

华/中/师/范/大/学/出/版/基/金/丛/书

数学教育学

SHUXUE JIAOYUXUE

吴宪芳 郭熙汉 等编著

华中师范大学出版社

123987462

1239874623

1 2 3 9
8 7 4 6
2 3

1
2
3
9
8
7
4
6
2
3

1
2
3
9
8
7
4
6
2
3



数 学 教 育 学

吴宪芳 郭熙汉 陈志云 编 著
朱翠蓉 陈传理 梅全雄

华中师范大学出版社

(鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

数学教育学/吴宪芳 郭熙汉 等编著—武汉:华中师范大学出版社,1998.4.

ISBN 7-5622-1711-4

I. 数…

II. ①吴… ②郭…

III. 数学—教育学

IV. G427

数学教育学

© 吴宪芳 郭熙汉 等编著

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山 邮编:430079)

新华书店湖北发行所经销

通山县印刷厂印刷

责任编辑:曾太贵

封面设计:蔡跃华

责任校对:张 钟

督 印:方汉江

开本:850×1168 1/32

印张:11 字数:292千字

版次:1997年6月第1版

1998年4月第2次印刷

ISBN7-5622-1711-4/G·815

印数:2001-4000

定价:14.00元

本书如有印装质量问题,可向承印厂调换。

前 言

《数学教育学》是一门正在形成和发展中的学科。目前,我国数学教育界对它的对象、性质、特点、体系结构、研究方法等问题进行着广泛、深入的研究。我们在多年讲授《中学数学教材教法》的基础上,在进行“高等师范院校数学教育类课程设置,教材、教法整体改革”的课题研究过程中,经过集体讨论拟定大纲,分工编写,共同完成了《数学教育学》初稿,形成讲义,并进行了多次教学实践。在此基础上,又经不断修改充实而得以和读者见面。我们编著本书的目的,一方面是为了教学的需要,另一方面是为形成具有中国特色的《数学教育学》作一些探讨。

本书结合现行中学数学教学大纲和教材的实际,以课程论、学习论、教学论为基础,研究探讨普通教育中数学教育的理论与方法,并着重于数学教学的实践与研究。同时,还介绍了国内外数学教育的研究动态和前沿课题,以及计算机辅助教学等先进手段。旨在培养适应 21 世纪要求的数学教学人才,满足我国基础教育发展的需要。

本书可作为高等师范院校数学教育专业的教材,可供本科师生、数学教育研究生选用,也可作为中学数学教师的进修读物,同时,亦可供数学教育研究工作者和爱好者参考。

本书编著具体分工如下:第一章、第三章由郭熙汉编

写;第二章、第五章、第十章(§ 10.4, § 10.5)由吴宪芳编写;第四章、第八章由梅全雄编写;第六章、第十章(§ 10.1, § 10.2, § 10.3)由陈志云编写;第七章由陈传理编写;第九章由朱翠蓉编写;全书由吴宪芳统稿。

在编写本书过程中,我们参阅了许多著作和文章,很受教益。在此,谨向有关的作者致谢。在出版过程中,受到华中师范大学的校、系、出版社等单位的关心和大力支持,特别是本书的编辑同志们,对原稿内容进行了详细审阅,对文字进行了精心加工。在此,谨向支持和关心本书并付出辛劳的同志们致以衷心的感谢。

由于我们水平有限,书中难免存在疏漏和不足,敬请读者不吝指正。

· 作 者

1996年元月于桂子山

目 录

第一章 绪 言	(1)
§ 1.1 数学教育学研究的对象	(1)
§ 1.2 数学教育学研究的方法及重要意义	(4)
第二章 中学数学教学目的和内容	(7)
§ 2.1 中学数学教学大纲简介	(7)
§ 2.2 确定中学数学教学目的的依据	(12)
§ 2.3 中学数学的教学目的	(16)
§ 2.4 当代国际数学教育目的或目标简介	(22)
§ 2.5 中学数学的教学内容及体系	(35)
第三章 中学数学的教学原则	(50)
§ 3.1 教学原则概说	(50)
§ 3.2 数学教学原则	(54)
第四章 数学学习的心理特征与数学思维能力的培养	(80)
§ 4.1 数学学习与数学认知结构	(80)
§ 4.2 数学知识、技能的学习	(86)
§ 4.3 数学思维	(91)
§ 4.4 数学思维的发展	(104)
§ 4.5 发展数学思维的教学途径	(107)
第五章 逻辑与数学教学	(115)
§ 5.1 数学概念	(115)
§ 5.2 数学命题	(128)
§ 5.3 数学中的推理和证明	(142)
§ 5.4 数学概念、数学命题的教学	(162)

第六章 数学能力的结构与培养	(176)
§ 6.1 能力概述	(176)
§ 6.2 运算能力及其培养	(178)
§ 6.3 逻辑思维能力及其培养	(187)
§ 6.4 空间想象能力及其培养	(192)
第七章 数学教学工作	(198)
§ 7.1 备课	(198)
§ 7.2 课堂教学	(209)
§ 7.3 数学教学中的考查与考试	(219)
§ 7.4 数学课外活动	(224)
§ 7.5 数学教学研究	(227)
第八章 计算机辅助教学	(235)
§ 8.1 CAI的发展概况	(235)
§ 8.2 CAI的基本概念	(237)
§ 8.3 CAI的分类及特点	(245)
§ 8.4 CAI的功能模式	(249)
§ 8.5 CAI的结构组成	(257)
§ 8.6 CAI课件的设计过程	(260)
第九章 数学教学实践与训练	(274)
§ 9.1 数学教学实习	(274)
§ 9.2 数学学术论文及其写作	(286)
第十章 数学教育的研究	(300)
§ 10.1 数学教学法与数学教育学.....	(300)
§ 10.2 部分重要研究课题简介.....	(304)
§ 10.3 关于数学教育的研究方法.....	(309)
§ 10.4 70年代末以来我国数学教育研究简况	(312)
§ 10.5 国际数学教育会议简介.....	(332)

第一章 绪 言

§ 1.1 数学教育学研究的对象

教育学告诉我们:所谓教育,是教育者根据一定的目的,有计划、有组织、系统地对受教育者传授知识、技能,发展他们的智力和体力,培养他们的思想品德的活动。这里,我们还要强调指出:

第一,教育是人类社会特有的一种现象。它与其他社会现象的区别在于教育是培养人的社会活动,这是社会存在和社会发展的需要。

第二,教育不是自发的社会活动,而是有目的的社会活动,教育的目的又不是由任何教育者个人主观意志所决定的,而是一定社会通过统治阶级及其政党提出来的,是一定社会的政治、经济、文化和科学技术的综合反映。否则,教育活动无法进行。

第三,教育活动是教育者和受教育者的双边活动。教育者受社会的委托,对受教育者施加有目的的影响,教育者处于主导地位;受教育者积极主动地接受知识和思想影响,通过个人主观努力把人类积累下来的精神财富转化为自己的知识、能力、思想与信念。

我们这里研究的数学教育学,一般地说是关于数学教育的学问。数学教育可以在不同的场所,在不同的时间,在不同的程度上,采取不同的方式进行,它是整个社会教育的一部分。因此,数学教育有着广阔的社会背景。这样,数学教育学势必成为一门研究对象广泛、理论体系庞大的学科。事实上,一门学科存在的标志是它有自己的专门的研究对象,有自己独特的研究课题和研究方法,进而形成理论体系。包罗万象的学科是不存在的。因此,我们理解的数学

教育学,主要研究对象是数学教学。

从广义上说,数学教学也有不同的理解,可以是数学活动的教学,可以是数学理论的教学。无论是数学活动的教学,还是数学理论的教学,都可能指小学、中学、大学和各类中等专业学校里的数学教学,还可能指电视教学、函授教学乃至自学。而从高等师范专业的办学方向和高等师范毕业生工作的需要出发,把数学教育学的研究对象限定为“中学数学教学”,即现阶段我国普通中学进行的有统一的数学教学大纲、有确定的数学教材、由教师和学生共同参与、能产生预期社会效果的教与学的活动。这种活动显然是作为社会的教育现象的一部分。

高等师范院校数学系的学生,将来要以教育者的身份投入教育活动,或者说以教师身份参与中学数学教学活动。除了必须具备良好的政治思想素质,掌握必要的数学与其他文化科学知识之外,还必须专门研究中学数学教育学。

对中学数学教学的研究,由来已久,但是还远未形成一门成熟的理论,仅就中学数学教学的本质和如何对它进行研究这样的问题,迄今仍然众说纷纭。有人说中学数学教学是一门科学,也有人说中学数学教学是一门艺术,还有人说它既是一门科学,又是一门艺术,莫衷一是。然而,即便如此,对中学数学教学的研究却从来没有停止过。而且,人们普遍认为,中学数学教学虽无定法,但却有规律可循。

当前对中学数学教学的研究,大体有如下方面:

1. 中学数学教学过程的本质;
2. 中学数学教学内容的构成;
3. 中学生学习数学的心理特征;
4. 中学生数学能力的结构;
5. 中学数学教学方式和方法的研究。

具体地说,以下课题特别受到重视:

第一,关于中学数学教学的“教学目的”问题。譬如,研究教学目的制定的依据,研究在中学数学教学中增长学生的知识和发展学生的能力的关系,研究中学数学教学的总体目的和阶段性目标的关系等。

第二,关于中学生“学习心理”问题。譬如,研究中学生学习数学的心理特征,研究中学生对数学的认识发展过程,研究中学生认知发展过程中外界条件的促进作用,研究中学生数学能力的结构及其演变等。

第三,关于作为教学科目的数学“学科建设”的问题。包括研究教材的选择与编排,研究怎样的教材以及怎样处理教材才能达到一定教学目标,研究中学数学教学中主要数学思想、数学方法的形成与发展等。

第四,关于中学数学教学的“教学原则”问题。主要是在一般教学原则理论指导下,研究体现数学学科特征、适应学生认识规律的中学数学教学原则。

第五,关于中学数学教学的“教学方式”问题。主要研究诸如启发式教学、解决问题式教学、程序式教学、发现式教学、范例式教学、计算机辅助教学等各种教学方式,以及这些教学方式如何适应数学特点、各种教学方式之间的关系、如何推进中学数学教学的科学化和现代化等。

第六,关于中学数学教学的整体改革问题。譬如,研究历史上的、中国的、外国的教学改革运动,研究如何使中学数学教学能适应社会进步和科技发展,研究如何获取现代各种教学改革的信息,如何引进先进教学改革方案等。

第七,关于中学数学教学的“教学评价”问题。譬如,研究如何进行行政评价、教师评价、学生评价,研究教学评价中如何进行自我评价与相互评价,研究如何使教学评价计量化、科学化等。

§ 1.2 数学教育学研究的方法及重要意义

中学数学教学,既有很强的理论性,又有很强的实践性;研究中学数学教学,既要从整体上宏观地进行研究,又要对其每个环节进行微观的研究。这就决定了中学数学教学有其特殊的研究方法。这种研究方法的特殊性主要表现为:它不是单一的、孤立的研究方法,而是综合的、系统的,或者说是一种程序式的研究方法。这个程序大致包括四个阶段。即:深入调查;综合研究;反复实验;科学评估。

深入调查。中学数学教学的研究课题,大多来自中学数学教学的实践活动,它也是中学数学教学活动中急需解决的理论与实践问题。这些问题的发现,要靠我们进行深入的调查工作。调查的对象应该是广泛的,不限于一两所学校或一两类学校,而应该对各种不同层次各类学校进行调查;也不限于我国国内的各类学校,还应对外国中学数学教育情况进行必要的调查,以获得有益的借鉴;也不限于教师、学生、教材或教学手段,应着眼于中学数学教学活动的整体关联。调查的目的不单纯是挑毛病、找问题,还应善于总结当前中学数学教学活动中的经验。调查的方式不应该是单一模式,而应是灵活多样的,以保证调查结果具有较高的研究价值。

综合研究。在深入调查的基础上,我们就可以确立中学数学教学的研究课题,并进行理论研究。中学数学教学是社会的教育现象的一部分,而从系统论的角度来看,中学数学教育又是一个开放式的系统。这个系统内部的诸因素是相互制约的,或者说是相互作用的。这个系统又与外界存在着大量的、复杂的“物质”、“信息”的交换。因此,对中学数学教学进行研究的理论基础是多方面的,包括哲学、数学、教育学、心理学、教育心理学、逻辑学、思维科学和计算

机科学等等。因此,综合研究应做到:多学科的研究方法及研究成果与中学数学教学的研究方法及成果相结合;宏观研究与微观研究相结合;动态研究与静态研究相结合;定性研究与定量研究相结合;理论与实验研究相结合。只有这样,才能获得有效的研究成果,形成科学的结论。

反复实验。中学数学教学具有极强的实践性。进行综合研究后,得到的理论成果倘若束之高阁,那将毫无价值;必须将其应用于教学实验,进行检验,对成功的经验应予推广,对失败的教训应予总结。因此,反复实验必不可少。另一方面,这种实验可以包括个体的、群体的、教材的、教法的以及教学手段的实验,也可以是多项综合的实验。

科学评估。对中学数学教学研究的评估,既是对所进行的研究工作的总结,又是进行深度研究的开端。对教学理论、教学方法、教学实验都应该进行评估。评估的方法及其科学性也是中学数学教学的一个重大研究课题。

当前,社会的进步,科学技术的发展以及中学数学教学的现状为我们提出了改革中学数学教学的迫切要求,同时也为我们提供了研究中学数学教学的广泛课题。国际上,数学教育研究相当活跃,这种研究的更新周期也越来越短,研究范围也越来越广泛,不仅研究中学数学教学,也研究大学数学教学乃至整个数学教育。在国内,数学教育界也广泛开展了中学数学教学的研究,并提出了建立中国式的“数学教育学”的倡议。这充分说明,对中学数学教学的研究有着旺盛的生命力,也展现出对中学数学教学研究的广阔前景。

建立数学教育学的意义,也可以从理论与实践两个方面来理解。从理论上讲,数学教育学虽然源于数学教材教法,但是它却高于数学教材教法。多年来,数学教材教法只是一种现行教材的介绍、分析,某种可行的教学方法的推广,缺乏精深的科学理论。或者

说,更多的是一招一势的技艺,缺少反映数学教学普遍规律的理论。数学教育学通过教育学及其它相关学科的理论与方法,结合数学科学的特点,把数学教材教法所得到的具体的、特殊的、分散的成果,提炼成反映数学教学规律的抽象的、一般的、系统的理论,使之具有更加广泛的适应性。我们可以说,建立数学教育学是数学教学研究深入发展的必然。但决不是加强数学教材教法研究所能做到的,反而,数学教育学的建立能从理论的高度指导、推动数学教材教法的进一步发展。从实践上讲,数学教育学对数学教学实践具有极强的指导意义。对于这种实践性的指导意义,应该有正确的理解。由于理论层次依其抽象程度不同而不同,所以它们对实践的指导层次也不尽相同。譬如,数学教材教法可以教人如何把握现行教学大纲、教材,进行教学活动。而数学教育学则教人如何选择适当的大纲、教材,进行教学活动。数学教育学对数学教学实践具有广泛的指导意义,由此也可见一斑。

我们本着“求实、进取”的精神编写本教材,旨在为高等师范学院数学系学生提供研究中学数学教学的基础知识。希望他们在学习了教育学、心理学之后,在掌握了一定的数学专业和其他必要专业知识的基础上,能初步掌握参与中学数学教学活动应遵循的一般规律,并以此作为今后长期研究中学数学教学、改革中学数学教学的起点,也为继续学习和深入研究数学教育学打下基础。

习 题 一

1. 试论数学教育学的研究对象。
2. 中学数学教学的研究有哪些重大课题?
3. 如何理解数学教育学的研究方法?

第二章 中学数学教学目的和内容

中学数学教学是在中学教育系统中有目的、有计划地进行的。数学教学目的是数学教育一切活动的起点和归宿,也是确定教学内容和选择教学方法的依据和指南。作为从事中学数学教育的工作者,必须正确、全面、深刻地理解教学目的,全面掌握教学内容,才能有效地完成教学计划。

§ 2.1 中学数学教学大纲简介

中学数学教学大纲是中学数学教学的纲领性文件。它是根据国家科技、经济和教育事业发展的需要,对中学数学提出的要求,根据数学本身的特点及发展的需要,根据学生在不同阶段的认识水平和心理特征,在总结、吸收国内外数学教育的经验和教训的基础上,反复研究和论证而制定出的。我国的数学教学大纲由国家颁发,全国统一施行。

一、大纲的内容

大纲规定了应传授的基础知识和技能的内容、顺序及份量,并按章节具体地分配学时,对教学起指导作用。大纲一般包括说明和本文两个部分,说明部分对教学的目的和任务,教材内容确定的原则,内容编排的体系及教学中应注意的问题都作出了规定。本文部分确定了教材的全部主要课题及其教学时数,并指出每个课题的目的、教学要求、内容要点、范围和深度、上课时数,供教师依循。

大纲按不同层次的要求阐述教学目标,主要有如下四个层次:

(1)了解。指对知识的涵义有感性的、初步的认识,能够说出这

一知识是什么,能够(或会)在有关的问题中识别它。

(2)理解。指对概念和规律(定律、定理、公式、法则等)达到了理性认识,不仅能够说出概念和规律是什么,而且能够知道它是怎样得出来的,它与其它概念和规律之间的联系,有什么用途。

(3)掌握。指在理解的基础上,通过练习,形成技能,能够(或会)用它去解决一些问题。

(4)灵活运用。指能够综合运用知识并达到了灵活的程度,从而形成了能力。

以上这些都要求教师在教学中确切地把握,以达到教学目标要求。因此,必须认真、细致、深入地研究教学大纲,领会精神,熟悉内容体系,按纲执教。

二、建国以来中学数学教学大纲的变更

随着社会的进步,科技的发展,对数学的新认识和数学教育观念的更新,在适当时期需对大纲进行修订。建国以来,对大纲作了多次修订,颁布施行过多个中学数学教学大纲。现简要介绍如下:

1952年8月,中央人民政府教育部编订了第一个《中学数学教学大纲(草案)》,规定了教学目的、内容和要求,旨在学习苏联的教学经验。在当时的历史条件下,结合我国国情,学习苏联的先进教学经验,对改革不合理的教育体制,起到了一定的作用,但不乏有生搬硬套之处。该大纲规定的教学目的是:“教给学生数学的基础知识,并培养他们应用这种知识来解决各种实际问题所必需的技能和熟练技巧。要形成学生辩证唯物主义的世界观,培养他们新的爱国主义以及民族自尊心,锻炼他们的坚强的意志和性格。”

1954年10月,教育部对第一个大纲作了修订,颁布了第二个《中学数学教学大纲(修订草案)》,对前大纲的思想教育任务和教学的具体要求作了修补。提出“要以社会主义思想教育学生,要充分联系我国社会主义建设中各方面的成就与情况,以培养他们成

为积极参加社会主义建设和保卫祖国的全面发展的新人”。

1956年颁布了第三个《中学数学教学大纲(修订草案)》，在教学目的中第一次提出“要发展学生的逻辑思维和空间想象能力”，增加了有关基本生产技术教育的内容。

1959年11月，教育部拟定了《关于修订中、小学数学教学大纲和编写中、小学数学通用教材的请示报告》，1960年报送国务院文教办公室，并得到同意。报告提出了调整中学数学课程和增加中学数学教学内容的意见：小学学完全部算术课程(规定1961年下放完毕初中算术)；初中学完平面几何和代数的二次方程(规定有关内容1962年下放完毕)；高中增设解析几何(平面部分)，并在代数中增加导数(后未增加)和近似计算等内容(规定1962年秋增加)。报告提出的教学目的是：“使学生获得数学的基本知识，掌握计算、作图和测量等技能技巧，并能够把这些知识和技能技巧运用到生活、生产和学习其他科学方面去；通过数学教学，发展学生的逻辑思维和空间想象力，向学生进行共产主义的思想政治教育，培养学生的辩证唯物主义观点。”人民教育出版社根据这份报告的意见，编写出版了一套“中学数学暂用课本”，供使用。

1960年10月，人民教育出版社提出《十年制学校数学教材的编辑方案(草稿)》，提出十年制学校的教学目的是：“使学生掌握参加生产劳动和学习现代科学技术所必需的数学基础知识，能够运用这些知识熟练地进行计算、绘图和测量；发展学生的逻辑思维和空间想象力；培养学生的辩证唯物主义的观点。”同时，注意到：抓关键，抓重点，避免繁琐和不必要的重复，特别要加强计算能力的培养。数学分设算术、代数、几何三科。人民教育出版社于1960年~1962年编出了这套课本，从1961年起供选用。

1963年，教育部颁布施行第四个《全日制中学数学教学大纲(草案)》，它是人民教育出版社从1961年开始，在经多方调查研究、征求意见的基础上制定的。大纲规定中小学学制为12年制，对

中学数学的教学目的和要求及教学内容均作了规定。在教学目的和内容中第一次全面提出要培养“三大能力”。其教学目的是：“使学生牢固地掌握代数、平面几何、立体几何、三角和平面解析几何的基础知识，培养学生正确而且迅速的计算能力、逻辑推理能力和空间想象能力，以适应参加生产劳动和进一步学习的需要。”这份大纲和相应的教材被称为是建国以来较好的大纲和教材。

1978年教育部颁发了第五个《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》。大纲加强了现代化基础，提出了新的教学目的：“使学生切实学好参加社会主义革命和建设以及学习现代科学技术所必需的数学基础知识；具有正确迅速的运算能力、一定的逻辑思维能力 and 一定的空间想象能力，从而逐步培养学生分析问题和解决问题的能力。通过数学学习，向学生进行思想政治教育，激励学生为实现四个现代化学好数学的革命热情，培养学生的辩证唯物主义观点。”在教学内容上首次提出“精简、增加、渗透”的三原则，实现内容现代化改革，把高中数学首次提高到微积分的程度。

1982年教育部颁发了《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)》和《全日制五年制中学数学教学计划试行草案的修订意见》。前者适用于重点中学和条件较好的中学。六年制中学从高中二年级起实行单科性选修和分科性选修(文、理两科)。大纲的教学目的仍与1978年大纲相同。1983年教育部指出：“由于目前中学生文化程度、师资水平和学校条件悬殊很大，多数学生不适应现行教材的要求，学习跟不上；还有相当多的学生学习负担过重，不利于德、智、体全面发展，不利于出人才。”教育部决定适当调整高中数学、物理、化学三科教学内容，为此颁布了《高中数学教学纲要(草案)》，实行较高和基本两种要求，相应编出甲、乙两种课本，根据学生的基础和学校条件选用。较高要求的纲要相当于《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)》的内容。并规定“高考”命题范围不超过“基本要求”内容。在1985年又颁发了《调整初中数学教