成相对论性电子束。

### 1.2.2 直线加速器

脉冲线加速器中，粒子只是被真空二极管两极间的电压一次性加速，能量通常在 4MeV 以下。直线加速器的原理是：用不太高的电压，使粒子“接力”式地多次被加速成高能粒子。直线加速器始创于 1929 年。1946 年以后，发展了两种类型的射频电场直线加速器：劳伦斯—斯隆型漂移管式直线加速器和波导式直线加速器。下面分别加以介绍。

#### (1) 漂移管式直线加速器

如图 1.6 (a) 所示，在直管式真空谐振腔中，沿轴线排列一系列长度逐次递增的金属圆管（称为漂移管），需被加速的粒子束沿轴线射入。当谐振腔外接射频源后，便在腔内形成电场，其分布为图 1.6 (b) 所示。有两点请注意：一是漂移管交错着与外接射频源两端联结，

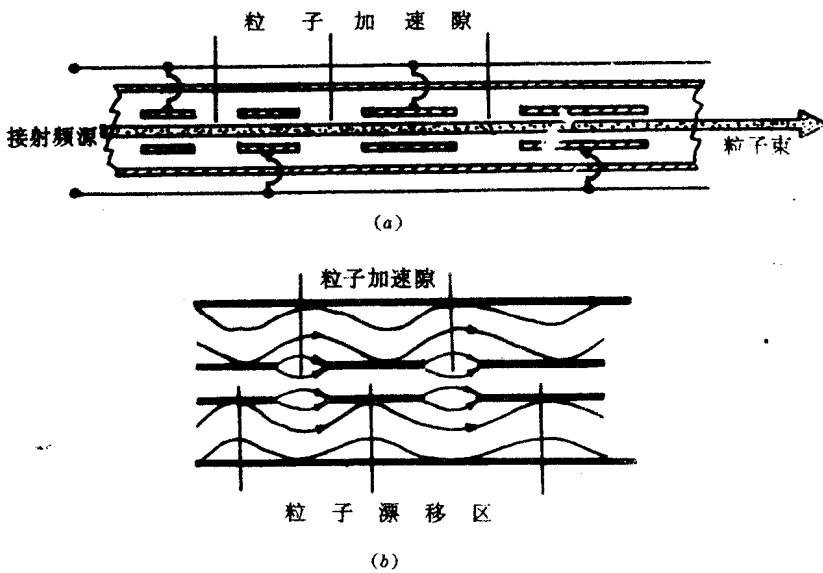


图 1.6 (a) 漂移管式直线加速器示意图 (b) 对应的电场分布

因而它们的“极性”是交错的，形成了如图 1.6 (b) 所示的电力线。二是漂移管由金属制作，由于屏蔽作用，漂移管内不存在电场。因此，粒子仅仅在相邻两漂移管的间隙才能被电场加速；在漂移管内，则由于惯性而沿轴线做匀速直线漂移运动。由此可见，粒子被加速的次数，是由漂移管间隙个数决定的。我们知道，射频电磁波中相邻两半周的电场，其符号是相反的。因此，如果粒子在某半周是被射频电场加速的，那么，下半周的电场则必然对该类粒子产生减速力。换言之，相对于粒子来说，某半周的射频电场属于“加速场”，则另半周的射频电场属于“减速场”。因此，要确保粒子在每个间隙得到加速，就必须使粒子在对应于减速场半周时间内，处于漂移管中做惯性运动，而在对应于加速场半周时间内，处于间隙中做加速运动。

可见，漂移管的长度  $L_n$  近似为：

$$L_n = V_n \cdot \frac{T}{2} \quad (1.2.1)$$

式中  $T$  为射频场的时间周期， $V_n$  为粒子在第  $n$  个漂移管中的漂移速度。由射频场关系式  $c = \lambda f = \lambda/T$ ，可将式 (1.2.1) 改写成

$$L_n = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{V_n}{c} \quad (1.2.2)$$

式中  $\lambda$  为射频电磁波在自由空间中的波长， $c$  为真空中的光速。定义归一化速度为

$$\beta_n = \frac{V_n}{c} \quad (1.2.3)$$

代入 (1.2.2) 可得

$$L_n = \frac{1}{2} \lambda \beta_n \quad \text{或} \quad \beta_n = \frac{2L_n}{\lambda} \quad (1.2.4)$$

假定粒子电量为  $e$ ，射频场电压为  $V_0$ ，则粒子被加速一次获得的能量为  $eV_0$ 。设粒子进入加速器时已具有初始能量  $T_0$ ，则被加速  $n$  次后的能量  $\gamma m_0 c^2$  应为

$$\gamma m_0 c^2 = T_0 + neV_0 \quad (1.2.5)$$

式中

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_n^2}} \quad (1.2.6)$$

为粒子的相对论能量因子， $m_0$  是粒子的静止质量。将式 (1.2.6) 代入式 (1.2.5) 再与式 (1.2.4) 联立消去  $\beta_n$ ，得到关系式

$$L_n = \frac{\lambda}{2} \left[ 1 - \left( \frac{m_0 c^2}{T_0 + neV_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.2.7)$$

由式 (1.2.7) 与式 (1.2.4) 可知：减小射频源的波长  $\lambda$ ，则  $\beta_n$  增大，粒子能量增加，且漂移管长度  $L_n$  减少。此外，式 (1.2.5) 表明，增加加速电压  $V_0$  和加速节数  $n$ ，也是提高粒子能量的一种方法；不过，由式 (1.2.7) 知，增加  $V_0$  和  $n$  都将使  $L_n$  也增加。还应该注意到：式 (1.2.7) 指明，随着  $n$  的增加， $L_n$  将逐次增加，即漂移管长度应逐次变长。这是因为粒子的归一化速度  $\beta_n$  逐次增加的缘故。

## (2) 波导式直线加速器

在圆柱形波导中输入某一行波，使它的电场方向与管轴平行（如图 1.7 所示），原则上就可以用来加速粒子。我们不妨假设某一电子处于图中所示位置，而且它的向前运动始终与行波相位变化同步，那么，该电子就会始终处于被行波加速的状态。这就是波导式直线加速器

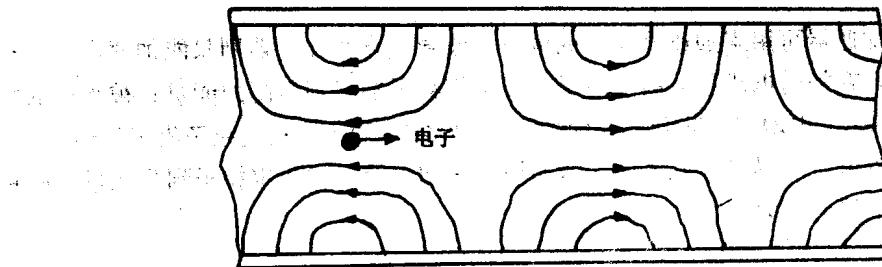


图 1.7 波导式电子直线加速器原理图

的基本原理。不过，象图 1.7 中的光滑波导结构实际上是行不通的，因为此时行波的相速大于光速，而粒子的速度始终小于光速，两者之间不可能保持同步。因此，必须把行波的相速减小到低于光速，才能与电子运动同步。解决的方法是采用如图 1.8 所示的慢波结构，在波导内周期性地加载膜片。这种膜片是一些金属圆环。如果相邻两环的距离为输入波长的二分之一，则波导管内形成驻波；如为输入波长的四分之一，则波导管内形成行波，如图 1.8 所示。

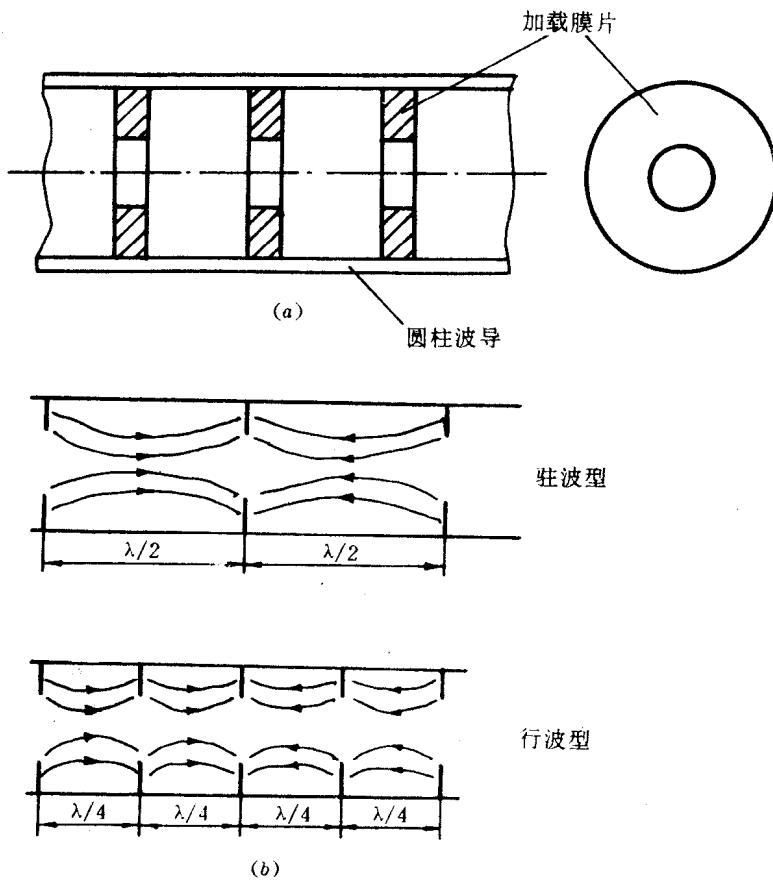


图 1.8 加载膜片波导式电子直线加速器：(a) 慢波结构示意图 (b) 电场分布

漂移管式直线加速器可用来加速重粒子或电子，波导式直线加速器则只能加速电子。直线加速器的优点是：在加速电压不太高的情况下便可把粒子加速到很高的能量；被加速的粒子很容易被引导出来；可用增多加速管节数的方法来增大粒子能量；加速粒子沿直线运动，其辐射损耗比圆周形轨道时小得多；成本低。但如用直线加速器来加速重粒子到高能量，则将是一个庞然大物，费用也很大。

### 1.2.3 电子感应加速器和电子同步加速器

脉冲线加速器和直线加速器中的加速力，是由外加电场力产生的。电子感应加速器却不是

同，它的加速力是由电磁感应产生的。由电磁感应原理可知，当磁通量变化时，就会产生涡旋感应电场。假设激励磁通的磁场是轴对称的，那么，感生电场的电力线就是一族圆，其圆心在对称轴上。根据电磁感应定律，在半径为  $R$  的圆上的感生电动势  $V$  为

$$V = 2\pi R E = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.2.8)$$

式中  $E$  为感生电场， $\Phi$  为磁通量， $c$  为真空中光速。如图 1.9 所示，假设在圆上有一电子，该电子所受到的感生电场力则为  $eE$ （此处  $e = -4.8033 \times 10^{-10}$  静电库仑，是电子电量）。由动量定理得知，电子动量  $p$  的变化率为

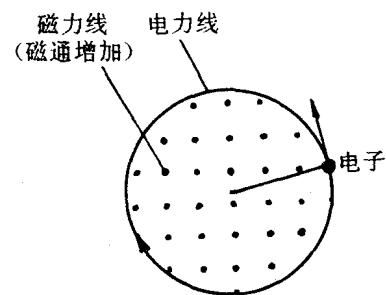


图 1.9 电子感应加速器原理示意图  
(图中所示为磁通增加的情况)

$$\frac{dp}{dt} = eE = -\frac{e}{2\pi R c} \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.2.9)$$

积分得

$$p_t - p_0 = -\frac{e}{2\pi R c} (\Phi_t - \Phi_0) \quad (1.2.10)$$

电子感应加速器中，由电磁铁激励的磁场起着双重作用：一是，它所产生的洛伦兹力把电子固定在一定的轨道上；二是，它所产生的感生电场，对轨道上的电子进行加速。要同时达到这两个目的，磁场就必须遵从一定的约束条件。下面，我们就来讨论这一条件。

在  $t$  时刻，磁场  $B_t$  产生的洛伦兹力使电子做拉莫尔运动，其角速度  $\omega_c$  为

$$\omega_c = \frac{-eB_t}{mc} \quad (1.2.11)$$

因为动量  $p_t = mv = m\omega_c R$ ，故由上式得

$$p_t = -\frac{eRB_t}{c} \quad (1.2.12)$$

将式 (1.2.12) 代入 (1.2.10)，便得磁场条件

$$B_t - B_0 = \frac{1}{2\pi R^2} (\Phi_t - \Phi_0) \quad (1.2.13)$$

定义  $\langle B \rangle = \Phi / (\pi R^2)$  为平均磁感应强度，则

$$B_t = \frac{1}{2} \langle B \rangle \quad (1.2.14)$$

可见，轨道上的磁场仅为平均磁感的二分之一。

恰当地设计磁极形状，可以获得满足 (1.2.13) 的磁场。图 1.10 是电子感应加速器结构的简单示意图。电子由环形真空加速室某处入射，在室内做环形运动。磁极形状使磁隙靠近中间部分较强，可以满足 (1.2.13) 式。

在电子感应加速器中，如何把低能电子入射到轨道和把被加速后的高能电子从轨道上导出，是很关键的问题。电子枪应在靠近预定轨道处射入电子。理论分析表明，尽管电子在圆轨道上会迭加上振荡，但是，在加速过程中，这种振荡的幅值会越来越小，使电子的运动固定在预定的圆形轨道上。要导出被加速后的电子，应在恰当的时间突然加大电流，使磁通陡增，破坏约束条件，于是，电子回旋运动半径增大而脱离原轨道，被导引出来。

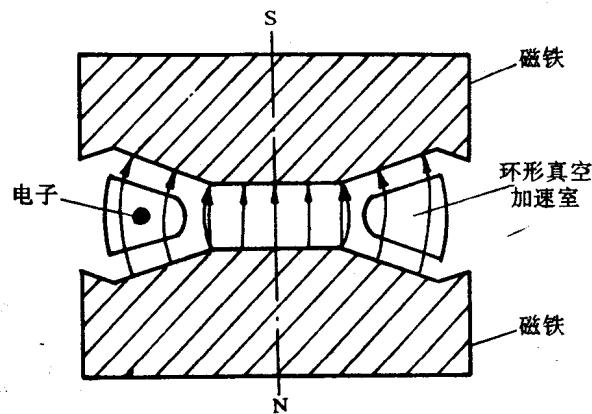


图 1.10 电子感应加速器结构示意图

我们来估算电子所获得的能量。当电子绕行一圈时，感生电场做的功为  $eE = -\frac{e}{c} \frac{d\Phi}{dt}$ ，转换成电子动能的增量  $\Delta T$  为

$$\Delta T = -\frac{e}{c} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (1.2.15)$$

其中  $\Delta t$  对应电子绕行一圈的时间，近似为  $2\pi R/v$ ，代入上式，得到  $\Delta T = -\frac{eV}{2\pi R c} \Delta\Phi$ 。在大部分时间里，电子的速度  $v$  接近光速，故

$$\Delta T \approx \frac{|e|}{2\pi R} \Delta\Phi$$

从而

$$T - T_0 = \frac{|e|}{2\pi R} (\Phi - \Phi_0) \quad (1.2.16)$$

式中  $T_0$  和  $\Phi_0$  是电子入射时的能量和磁通量。将式 (1.2.13) 代入式 (1.2.16)，得到

$$T - T_0 = |e|R(B - B_0) \quad (1.2.17)$$

一般来说， $T_0$  和  $B_0$  分别比  $T$  和  $B$  小得多，故电子的能量  $T$  约为

$$T = |e|R B \quad (1.2.18)$$

最后，我们来讨论电子的同步加速问题。假定有一高能电子在磁场  $B$  作用下做回旋运动，则它的角速度  $\omega_c$  为：

$$\omega_c = \frac{|e|B}{c\gamma m_0} \quad (1.2.19)$$

式中  $m_0$  是电子静止质量， $\gamma$  是它的相对论能量因子。假定  $\omega_c$  不变，而且，我们恰当地制造磁场  $B$ ，使该磁场随着电子能量因子的增加而增加，以便恒满足 (1.2.19) 式。引进加速电场，其频率  $\omega$  与  $\omega_c$  相同，那么，电子就会被该电场同步加速到很高的能量。这就是电子同步加速器的原理。对于线速度  $v$  接近光速  $c$  的高能电子来说，由  $\omega_c R = v \approx c$  可知，处于回旋半径为  $R$  的稳定轨道上的电子，其角速度  $\omega_c$  的确近似为常量。上面分析表明：电子同步加速器中的磁场，应满足 (1.2.19) 式；而且，事先应把电子加速到相当高的能量（例如 2MeV，对应的线速度为  $0.98c$ ）。可以用安装在环形室中的电子枪预先加速电子，例如，在电子枪中经过 50~100kV 的电压预先加速的电子，就可以用来同步加速。更好的方法是把电子感应加速器与电

子同步加速器设计成联合体，由前者对电子进行预加速。

电子感应加速器和电子同步加速器中，电子做圆周运动，而在脉冲线加速器和直线加速器中，电子做直线运动。电子产生的回旋辐射很大，特别是高能电子，每转一圈因回旋辐射而带来的能量损失与它从加速器获得的能量比较起来大得多。因此，尽管电子同步加速器中电子能量比电子感应加速器中高，但是，由于电子产生很大的同步辐射损失，结果能量被限制在几十兆电子伏特。

#### 1.2.4 范德格拉夫 (Van de Graaff) 静电加速器

静电加速器结构如图 1.11 所示。其基本原理是：用机械能建立高电压，然后再用高电压加速带电粒子。可见，静电加速器与前面介绍的加速器不同，后者是将电磁能转换成带电粒子的动能。

工作过程大致如下：开启马达，使绝缘传送带运转。外加电压（约 50~100kV）通过下方金属尖端放电，使上行的绝缘传送带携载电荷。这些电荷又通过上方金属尖端对金属薄壳放电。于是，电荷便被传递给金属薄壳。这一过程不断进行，结果使金属薄壳上的电荷堆积得越来越多，形成高电势，在加速管内建立起高电压，对加速管内的带电粒子进行加速。如图所示，整个部件置于密闭钢套内，并充以高压氮气和少量氟里昂 ( $CCl_2F_2$ )，以便同大气有良好的绝缘。

加速管的结构如图 1.12 (a) 所示，它由许多节绝缘体（如瓷器、玻璃等）管子联成，内部抽成真空，每节长度不超过 10cm，有时甚至短到 1cm 左右。管内装有许多节作为加速电极的金属管。在加速管外，用一系列的金属圈，把加速管和绝缘传送带套起来，彼此之间相隔一定距离（见图 1.11）。金属圈之间产生电晕放电，使高压均匀地从加速管的上端降到下端。加速管内起加速电极作用的各节金属管，分别接到加速管外的电晕金属圈上，这样，在各节金属管之间，就形成加速间隙。带电粒子经过加速间隙时，便被加速，与漂移管式直线加速器中的粒子被加速的情况相似。图 1.12 (b) 示出的加速管，其电极已由简单的圆筒形改成有弯曲度的套筒。

静电加速器可以产生十几兆电子伏特的束能，输出电压在一定范围内可连续改变，电压值可稳定到 0.01%；但是束流小，在高能情况下仅  $200\sim500\mu A$ 。美国加州大学圣塔巴巴拉分

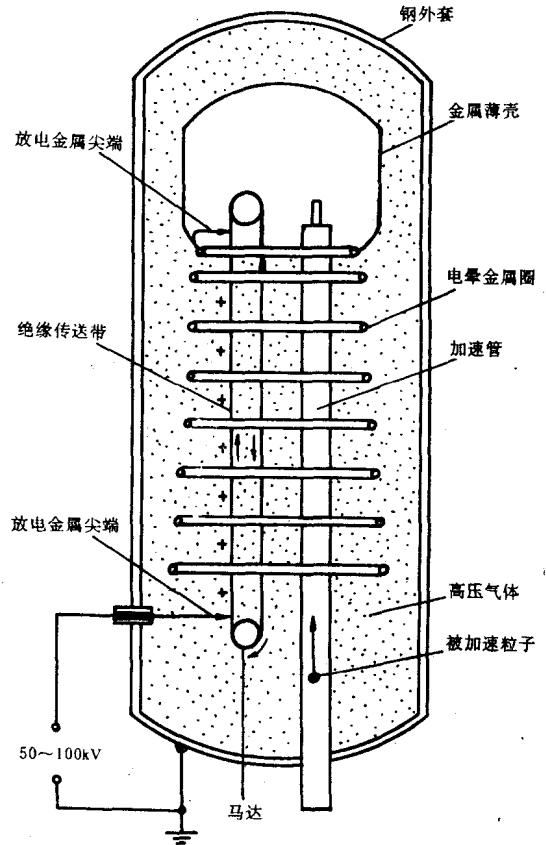


图 1.11 静电加速器结构示意图