

黄志标
编

断裂力学

华南理工大学出版社



内 容 简 介

本书是作者在试用多年的“断裂力学”讲义基础上进行修改和补充而编成的。它系统地阐述了断裂力学的基本概念、原理、公式、测试及其在工程上的应用，全书共分六章，绪论、线弹性断裂力学、线弹性断裂力学的空间（三维）问题、复合应力状态下的断裂判据、弹塑性断裂力学和疲劳裂纹扩展。书中的重要结论及主要公式都有详细的论述和推导，便于自学。每章均有适量例题和习题，读者可以从中学解和掌握该学科在工程上的应用。

本书除可作机械、动力、焊接、化工、造船和力学等专业的本科教材及工程技术人员的培训教材外，也可作为工程技术人员的自学参考书。

高 等 学 校 试 用 教 材

断 裂 力 学

黄志标 编

责任编辑 梁文厚

•
华南理工大学出版社出版发行

（广州 五山）

各地新华书店经销

广东番禺印刷厂印刷

•
开本787×1092 1/32 印张8.75 字数196千

1988年11月第1版 1988年11月第1次印刷

印数1—1600

ISBN 7—5623—0081—X/TH·3(课)

定价：1.76元

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 断裂力学的概念	(1)
§ 1-2 传统强度理论的局限性	(3)
§ 1-3 断裂力学的产生及其在工程上的应用	(6)
§ 1-4 断裂力学的发展概况	(10)
§ 1-5 工程上常用的几种断裂判据简介	(10)
§ 1-6 裂纹体开裂的三种基本类型	(16)
第二章 线弹性断裂力学	(20)
§ 2-1 弹性力学理论基础	(20)
§ 2-2 复变函数	(27)
§ 2-3 威斯特噶尔德 (Westergaard) 应力函数	(31)
§ 2-4 I 型裂纹尖端附近的应力、应变场	(35)
§ 2-5 II、III型裂纹尖端附近的应力、应变场	(43)
§ 2-6 用极坐标表示的裂纹应力场	(50)
§ 2-7 应力强度因子	(53)
§ 2-8 脆性断裂判据	(70)
§ 2-9 用叠加法计算应力强度因子	(77)
§ 2-10 裂纹尖端塑性区及其应力强度因子的修正	(80)
§ 2-11 裂纹扩展能量率 G	(90)
§ 2-12 平面应变断裂韧性 K_{Ic} 的测试	(101)
习题	(111)
第三章 线弹性断裂力学的空间 (三维) 问题	(114)
§ 3-1 椭圆片状埋藏裂纹的应力强度因子	(114)
§ 3-2 表面半椭圆裂纹的应力强度因子	(122)
§ 3-3 球罐焊接缺陷的断裂力学分析	(137)
§ 3-4 厚壁容器	(143)

习题	(145)
第四章 复合应力状态下的断裂判据	(147)
§ 4-1 最大周向应力理论 ($\sigma_{\theta_{\max}}$ 判据)	(148)
§ 4-2 最大应变能释放率理论 (G 判据)	(152)
§ 4-3 应变能密度因子理论 (S 判据)	(164)
§ 4-4 投影估算法判据	(177)
§ 4-5 复合型断裂判据在容器上的应用	(179)
习题	(182)
第五章 弹塑性断裂力学	(183)
§ 5-1 裂纹尖端张开位移COD的概念和小量屈服方程式	(184)
§ 5-2 裂纹张开位移的全面屈服方程式及其在压力容器 上的应用	(198)
§ 5-3 COD的测试	(208)
§ 5-4 J 积分的概念及定义	(215)
§ 5-5 J 积分的守恒性 (或称路径无关性)	(218)
§ 5-6 J 积分与COD的关系	(225)
§ 5-7 J 积分判据及其应用	(228)
§ 5-8 J_{Ic} 的测试	(231)
§ 5-9 各种断裂韧性之间的换算关系	(236)
习题	(240)
第六章 疲劳裂纹扩展	(242)
§ 6-1 疲劳裂纹扩展机理	(242)
§ 6-2 疲劳裂纹扩展速率	(243)
§ 6-3 疲劳裂纹扩展寿命的估算	(250)
§ 6-4 影响疲劳裂纹扩展速率的因素	(255)
§ 6-5 弹塑性及全面屈服条件下疲劳裂纹扩展速率	(262)
§ 6-6 疲劳裂纹扩展速率的测试	(267)
习题	(270)
附录	(272)

第一章 绪 论

§ 1—1 断裂力学的概念

(一) 什么叫断裂力学?

断裂力学是近三十年发展起来的固体力学的一个新分支。它是从构件实际上存在裂纹缺陷这一真实情况出发,对构件进行强度研究与计算的科学。因此,也可以认为断裂力学是研究裂纹的产生、发展及扩展规律的科学。要确保构件的安全,必须了解裂纹对裂纹构件的影响,并进行裂纹构件的强度计算及寿命估算。断裂力学正为研究裂纹(或缺陷)对结构强度和安全性影响提供了科学的方法。

断裂力学与材料力学类似,是材料力学的发展与充实。它在大量实验的基础上,研究了带裂纹缺陷材料的断裂韧度(属于广义的材料强度范围),以及带裂纹缺陷构件在各种工作条件下裂纹扩展、失稳和止裂的规律,并应用这些规律进行设计,以保证构件成品安全可靠。断裂力学和材料力学的差别在于:材料力学研究的是理想构件,而断裂力学则研究带裂纹缺陷的构件。

断裂力学的发展一直是与生产实际密切结合的,因此有人认为断裂力学不仅是固体力学的一个分支,而且是工程技术科学或材料科学的一个分支。目前,断裂力学在压力容器、核容器、航空、机械等部门已得到广泛的应用,它的研究方法也已列入这些部门的设计、制造、验收及使用规范。

由于断裂力学兴起年代较晚,它所涉及的学科也多,现

在仍处于发展阶段，因此无论其研究的对象、方法抑或其分类，都尚未完全定型。但目前总的研究趋势是：从线弹性到弹塑性；从静态断裂到动态断裂；从宏观、微观分离到宏观与微观结合；从确定性方法到概率统计方法。

（二）断裂力学的分类及研究的问题

断裂力学可分为宏观断裂力学（工程断裂力学）和微观断裂力学（属金属物理范畴）。宏观断裂力学又可分为弹性断裂力学（它包括线性弹性断裂力学及非线性弹性断裂力学）和弹塑性断裂力学（它包括小范围屈服断裂力学、大范围屈服断裂力学及全面屈服断裂力学）。工程断裂力学还包括疲劳断裂、蠕变断裂、腐蚀断裂、腐蚀疲劳断裂及蠕变疲劳断裂等工程中重要的方面。

英国调查了十万个运行中的压力容器，有132个发生破坏事故，其中有裂纹的占118个。可见容器发生事故的原因大多数是由于裂纹的存在。以前各国规范都不允许有裂纹存在，但这并不是说按规范制造的容器实际上就不存在裂纹，因为一方面现代探伤技术还不能发现细小（如小于1 mm）的裂纹，另一方面，探伤过程中也会有漏检。在容器的使用期内，由于疲劳、腐蚀、蠕变等原因，细小裂纹会逐步发展成为危险的裂纹。况且有些设备制造规程，并不要求对焊缝作100%探伤，故有时较大的缺陷也会被漏掉。因此，即使规范上不允许构件有裂纹存在，也不能完全消除裂纹所造成的危险。但是，又不是所有的裂纹都会造成危险。我们的科学态度应该是对有危险的裂纹和没有危险的裂纹作出区别，规定一种合理的“裂纹的验收标准”。目前，有不少国家已逐步这样做了，如美国机械工程师协会（ASME）锅炉及压力容器规范第Ⅲ篇附录G的“防止非延性破坏”；英国标准协会

(BSI) PD6493 (1980) “焊接缺陷验收标准若干方法指南”；日本焊接协会制定的JWES—2805 (1983) 的“按脆断评定焊接缺陷验收标准”；中国压力容器学会和化工机械与自动化学会制定的“压力容器缺陷评定规范CVDA—1984”等。有了合理的标准和规范，既能避免脆断危险事故，又能避免无谓的浪费。因为裂纹有没有危险主要决定于：(1) 裂纹形状及其尺寸的大小；(2) 所受力的 大小 和方向；(3) 材料抵抗裂纹开裂扩展的性能（即断裂韧性）。

本书将着重于阐明工程断裂力学的基本概念、重要结论和主要公式的推导及其基本关系，并着重说明如何将这些主要结论和公式应用到工程上各种典型构件中去，使传统强度理论无法处理的问题得到解决。

§ 1—2 传统强度理论的局限性

本节就工程构件中的低应力脆断问题，说明传统强度理论的局限性，并由此引入用断裂力学方法对构件进行强度研究的问题。

我们知道，按传统强度理论设计工程构件的要求是：

$$\sigma \leq [\sigma] \quad (1-1)$$

即要求构件的工作应力 σ 必须小于或等于材料的 许用 应力 $[\sigma]$ 。对脆性材料， $[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$ ；对塑性材料， $[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s}$ 。

这是材料力学已知的。它反映了人们对影响构件断裂的各种因素的认识程度。如对外加载荷引起 构件的应力 σ 计算准确，所选取试样测得的 σ_s （或 σ_b ）能够准确地代表构件内部材料对破坏的抗力的话，则可适当降低 n_b 或 n_s 。使各种工程构件

满足(1-1)式的要求，是传统设计所采用的方法。但是近几十年来，世界各国生产实践表明：按传统强度理论设计的构件，有时会意外地发生低应力断裂事故。无情的事实尖锐地揭示了这种传统强度设计理论的局限性。

例如，美国在第二次世界大战期间制造的4694艘全焊接“自由轮”中就有近1000艘遭到各种不同程度的断裂破坏。事后，发现100多个损坏处都是焊接缺陷等应力集中的地方，且在气温降到 -3°C 和水温降到 4°C 时发生断裂，破坏处的冲击韧性 α_K 值低于未破坏处的 α_K 值。

苏联于1947年也发生了4500M³大型石油储罐因底部与壳体连接处在低温下(-43°C)产生大裂纹而造成的储罐破坏事故。原因也在于焊接处有应力集中，使得温度降低时，塑性明显下降。它属于低温脆断裂。

50年代美国完全按照传统强度设计与验收的北极星导弹固体燃料发动机压力壳，在发射时却出乎意料地发生低应力脆断。原因在于：所用的超高强度钢($\sigma_s = 140\text{kg/mm}^2$, $K_{Ic} = 200\text{kg/mm}^{\frac{3}{2}}$)，在淬火后马上进行回火，从而出现了裂纹。裂纹源可能是焊裂、咬边、杂质或晶界开裂等。

1965年12月英国John Thompson公司制造的一台大型氨合成塔，在水压试验时发生脆断。水压试验压力为 490kg/cm^2 ，但当试验压力达到 352kg/cm^2 时合成塔已断裂成两段并飞出四块碎片，其中最大的一块为2吨重，飞出约45米远。实际脆断压力不但小于传统厚壁圆筒周向应力公式计算的破坏压力(1937kg/cm^2)，而且小于屈服压力(741kg/cm^2)，甚至小于水压试验压力(490kg/cm^2)及设计压力(360kg/cm^2)。产生脆断的原因是消除应力退火的温度不够高(按规定为 650°C ，而实际上只加热到 520°C)，致使焊缝

处金属的韧性很低，另外，环缝焊接过程中曾经中断了预热，残余氢在高残余应力偏析区聚集，产生了迟延裂纹。水压试验时，裂纹便向韧性较差而又没有很好地消除残余应力的焊缝处扩展，最终导致脆断。可见，中强度钢也会发生脆性断裂。

50年代美国曾发生过多起电机汽轮机转子脆断事故。其他如转炉的转轴、飞机大梁、起落架的断裂事故，透平风机、汽轮机的叶轮叶片的飞断事故等也时有发生。

在我国，也有不少汽轮机叶轮叶片、火车车轴断裂以及球罐、高压容器断裂爆炸等事故发生。近几年来，在对球罐的开罐检查中发现各种裂纹缺陷的情况更为普遍。

所有这些事实都是传统强度理论无法解释的。按照传统强度理论观点，提高材料的强度或加大构件的尺寸（如容器壁厚），便可以增大许用应力或安全储备，但实际结果却适得其反，构件将在更低的应力下破坏，欲安全反而不安全。这一辩证规律促使人们离开传统强度理论而从事物内部去寻找原因。人们发现，传统强度理论把材料看作是均匀的、没有裂纹、没有缺陷的理想固体的假设是不合理的。事实上在材料的冶炼、构件的制造、焊接、淬火等过程中均可能产生一定尺寸的气孔、疏松、夹渣、咬边、未焊透及裂纹等缺陷。即使产品出厂时没有宏观裂纹，但由于种种原因，在使用中也会产生裂纹，或是原构件内部的微观缺陷，如晶界、位错群等，在外力（如疲劳载荷）和外界环境（如高温时的蠕变、腐蚀介质作用下的应力腐蚀、氢脆等）作用下发展成为宏观裂纹。这些裂纹缺陷，正是各种构件发生低应力脆断的内在原因。传统的强度理论把与工程实际构件中不相符合的关于材料均匀且没有裂纹缺陷的假设作为研究的出发点，这

就必然和现代工业关于构件强度的要求发生尖锐的矛盾。按这种理论设计出来的工程构件，有时会产生预料不到的低应力脆断是不足为奇的。随着现代工业的急速发展，大型构件的增多，高强度材料的日益广泛使用，这一问题更显得突出。

当然，除此之外的塑性断裂、疲劳、蠕变及腐蚀断裂等许多问题，同样也要求用不同于传统强度理论的新理论、新方法来解决。

§ 1—3 断裂力学的产生及其在工程上的应用

低应力脆断现象对人们说来并不陌生，日常生活中也经常遇到。象玻璃、陶瓷之类的制品，当它们稍有裂纹时，往往在很小的外力作用下就会断裂。在裁玻璃时，用钻石刀在玻璃板上划一条很浅的刻痕，稍加外力，玻璃就会沿刻痕整齐地分成两块。但没有刻痕的玻璃却能承受比有刻痕的玻璃大得多的外力作用。刻痕愈深，裂纹前端应力集中愈厉害，则断裂应力愈小。实验表明：其断裂应力 σ_c 与裂纹深度 a 的平方根成反比，即

$$\sigma_c \propto \frac{1}{\sqrt{a}} \quad (1-2)$$

如图1-1所示。写成等式就是

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2ES_s}{\pi a(1-\nu^2)}} \quad (1-3)$$

式中 E ——弹性模量

S_s ——弹性表面能

ν ——泊松比

a ——裂纹尺寸

进一步研究发现：断裂应力不仅与裂纹尺寸有关，还与裂纹几何形状（是贯穿裂纹还是埋藏裂纹或表面裂纹）、边界条件（是边裂纹还是中央裂纹，是有限板还是无限板）及受力状态（是受拉、受剪、受扭、受弯还是受复合应力）有关。我们用 Y 来表示这一影响系数（称为形状系数），则有如下等式：

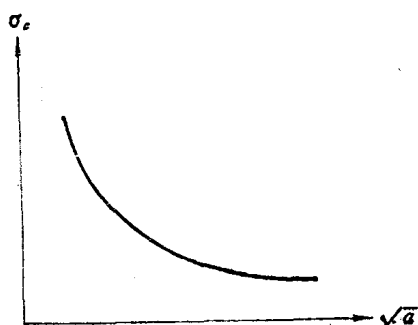


图 1-1

$$Y\sigma_c\sqrt{\pi a} = \text{常数} \quad (1-4)$$

此常数只与材料本身有关，称为材料的断裂韧性（表示材料抵抗裂纹失稳扩展能力的一个物理参量），用 K_{Ic} 表示。因此 (1-4) 式又可写为

$$Y\sigma_c\sqrt{\pi a} = K_{Ic} \quad (1-5)$$

这就是线弹性断裂力学的基本公式。

下面我们举例说明断裂力学不但能够通过计算，定量地解释低应力脆断的原因，而且还能指出其改进的方向，使传统强度理论无法解决的问题得以解决。

前述的北极星导弹壳体的脆断事故，从断裂力学角度来看是很自然的。因为线弹性断裂力学的判据认为：当裂纹构件的应力强度因子（表示裂纹尖端附近应力场强弱程度的因子） K_I 达到材料固有的临界值——断裂韧性 K_{Ic} 时，裂纹构件就发生失稳断裂。即此时

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} = K_{Ic} \quad (1-6)$$

式中 $Y = 1 \sim 1.2$ 。现取 $Y = 1.2$ 代入上式，便可求得北极星导弹壳体发生断裂时的临界裂纹尺寸

$$a_c = \frac{K_{Ic}^2}{Y^2 \pi \sigma^2} \quad (1-7)$$

取 $\sigma = \sigma_s / 1.6$, $\sigma_{水压} = 1.3\sigma = 1.3 \times \sigma_s / 1.6 = 0.81\sigma_s$, 壳体材料为 D_6AC , 属超高强度钢, 其 $\sigma_s = 140 \text{ kg/mm}^2$, $K_{Ic} = 200 \text{ kg/mm}^{\frac{3}{2}}$, 代入上式得

$$a_c = \frac{K_{Ic}^2}{\pi (1.2)^2 (0.81\sigma_s)^2} = 0.3 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (1-8)$$

再把 σ_s 和 K_{Ic} 值代入得

$$a_c = 0.3 \left(\frac{200}{140} \right)^2 = 0.6 \text{ mm} \quad (1-9)$$

这么小的临界裂纹尺寸，常常在探伤时检查不出或容易漏检，因此，发生低应力脆断是不足为奇的。

按传统强度理论，如选用强度更高的材料，则 (K_{Ic}/σ_s) 更低，由 (1-8) 式可知，其产生低应力脆断的临界裂纹尺寸也就更小，或者说，对于相同的裂纹尺寸，其脆断应力更低。此时强度有余、而韧性不足，故易引起脆性断裂。可见，提高材料强度不起作用却反而降低了材料的韧性 (K_{Ic}/σ_s) 。这就是传统强度理论无法解释而线弹性断裂力学却能简单解释的工程构件(压力壳)低应力脆断的内在原因。断裂力学能抓住 K_{Ic} 与 σ_s 之比的辩证关系，使构件能兼顾强度与断裂韧性。

如果我们确有把握测出 1.2mm 长的裂纹缺陷，则由

(1-8)式可知:只要保证材料的断裂韧性一定,如 $K_{Ic} \geq 2\sigma_s$,就能避免低应力脆断,从而保证生产得以安全进行。例如,把 $a_c=1.2\text{mm}$ 代入(1-8)式,得

$$K_{Ic}^2 = \frac{1.2}{0.3} \sigma_s^2 = 4\sigma_s^2,$$

就是说,若 $K_{Ic} \geq 2\sigma_s$,即 $K_{Ic}^2 \geq 4\sigma_s^2$ 就能避免低应力脆断。

再例如国内曾经生产的超高压容器,开始选择的钢材及焊缝材料的 $K_{Ic}=168\text{kg}/\text{mm}^{\frac{3}{2}}$, $\sigma_s=196\text{kg}/\text{mm}^2$,如按(1-8)式计算,则有

$$a_c = 0.3 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2 = 0.3 \left(\frac{168}{196} \right)^2 = 0.22\text{mm}$$

因为0.6mm长的裂纹在探伤时都探不出来,所以0.22mm长的裂纹就更不用说了,自然地容器就会发生低应力脆断。后来通过适当降低材料及焊缝的强度(如降低炭和硅的比例),改善热处理工艺,提高断裂韧性,才使产品达到设计要求,从而使生产得以安全顺利地进行。

断裂力学不仅能解释各类工程构件发生脆断的原因,更重要的是它为防止脆断提出了一个定量的计算方法,建立了裂纹尺寸、应力(或应变)及材料断裂特性三者的定量关系。对一定的材料特性(K_{Ic}),如已知构件中存在的裂纹部位、方向、形状及尺寸,则可计算出发生脆断的临界应力值。对此,可取一定的安全储备系数,定出许用应力值,进而对构件进行定量安全设计。这一理论使许多工程部门的设计思想发生了改变。如飞机设计已从传统的疲劳寿命设计渐渐转变为破损安全设计和损伤容限设计。反之,通过结构应力、应变计算或测定,并结合材料的断裂韧性值,即可算

出引起构件破坏的临界裂纹尺寸，以此作为衡量构件是否合格的质量验收依据。通过亚临界裂纹疲劳扩展速率 da/dN 的测定，又可以予测构件的安全使用寿命。此外，断裂力学还为工程设计、选材提供了科学的方法，并为评定制造工艺（特别是焊接工艺及热处理规范）提供了有效的手段。

§ 1—4 断裂力学的发展概况

追溯历史，有人认为里奥纳多·达·芬奇（Leonardo Da Vinci 1452~1519）是世界上第一个进行断裂强度试验的人。他所做的拉伸断裂试验的结论是：长铁丝较同直径的短铁丝的负载能力要小。

人们于20世纪初得知，材料的理论极限强度 σ_t 可近似按下式估算

$$\sigma_t \approx \left(\frac{E\gamma}{b} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-10)$$

对大多数金属，其弹性模量 $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ，表面能 $\gamma = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{cm/cm}^2$ ，原子间距 $b = 2 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ，由此可算得 $\sigma_t \approx 4.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 。但实际断裂强度要比此值低得多，原因何在呢？Inglis（1913）首先指出：这是因为实际材料中存在着不可避免的各种缺陷，如微观裂纹、空穴、切口、刻痕等，其尖端附近存在局部高应力（或高应变）集中区域，该区域应力数倍于远离尖端的应力，从而成为断裂的“裂源”。

格里菲斯（A.A.Griffith）理论（1921）——脆性断裂理论，是基于能量分析基础上提出的脆断理论。它被认为是断裂力学的开始。格里菲斯通过对玻璃等完全脆性材料进

行实验研究后，认为在固定夹头条件下裂纹扩展时裂纹体的弹性储藏能下降，当所释放出来的弹性能刚好大于形成新裂纹表面所需的表面能时，裂纹就开始扩展。他在当时提出了一个著名的论点：“玻璃的实际强度取决于使其中裂纹扩展的应力”。他在1921年提出而在1924年修正后的表达式为

$$\sigma_c^2 = \begin{cases} \frac{2 E S_e}{\pi a} & (\text{平面应力}) \\ \frac{2 E S_e}{\pi a} \cdot \frac{1}{1 - \nu^2} & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (1-11)$$

式中 S_e 为单位面积的弹性表面能。

前述的Griffith理论要求裂纹在扩展过程中始终保持线弹性，而不出现任何非线性弹性及弹塑性现象，故只适用于玻璃、陶瓷之类典型的完全脆性的材料。但是，现代工程结构金属大多数都有一定塑性，况且塑性是防止材料断裂的最好保护因素，它能吸收大量能量，故若直接将Griffith理论用于金属材料而完全不考虑裂纹产生和扩展过程中引起的塑性功消耗，将会使计算结果带来几个数量级的差异，使计算毫无意义。

欧罗万将塑性变形能 S_p 直接叠加到弹性变形能上，并将它推广到金属材料中去，求临界应力，即

$$\sigma_c^2 = \begin{cases} \frac{2 E (S_e + S_p)}{\pi a} & (\text{平面应力}) \\ \frac{2 E (S_e + S_p)}{\pi a} \cdot \frac{1}{1 - \nu^2} & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (1-12)$$

式中 S_p 为裂纹扩展单位面积而在塑性变形中所做的“塑性功”（或称塑性表面能）。

欧罗万在1955年报导的使用X射线衍射法测得这一塑性功 S_p 较弹性表面能 S_e 要大几个数量级的结果，是符合实际

情况的。因为总变形能 $S = S_e + S_p \gg S_e$ 故可忽略不计，从而有

$$\sigma_c = \begin{cases} \left[\frac{2ES}{\pi a} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \left[\frac{2ES_p}{\pi a} \right]^{\frac{1}{2}} & (\text{平面应力}) \\ \left[\frac{2ES}{\pi a(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}} \approx \left[\frac{2ES_p}{\pi a(1-\nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}} & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (1-13)$$

由此得临界裂纹尺寸

$$a_c = \begin{cases} \frac{2ES}{\pi \sigma^2} \approx \frac{2ES_p}{\pi \sigma^2} & (\text{平面应力}) \\ \frac{2ES}{\pi \sigma^2(1-\nu^2)} \approx \frac{2ES_p}{\pi \sigma^2(1-\nu^2)} & (\text{平面应变}) \end{cases} \quad (1-14)$$

后来，又出现了以下理论：

欧文 (G.R.Irwin) 理论 (1957)——应力强度因子理论；

道格达尔 (D.S.Dugdale) 理论 (1960)——窄长条屈服模型 COD 理论；

威尔斯 (A.A.Wells) 全面屈服理论 (1963)；

薛昌明 (G.C.Sih) 理论 (1967)——应变能密度因子理论；

赖斯 (J.R.Rice) 理论 (1968)——J 积分理论。

上述理论均是工程中常用的断裂判据，在以后的章节中，我们将会作详细讨论。

§ 1—5 工程上常用的几种断裂判据简介

(一) 裂纹扩展能量释放率 G

这是一种基于能量平衡的方法，认为构件断裂时，裂纹

表面应变能释放率 $\partial U/\partial a$ (裂纹扩展单位面积所释放的能量, 或称为裂纹扩展力, 用 G 表示) 等于材料的断裂抗力 G_c 。故断裂判据式为

$$G = G_c \quad (1-15)$$

(二) 应力强度因子 K

1957年欧文 (Irwin) 在弹性力学的基础上, 采用威斯特噶尔德 (H·M·Westergaard) 方法, 对具有中央贯穿裂纹的无限宽板上裂纹尖端附近的应力场进行了研究, 并提出了应力强度因子 K 的概念。他认为裂纹尖端附近应力场强度的普遍表达式为

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (1-16)$$

式中 σ_{ij} 为任一应力参量 σ_{xx} 、 σ_{yy} 或 τ_{xy} , 它们是极坐标 θ 角的某一函数。

由这一表达式可见, K 值完全决定了裂纹尖端应力场的强弱程度, 它与应力 σ_{ij} 成正比, 并依赖于裂纹的形状与尺寸。在裂纹尖端附近的应力状态, 会由于裂纹的存在而强化。裂纹尺寸愈大, 其强化程度愈高。另外, 由(1-16)式还可知: σ_{ij} 与离裂纹尖端的距离 r 的平方根成反比。当 $r \rightarrow 0$ 时, $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$, 这就是数学上所谓的奇异性解。奇点为 $r=0$ 的点, 其幂为 $r^{-\frac{1}{2}}$ 。 K 的大小说明了弹性应力场 σ_{ij} 的奇异性强弱。按传统强度理论 $\sigma \leq [\sigma]$, 当外力产生的应力 σ 小于许用应力 $[\sigma]$ 时, 构件就不会破坏, 而由(1-16)式可知, 只要 r 小到一定程度, σ_{ij} 就会大于 $[\sigma]$ 。因此传统的强度理论对这些部位的应力场强度无法判断。而线弹性断裂力学则不同, 它用 K 作为量度, 如果已知 K , 则裂纹尖端附近应力场的强弱程度就完全得知; 如果 K 值相同, 则无论构件裂纹形状和尺寸如何, 裂纹尖端附近应力场强度都完全相